

熱伝導有限要素法プログラムの超並列化条件

1 P-4

原田 公一*, 奥村 秀人**, 磯部 俊夫*
航空宇宙技術研究所*, 神奈川工科大学**

1. はじめに

近年、並列計算機が市販されるようになり、差分法・有限要素法において格段の進展がなされた。

しかし、有限要素法を観ると任意の形状・空間の分割について柔軟に対応できることが逆に作用して数千～数万の超並列化に対して並列計算機の構成との整合性がとりにくく、要素・全体マトリックス生成時および連立方程式の解法時のデータ転送を最小にする格子の生成等改良すべき事項が多くある。

ここでは2次元熱伝導有限要素法プログラム（要素数15625、節点数15876）を例にとり128X128 台の演算器・メモリを持つSIMD型隣接結合並列計算機のための超並列化とその条件について述べる。

2. 熱伝導有限要素法プログラム

図1に示す例題の有限要素法で扱う熱伝導方程式は

$$\int_{V_e} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (\lambda x \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda y \frac{\partial T}{\partial y}) - c \rho \frac{\partial T}{\partial t} \right\} N_i dV_e = 0$$

である。ここでTは温度、tは時間、 N_i は重み関数（内挿関数）である。その処理手順を図2に示す。

3. 格子とメモリの対応

物体を差分法の格子と同様に四辺形要素を用いて格子状に分割し各要素を演算器・メモリに対応させる。ただし境界の格子の演算を内部格子と同じ手順で処理するため周囲にダミーの格子を設定する。したがって実効の演算器・メモリは126X126 台である（図3）。

Massively Parallel Condition of Heat Transfer
Finite Element Method Program

* National Aerospace Laboratory

** Kanagawa Institute of Technology

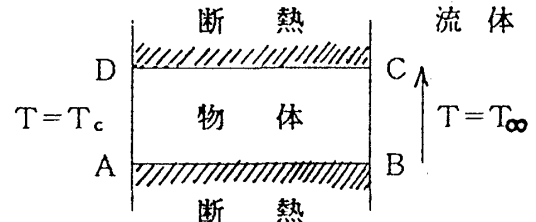


図1. 例題

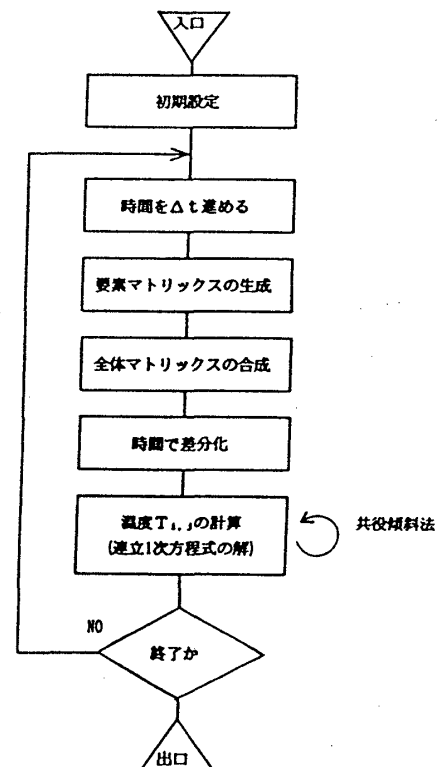


図2. 処理手続

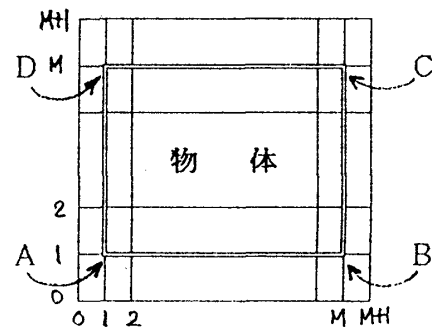


図3. 格子とメモリの対応

4. 全体マトリックスの生成

各要素マトリックスの並列生成は明白であるので格子に分割した要素マトリックスから全体マトリックスを生成する方法を図4に示す。演算器 $P_{i,j}$ の担当する演算は前後左右の演算器・メモリにある要素マトリックスから寄せ集めて並列合成できる。

5. 連立方程式の並列解法

全体マトリックスより時間差分した連立方程式を解く方法として共役傾斜法を用いる。

全体マトリックスは殆どが零のスパースマトリックスであり、このため物体・空間を任意に分割すると非零要素が所々に現れ並列処理するにはデータ転送量が莫大になり並列処理の障害になる。他方、格子状に分割すると必要とするデータがどこにあるかは明確である。格子状に分割した場合、演算器・メモリを (I, J) とすると、必要なデータは演算器・メモリの $(I-1, J-1)$, $(I, J-1)$, $(I+1, J-1)$, $(I-1, J)$, (I, J) , $(I+1, J)$, $(I-1, J+1)$, $(I, J+1)$, $(I+1, J+1)$ にあり、他のデータを必要としないため、データ転送・演算に要する時間が大幅に節約できる(図5)。

を有利に扱うことができるため広く使われてきた。

しかし、現在の差分法では複数の格子を用いて複雑な境界条件・形状を正確に扱う格子生成法が格段に進歩し比較的有利に並列処理に馴染んでいる。

規則性のある分割格子を有限要素法に適用し演算器から観たデータの位置が明確に分かるようにすることが超並列化で性能を向上させる条件である。

現在、並列計算機のシミュレータを用いて一台の演算器・メモリと128X128 台の演算器・メモリとで超並列処理の効果について確認作業を行っている。

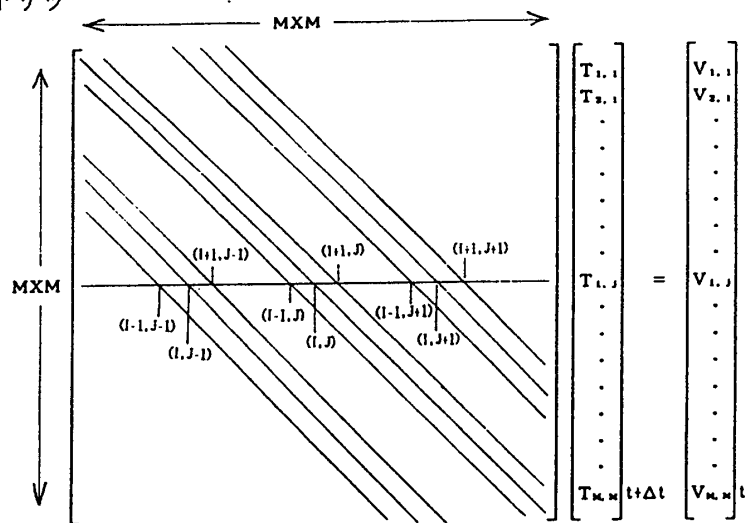


図5. 全体マトリックスにおける非零成分の位置

参考文献

〔1〕加納他 “並列計算機Cenju 上の有限要素法による非線形変形解析”, 情報処理学会論文誌, Vol. 34 No. 4 pp. 708~719, 1993年4月.

〔2〕Dimitris Zois, "Parallel processing techniques for FE analysis: stiffnesses, loads and stresses evaluation", Computers & Structures, Vol. 28 No. 2 pp. 247-260, 1988.

〔3〕C. Farhat and E. Wilson, "A parallel active column equation solver", Computers & Structures, Vol. 28 No. 2 pp. 289-304, 1988.

6. まとめ

従来、有限要素法は複雑な形状や各種の境界条件

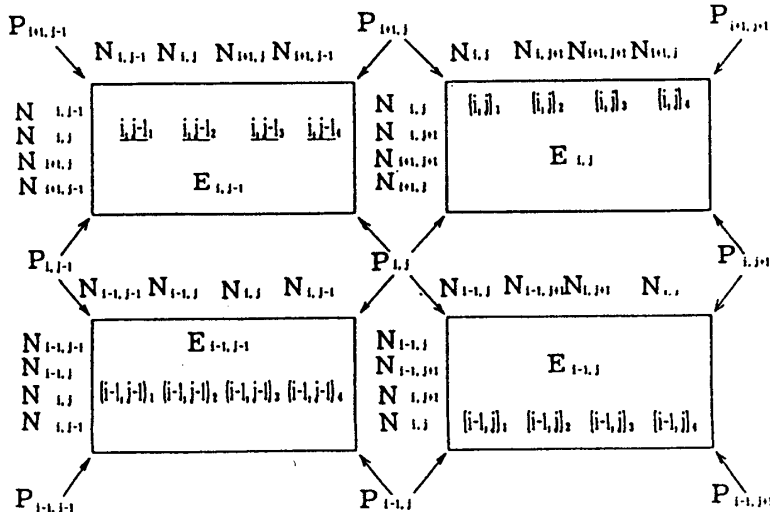


図4. 全体マトリックスの生成