3Ｓ－7

曲率変化の滑らかな曲線の構成法

-曲率パターンを指定した曲線の生成-

東京電機大学　○渡辺由美子　斉藤　剛　　豊田工業大学　東　正毅

1　はじめに

自動車など工業製品に対する外形意匠設計では，ハイライトや映像の映り込む位置およびその範囲などが，デザイナの設計意図として重要な要因である．これらの設計意図を反映されるためには，曲面上の面法線方向の変化，すなわち，曲率の変化を制御する必要がある．しかし，従来用いられてきた曲面構成法では，曲率の変化を制御することは困難である．

そこで筆者らは，曲率分布が好ましい曲面を構成する方法として，まず，曲面を構成する基本的な曲線をその曲率分布を直接規定することにより構成し，次に，構成された曲線から曲面を生成することを考えた．この基本的な曲線に要求されることは，曲率変化の単調性であり，この要求を満たす曲線の構成法として，目的とする曲線の曲率中心の軌跡を縮閉線により規定する方法を開発した．さらに，縮閉線による方法では実現が困難であった曲率零を扱えるようにするために，線幅が路長の関数で変化する「傾斜スプライン」のモデルを構成し，曲率変化が滑らか

さて，前述のいずれの方法であったとしても，生成した曲線を形状設計に応用する場合，実際のCADシステムで扱い易い形式，例えば，Bézier やスプラインの形式で表現する必要がある．しかし，曲率分布を制御する場合においては，Bézier やスプラインの様な表現形式でない方が解析が容易であり，便利なことも多い．

本報告では，まず路長の３次関数で指定された曲率のパターンを持つ曲線を円弧列で近似表現し，次いで，これらの円弧列を３次有理 Bézier 曲線列で近似表現する方法を述べる．

Generation of Curves and Surfaces with Smoothly Varying Curvature
Yumiko WATANABE Tsuyoshi SAITOH
(Tokyo Denki Univ.,2-2 Kanda, Chiyoda-ku,Tokyo,101)
Masatake HIGASHI (Toyota Technological Institute, 2-12-1,Hisakata,Tempaku-ku,Nagoya,468)

2　指定した曲率パターンを持つ曲線の構成

筆者がこれまでに行った縮閉線や傾斜スプラインの解析においては，解析が容易であることから，各々を円弧列で表現した，解析における円弧列の構成で，各々の円弧長を一定とすると，曲率プロファイル(横軸：路長，縦軸：曲率)は，巾一定の階段状となる．

そこで，この階段状の曲率プロファイルを，３次関数で近似し，そこから曲線を構成する．

図1に，先の報告で扱った傾斜スプラインモデルでの解析結果への適用を示す．(a) は曲率プロファイルであり，階段状の曲率変化が傾斜スプラインモデル解析結果である．これを，３次関数で近似し，その曲率分布を持つ曲線を曲率半径と共に描いたものが (b) である．

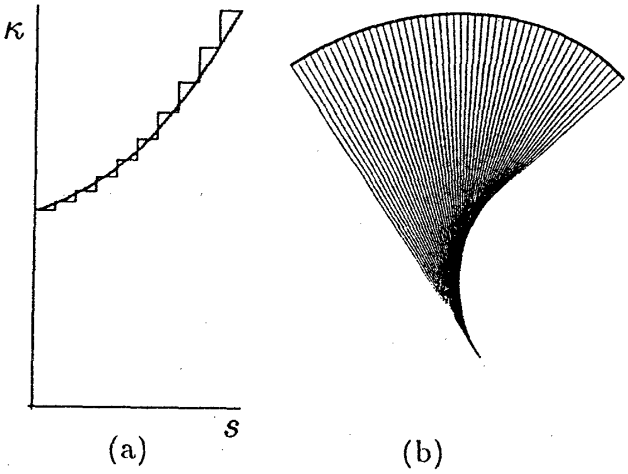

図１　曲率パターンと生成曲線

3　２つの３次有理 Bézier 曲線の合成

目的とする曲線を円弧近似した円弧列を，３次有理 Bézier 曲線で近似表現する方法を示す．円弧は２次有理 Bézier 曲線で表現できるので，２つの３次有理 Bézier 曲線を１つの３次有理 Bézier 曲線で近似表現する手法は一般的である．

図2は，３次有理 Bézier 曲線 (P_0, P_1, P_2, P_3) を，

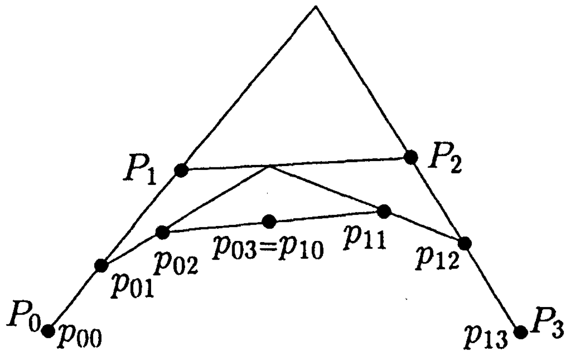

図 2　3 次有理 Bézier の合成

ある t で分割した状況を表した図である．この時，

$$|\mathbf{P}_{01}-\mathbf{P}_{00}|:|\mathbf{P}_1-\mathbf{P}_{01}|=t*w_1:(1-t) \tag{1}$$

となる．ここでは，両端点での重みは，1 に正規化されているとする．分割後の 2 セグメントも同様な正規化を施すと，$\mathbf{P}_{01}$ の重み w_{01} は

$$w_{01}=w'_{01}\sqrt[3]{1/w'_{03}}, \tag{2}$$

ただし，(3)

$$w'_{01}=(1-t)+t*w_1,$$

$$w'_{03}=(1-t)^3+3t(1-t)^2w_1+3(1-t)t^2w_2+t^3.$$

となる．ここで，2 つの有理 Bézier 曲線 $(\mathbf{P}_{00}..\mathbf{P}_{03})$, $(\mathbf{P}_{10}..\mathbf{P}_{13})$ を，近似すべき曲線であると仮定すると，w_{01}, w_{12}が得られることになる．

また，両端点での，曲率 (κ_0,κ_1)，接線方向 (α,β) が指定された場合，重み (w_1,w_2) には，以下の関係がある．(図 3)

$$w_1=\frac{2}{3}\sin(\alpha+\beta)\sqrt[3]{\frac{(A-a)(B-b)^2}{a^4b^2\kappa_0^2\kappa_1}}, \tag{4}$$

$$w_2=\frac{2}{3}\sin(\alpha+\beta)\sqrt[3]{\frac{(A-a)^2(B-b)}{a^2b^4\kappa_0\kappa_1^2}}. \tag{5}$$

これらを分割点 t で整理すると，t に関する 4 次式となる．これを解くことにより，合成曲線の制御点および重みが求まる．t は，0 − 1 区間であるので，4 次であっても容易に解は求まる．

4　適用例

前節で述べた方法を，繰り返し適用することにより，指定した誤差範囲で，近似できる．図 4に，適用例を示す．図 4(a) は，4 つの円弧近似した曲線とその曲率プロファイル（折れ線）である．(b) は，前半 2 つ，後半 2 つを，おのおの 3 次有理 Bézer 曲線で近似し，さらに，これら 2 つを近似した結果が (b) である．

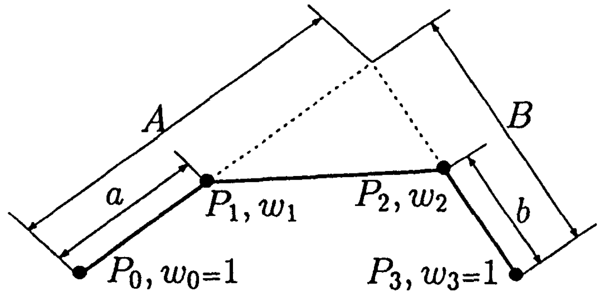

図 3　3 次有理 Bézier

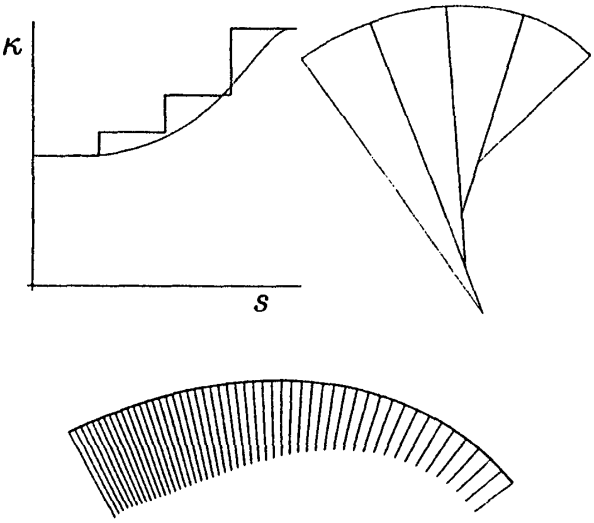

図 4　適用例

5　おわりに

本報告では，円弧列として曲率分布が与えられた曲線を，許容誤差範囲で 3 次有理 Bézier 曲線により近似表現する方法を述べた．これにより，従来のパラメトリックな表現で直接曲線を指定しなくても曲線構成ができるようになった．また，円弧近似できれば，オフセット曲線も近似曲線に対しては正しく表現でき，また，曲線の性質の解明も容易となる．

参考文献

1) 毛利，東:「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな有理 Bézier 曲線の生成」，精密工学会春期大会予稿集，1992.
2) 斉藤，穂坂，東：「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線・曲面の生成 (第 2 報)」，精密工学会秋期大会予稿集，1992.
3) 東，毛利，川畑：「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線・曲面の生成 (第 3 報)」，精密工学会秋期大会予稿集，1992. 4) 斉藤，渡辺，東：「縮閉線に基づく曲率変化の滑らかな曲線の生成」，情報処理学会春期大会，1994.
5) 渡辺，斉藤，東：「曲率変化の滑らかな曲線の生成」，情報処理学会春期大会，1995.