多目標計画法のニューラルネットワークによる解法

３Ｑ－５

赤澤史晃　松富達夫　徳田昭

近畿大学　工学部

１，緒言

企業経営上の多くの計画問題は、複数の制約条件のもとで複数の目標を同時に満足したいという形で検討される。このような計画問題において、複数の目標を同時に達成することが出来ない場合、各目標の不達成度を示すリグレット（ 残念度 ）の総和を最小にする妥協解を見つけるという方法の一つに多目標計画法（Goal Programming,以下ＧＰと呼ぶ）がある。このような最適化問題の数値例をニューラルネットワーク[1]によって解いた実験結果を報告する。

２，多目標計画法について

多目標計画法は、通常次に示すような、妥協可能な目標条件式と妥協できない制約条件式のグループで定式化される。

目標条件式：
$$\sum_{j}^{m} a_{ij} \cdot X_j \geq g^s_i \quad (i=1,2,\cdots l) \qquad (1)$$

制約条件式：
$$\sum_{j}^{m} b_{ij} \cdot X_j \leq c_j \quad (i=l+1,l+2,\cdots n) \qquad (2)$$

制約条件式（２）のもとで、目標条件式を満足する解を求めるのが命題である。解のない場合がＧＰの対象であり、意志決定者の意に沿った妥協解を求める方法として、ここでは応用範囲が広く比較的柔軟な、伏見他[2]が提案した目標ベクトル法の解法に沿って、ボルツマンマシンのエネルギー式等を導き、ボルツマンマシンの状態更新を繰り返して解を得る。

３，ボルツマンマシンモデルとエネルギー式

変数X_iにそれぞれ１６個のニューロンを割り当てるので、ネットワークを構成する総ニューロン数は（１６×ｎ）個である。

ボルツマンマシンのエネルギー式は以下のように定める。先ず目標条件式の右辺g^s_iを十分レベル（sufficient level)とし、これに対して必要レベル（minimumrequired level)g^m_iを定める。目標条件式の右辺をg^m_iに置換しても解の存在する場合しない場合のいずれもが本実験の対象である。ここで目標ベクトルの方向 g^v_i（$= g^s_i - g^m_i$） を用いて目標条件式に基づくエネルギーを次のように定める。

$$Eg = \sum_{i=1}^{l} \left(g^s_i - \sum_{j}^{m} a_{ij} \cdot X_j \right) / g^v_i \qquad (3)$$

同様にして制約条件式に基づくエネルギーを次のように定める。

$$Et = \sum_{i=l+1}^{n} \left(\sum_{j=1}^{m} b_{ij} \cdot X_j - c_i \right) \qquad (4)$$

制約条件式に対しては妥協を許さないのであるからweight を乗じて、ネットワークのエネルギーＥは(5)式の様になる。

$$E = Eg + weight \cdot Et \qquad (5)$$

４，アニーリング法

ネットワークの状態更新に際して、ネットワークのエネルギーが極小値にトラップされるのを防ぐため、(6)式の確率を用いて(7)式の条件に従い状態更新を行うことが Hinton[3]らによって提案されている。

⊿Ｅは選ばれたニューロンの出力を０を１、又は１を０に変更した時のエネルギー差とする。

$$P(\Delta E/T) = 1/(1 + \exp(-\Delta E/T)) \qquad (6)$$

Ｒを時刻を seed とする０～１の範囲の乱数とすれば

A soiution to the Goal Programming
by neural network
F.Akazawa , T.Matsutomi , A.Tokuda ,
Faculty of Engr. Kinki Univ.

$P(\Delta E/T) \leqq R$ ：状態更新を行わない
$P(\Delta E/T) > R$ ：状態更新を行う　(7)

本実験では、ネットワークのエネルギーをE、実行されてきた各状態更新後のエネルギーの最小値をMin_Eとしたとき、⊿Eを次の様に定めた。

$$\Delta E = Min\_E - E$$

更に、アニーリングは次のように二種の温度減少率を採用するステップアニーリング法を用いる。すなわち

Min_E ≧ Eのとき、

$$T_1 = T_0 \cdot ra_{(0)}$$

Min_E < Eのとき

$$T_1 = T_0 \cdot ra_{(1)}$$

ただし、T_0、T_1：アニーリング処理の各ステップでのアニーリング前後の温度

$ra_{(0)}$：通常の温度減少率

$ra_{(1)}$：緩やかな温度減少率

5，実験結果と考察

実験に使用した数値例を示す。例えば２種類の製品を生産販売する企業を考え、その生産販売量をX_1、X_2とする。

目標条件式

(1) $3X_1+2X_2 \geqq 900$（例えば粗利益確保）

(2) $X_1 \geqq 250$（例えば生産販売量の確保）

(3) $X_2 \geqq 200$（例えば生産販売量の確保）

制約条件式

(4) $2X_1+3X_2 \leqq 900$　（工程上の制約）

(5) $2X_1+X_2 \leqq 600$　（工程上の制約）

上記の目標条件についての実験経過を以下に示す。更新するニューロンの選択は乱数を用いることとし、時刻を seed とする乱数を使用した。アニーリング開始温度１００００度、$ra_{(1)}=0.999999$として、$ra_{(0)}$の正解率に対する影響を 表１ に示す。

$ra_{(0)}=0.99$としてアニーリング開始温度を変更し、正解率ならびに平均繰り返し回数への影響を 表２ に示す。

以上の実験結果から、アニーリング開始温度１３００度、冷却速度は０．９９と０．９９９９９９の２種類を使用し、いずれも繰り返し回数は、１６０万回 ～ １８５万回で、いずれも正解の $X_1=225$ ，$X_2=150$を得ることができた。

（表　１）減少率$ra_{(0)}$の正解率に対する影響

（１条件当たり２０回の実行結果）

$ra_{(0)}$	平均繰り返し回数	正解率
０．９９９	８１９７１８１．３	４３％
０．９９	４０３２７０９．１	１００％
０．９	２９５．７	０％

（表　２）アニーリング開始温度を変化させた場合の結果（各温度で２０回の実験結果）

開始温度	平均繰り返し回数	正解率
１００００	４０３２７０９．１	１００％
５０００	３２９３５２７．５	１００％
３０００	２７２６９３８．８	１００％
２０００	２３９０５９８．４	１００％
１５００	２０４１２８３．６	１００％
１３００	１７９１４９４．７	１００％
１２００	２１１７７６７．７	９０％
１０００	２７１４４６１．４	８０％

6，結言

ボルツマンマシンの応用の一分野として一種の最適化問題である多目標計画問題を解いた。求める解１個につき１６個のニューロンを割り当てたネットワークを組み、極小値にトラップされることを避けるために二つの冷却速度を持つステップアニーリング法を採用し、１６０ ～ １８５万回の繰り返しで解を求めることが出来た。

参考文献

(1) 平野：Ｃでつくるニューラルネット，(1991)，パーソナルメディア社

(2) 伏見他：経営の多目標計画，(1987)，森北出版

(3) D.H.Ackley，G.H.Hinton，T.J.Sejnowski，Cognitive Sci.，(1985)