

回転空間における錯視図形の心像の復元

2Q-5

瀬田 剛 高橋 亮一

東京工業大学

1. はじめに

不可能図形から立体形状を復元する手法を提案する。不可能図形は一見立体的に知覚されるが、直交空間で図形全体の形状を復元しようとすると幾何学的矛盾が生じてしまう。図1の不可能図形上の頂点A, Bの奥行きについて考える場合、図中の2つの矢印に沿って視線を動かすと、頂点Aと頂点Bの奥行きが逆転して知覚される。不可能図形では、「ある点の奥行きが他の点より小さいと同時に大きい」のである。この記述は論理的に正しくないため、不可能図形は不適切な図形として見なされやすい。しかし不可能図形を知覚する状態が存在する以上、不可能図形の心像を数学的に記述する必要がある。そこで、奥行きに周期性のある三次元回転空間を用い、不可能図形の心像を再現する。

2. 回転空間

図2に、奥行きが周期的で、曲率一定の回転空間を示す。回転空間の特性を説明するため、空間ないの人物AとBを考える。図2(a)に示すように人物A, Bは回転空間上の奥行き(z軸)に関し異なる位置に存在する。人物Aの正面から見ると、図2(b)に示すように人物BはAの手前に存在する。見方を変え、人物Aの背中から見ると人物BはAの背後に存在する。回転空間では、奥行きが周期的であるため、見方により人

物Aと人物Bの奥行きが異なることは当然である。これを言語によって記述すれば、「ある点の奥行きが他の点より小さくかつ大きい」となり、この記述は論理的に正しくないが、回転空間の特性の表現である。この記述から、前述した図1の不可能図形に対する記述が想起される。回転空間はこの特性により錯視の心像を再現できる。つまり図1の不可能図形で示したように頂点間の奥行き逆転現象は、回転空間の奥行き逆転現象として数学的に記述可能となる。この回転空間の曲率は、形状復元における奥行き差の関数として定義される。

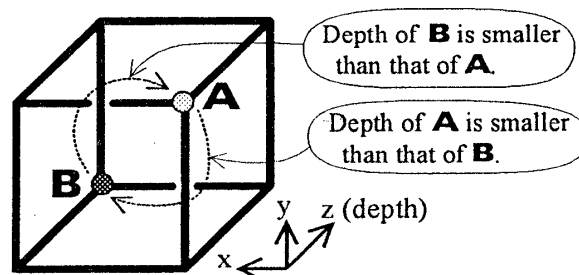


図1 不可能図形

Fig.1 Impossible figure

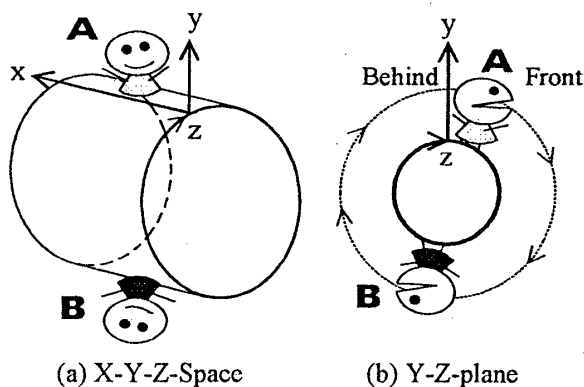


図2 回転空間

Fig.2 Rotating Space

Duplication of Mental Representation for Visual
Illusion in the Rotating Space

Takeshi Seta and Ryoichi Takahashi

Department of Mechanical Engineering, Tokyo
Institute of Technology

O-okayama, Meguro-ku, Tokyo 152, Japan

3. 形状復元法

形状復元は、以下の拘束条件に従う。

条件1：二次元画像上の一点は三次元物体上の一点と一意に対応する。

条件2：二次元画像上の線分は三次元空間の最小距離である測地線として復元される。

これらの拘束条件に従い復元された辺の形状を境界条件とし、さらに面の形状を復元する。

3. 1. 辺の形状復元 線分上の点の間に作用するポテンシャルエネルギーを最小化することで、辺の形状が復元される。このポテンシャルエネルギーは次式で定義される。

$$E_e = \sum_{i \neq j} a \left(1 - \frac{4b^2 r_{ij}^2}{(r_{ij}^2 + b^2)^2} \right) \cdots \cdots (1)$$

ここで、 r_{ij} は点*i*と点*j*の距離、*a*, *b*は定数である。

3. 2. 面の形状復元 式(2)で示される、ポアソン方程式のポテンシャルエネルギーと画像照度方程式のエラーノルムの荷重和である全エネルギー E_f の最小化により、面の形状が復元される。

$$E_f = \iint \left[\lambda s \left\{ R \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right) - E(x, y) \right\}^2 + (1 - \lambda s) \left\{ \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 - f z \right\} \right] dx dy \cdots (2)$$

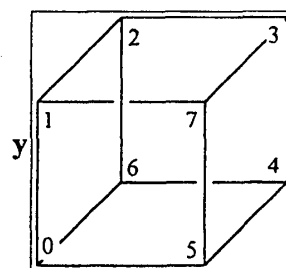
ここで、 $f = P/T$, *P*は側圧、*T*は膜の張力、 $R(\partial z/\partial x, \partial z/\partial y)$ は反射率分布、 $E(x, y)$ は画像上の点(*x*, *y*)上の照度、 λs は画像照度方程式の誤差に対する重みパラメータである。

4. 実験結果

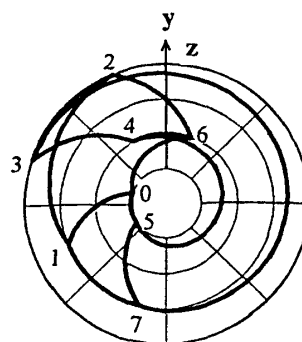
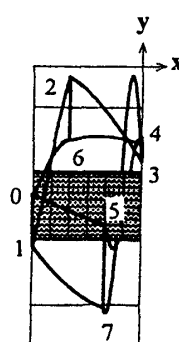
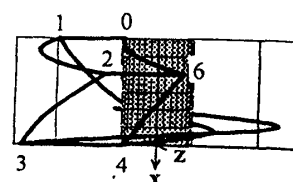
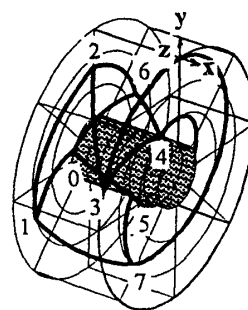
図3に不可能図形から復元した形状を示す。不可能図形に対する頂点および辺の位置関係が適切に再現されたことが分かる。

5. おわりに

本論文で、奥行に周期性のある三次元回転空間を用いることにより不可能図形から形状復元し、錯視の心像を数学的に記述した。



(a) Input image



(b) Rconstruction of shape

図3 回転空間における形状復元

Fig.3 Shape recovery in the rotating space