

陰影画像における特異点の種類に関する 等濃度曲線の不変性について

岡 谷 貴 之[†] 出 口 光 一 郎[†]

本論文では、照明条件や物体表面の反射特性に関する詳細な知識を用いずに画像の陰影から形状の情報を引き出す方法を考える。照明条件と反射特性に対する仮定は、それらを表現した反射率分布図が、最大値を唯一の極値にとるとすることのみとする。このとき、8の字を描く等濃度線（等しい明るさの点を連ねてできる画像上の曲線）について、2つの単一閉曲線それぞれの内部に1つずつ、特異点（反射率分布図の最大値を明るさの値とする画像上の点）を含むとき、形状はその2つの特異点で、互いに異なるガウス曲率の符号を持つことを示す。この性質を利用すると、形状の凹凸のような大まかな情報を画像からある程度引き出すことができる。これには反射率分布図の具体的な知識を要しない。

On a Photometric Invariance of Isophotes and Types of Singular Points in Image Shading

TAKAYUKI OKATANI[†] and KOICHIRO DEGUCHI[†]

This paper is concerned with the problem of obtaining shape information of an object from its shaded image when only the general form of the illumination condition and the surface reflectance is known. We assume that the reflectance map is unimodal and has only one extremal point. In the image there is usually found an isophote that forms an '8' shape and that contains exactly two singular points (i.e., maximally bright points) in its respective holes. It is shown that the Gaussian curvatures of the surface at such two singular points are of different sign. This nature of isophotes is expected to be useful for rough estimation of the shape (e.g., convexity and concavity). It is also applicable to the problem of identifying the types of singular points in the image, which is the key to the so called global shape from shading problem.

1. はじめに

シーンの見かけの明るさは、シーンの物体を照らす照明と物体の形状、そして物体表面の反射特性という3つの要素で決まる。

我々人間は、多くの場合に、シーンの画像1枚だけから物体の形状や配置などを知ることができる。ところがその場合でも、シーンの照明を正確にいい当てることはできないといわれる。たとえば、適当に照明を与えて撮った人の顔の写真が1枚与えられたとき、顔の目鼻立ちは把握できても、その場の照明がどのようであったかを正しくいい当てるのは簡単ではない。我々人間は、一般に形状の差には敏感だが、照明の差にはそれほど敏感でないといわれている⁸⁾。シーンの

見かけの明るさから形状が分かるのに照明は分からないというのは、形状とともに照明も見かけの明るさに寄与していることを考えると不思議である。

画像の明るさから形状を復元することは、コンピュータビジョンの中心的な課題である。画像1枚から陰影（明るさの分布）に基づいて形状を復元する方法がよく研究されてきた。その多くは、照明と物体表面の反射特性が既知であることを前提とした。そこでは、照明を画像から推定することは、形状復元の前段階の処理として位置付けられた。画像からの照明推定の問題はそのような立場から論じられてきた。

たとえば、無限遠に置かれた点光源の方向を、画像から推定する方法が提案された^{10),12)}。しかしそれらの光源方向の推定は、物体の形状に対する強い仮定（面の向きの分布が空間的に一様であるなど）を必要とし、どんな場合にも普遍的に使えるというわけではなかった。

[†] 東北大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Sciences, Tohoku University

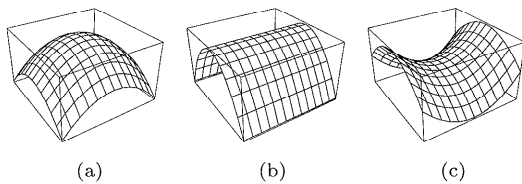


図1 ガウス曲率の符号と曲面の局所形状。(a) 正 (楕円の点), (b) 0 (放物的点), (c) 負 (双曲点)

Fig. 1 The signs of the Gaussian curvature and local shapes. (a) Positive sign (elliptic point), (b) Zero (parabolic point), (c) Negative sign (hyperbolic point).

一方で、画像だけから完全に照明を決定することは原理的に不可能であると主張するいくつかの研究がある^{1),2)}。これは人間の視覚系が照明を正確に推定できないのではないかという予想とも一致する。それらの研究では、画像から形状と照明を完全に分離した形で推定することはできないと結論付けられている。

形状推定の前に照明を推定できないとすれば、従来よりの照明知識を前提とするような形状復元の方法は実行できない。その場合に画像から形状情報を得るにはどうすればよいか。1つの方策として、照明に関係なく濃淡に現れる、形状を反映した特徴量、いわゆる照度不変量 (photometric invariants)^{7),11)}を利用することが考えられる。たとえば、照明を変化させても、物体表面での明るさの最大値以外の極値は、つねに形状の放物的点 (ガウス曲率がゼロの点、図1 参照) にあることなどが示されている。しかし、残念ながらこのような不変性は、形状のごく狭い部分 (点や線状) に関する情報しか与えてくれない。人間が写真に写った顔の目鼻立ちを推定するのと同様に、これらを利用して形状の大域的な特徴を引き出すことはできなかった。

本研究では、形状に関するより大域的な特徴を与えてくれるものとして、特異点 (画像上で明るさの最大値をとる点、図2 参照) と等濃度線 (等しい明るさの点を連ねてできる曲線) の照度不変性を示す。まず、反射特性と照明条件を反射率分布図として表現したとき、それが最大値を唯一の極値としてとるとする。このとき、あるクラスの曲面について次のことが成り立つことを示す。それは、8 の字を描く等濃度線が、8 の字を構成する2つの単一閉曲線それぞれの内部に1つずつ特異点を含むとき、それぞれの点での曲面のガウス曲率が互いに異なる符号をとることである。限定されたクラス以外の曲面についても、このことが成り立つと推測されることを述べる。反射率分布図に仮定するのは、上のような抽象的な条件だけであり、この

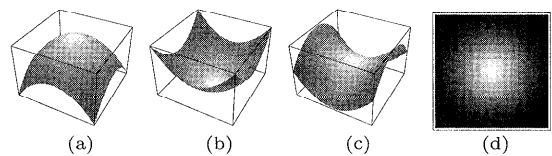


図2 特異点付近の形状。(a) 極大点, (b) 極小点, (c) 鞍点。スケールと回転を除けば局所的に二次曲面 $z = \pm x^2 \pm y^2$ と等価。これらに z 軸方向から光を当て同じ方向から見たときに得られる陰影 (d) はすべて同じになり、局所的な陰影だけでは区別できない。

Fig. 2 Local shapes around a singular point; (a) maximal, (b) minimal, and (c) saddle point. They can be represented by the quadric surfaces $z = \pm x^2 \pm y^2$ up to scale and rotation. Shadings of them when illuminated and viewed from z -axis are the same (d), and thus they are not distinguished by only their local shading.

意味で述べた等濃度線の性質は照明によらない不変な性質であるといえる。

この不変性は、大域的 shape from shading 問題の鍵である特異点の種類の同定問題に応用できる。

shape from shading は、画像の濃淡と面の向きとの関係を表す等式を、面の向きに関する方程式 (画像照度方程式) と見立て、これを解く問題として定式化された⁵⁾。与えられた陰影画像にできるだけ近い陰影を作る形状を、反復によって求めるアルゴリズムがよく研究された一方で、解の一意性についての研究も行われてきた。多くの重要な結果が得られたが、中でも一番重要な結果は、Oliensis⁹⁾によって示された、画像の特異点の種類 (対応する形状が極大、極小、鞍点のどれか、図2 参照) を知ることができれば、それに基づいて全体の形状を一意に定められる、というものである。

特異点の種類を定めることは、形状の大ざっぱな構造 (凹凸などの情報) を捉えることでもある。特異点が画像中に複数あるとき、それぞれの種類を知ればその近傍での大体の形状を知ることができるからである。ある特異点に異なる種類を割り当てれば、結果の形状は大きく異なるものとなる。

図2の例に見られるように、特異点は局所的な濃淡の解析によっては、仮に反射率分布図の知識があったとしてもその種類を特定することができない。このように、特異点の種類を特定する問題は本質的に大域的な性質を持っている。

陰影から密な形状を正確に計算することは、一般的に困難である。せいぜい凹凸といった程度の大まかな情報 (たとえば人の目鼻立ちといったもの) を引き出しうると考えるのが自然であろう。我々は、そのよう

な大まかな情報が、具体的には特異点の種類によってうまく表現されるのではないかと考え、前半にも述べたように、照明や反射特性の正確な知識がない場合に、それ（特異点の種類の特定）を行う方法を考案することを目標としている。本論文で示す等濃度線の不変性を利用すると、反射率分布図に対する具体的な知識がない場合でも、完全ではないが特異点の種類に関する情報が得られる。

2章では、以降の議論のための準備と、照度不変性に関するこれまでの研究について簡単にまとめる。3章ではそれを利用した新たな不変性の証明を与える。4章で実例を通してそれを確認し、特異点の種類の同定問題への応用について議論する。

2. 準備

2.1 曲面の微分幾何

本論文では3次元空間における曲面の微分幾何学を用いるので、この節で用語などについてまとめておく。

曲面のある点を考え、その点での曲面の面の向きを z' 軸に、その点を原点にとるような局所 $x'y'z'$ 座標系を考える。曲面を2次の項までテイラー展開すると $z'(x', y') = (ax'^2 + 2bx'y' + cy'^2)/2$ と表せる。曲面によっては、2次の項の係数が縮退($a = b = c = 0$)する場合もあるが、それはここでは考えないことにする。これら2次曲面のパラメータ a, b, c の作る行列 $\mathbf{C}$ を

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \quad (1)$$

とする。行列 $\mathbf{C}$ の2つの固有値は、この点での曲面の曲率を表し主曲率と呼ばれる。2つの主曲率の積をガウス曲率（あるいは全曲率）と呼ぶ。ガウス曲率は行列 $\mathbf{C}$ の行列式 $\det \mathbf{C}$ で表せる。

主曲率やガウス曲率は曲面の各点で定義される量である。ガウス曲率の符号が正の点を楕円の点（図1(a)）、0の点を放物的点（図1(b)）、負の点を双曲的（図1(c)）と呼ぶ。

放物的点を連ねてできる曲面上の曲線のことを放物的曲線と呼ぶ（図3参照）。なめらかな曲面は、楕円の点だけからなる領域と、双曲的点だけからなる領域に分割されるが、2つの領域の境界が放物的曲線になる（図3）。

2.2 画像照度方程式と反射率分布図

対象物体の曲面形状を画像面 (x, y) からの奥行き $z(x, y)$ で表す。正射影を仮定し画像を $E(x, y)$ と表す。面の勾配を $(p(x, y), q(x, y))$ と表し、反射率分布

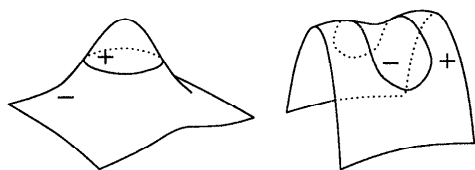


図3 曲面の放物的曲線。放物的曲線（0のガウス曲率の点）は楕円の領域（正のガウス曲率を持つ点の集合）と双曲的領域（負のガウス曲率を持つ点の集合）の境界に相当する。

Fig. 3 Parabolic curves of a smooth surface. It corresponds to the boundary curve between the elliptic region and the hyperbolic region.

図 $R(p, q)$ を導入すると、画像は画像照度方程式

$$E(x, y) = R(p, q) \quad (2)$$

によって表される⁴⁾。

特異点とは、本来 $E(x, y)$ と $R(p, q)$ 両方が極値をとるような点 (x, y, p, q) のことをいうが、本論文ではそうなるような画像の点 (x, y) を表すことにする。以下3章では、 $R(p, q)$ は最大値を唯一の極値とすると仮定する。したがって、ここでは特異点とは画像上で $R(p, q)$ の最大値を明るさにとる点を指す。

2.3 放物的曲線上での濃淡の不変性

この節ではKoenderinkら⁷⁾、Yuille¹¹⁾が示した照度不変性について、その内容を要約する。それらは本論文の主題である等濃度線の不変性を導くために、3章で利用される。

Koenderinkら⁷⁾は、ランバート反射をする曲面形状を無限遠点光源によって照らしたとき、曲面上の照度（曲面が光源から受け取る単位面積あたりの光のパワー。ランバート面なので空間中のどの方向に対しても輝度は同じであり、画像の明るさと考えてよい）の極点のうち最大値をとらないものは、つねにその曲面の放物的曲線上にあることを示した。さらに、曲面上の放物的曲線の上では、照度の等しい点を結んだ線の向きが、照明の方向によらず一定であることを示した。後に、Yuille¹¹⁾は、これらがランバート面でも成り立つことと、放物的曲線上での等濃度線（画像の明るさが等しい画像上の曲線）の向きが、実は曲面の主曲率方向の像と一致することを示した。放物的曲線の上では、2つある主曲率のいずれかが0になる。Yuilleは、等濃度線の向きは、この0になる主曲率の方向であることを述べた。

これらをまとめると次のようになる。

（不変性1）特異点を除く画像の濃淡の極点は、曲面の放物的曲線（の像曲線）上にある。

（不変性2）等濃度線が、曲面の放物的曲線（の像曲線）を横切るとき、その方向は曲面の0になる主曲

率の方向（の像）である。

不変性 1 によって、照明や反射特性の正確な知識なしに 1 枚の画像から曲面上のいくつかの放物的点の位置を知ることができる。しかし、得られる情報は曲面上のたった 1 点での情報にすぎず、それが大局的な情報の手がかりにつながるとはいうわけではない。不変性 2 は、照明を変えても放物的曲線上では等濃度線の向きは不変であるということであり、何枚か画像が与えられて初めて、曲面形状を反映した特徴量としての価値が出てくる。画像 1 枚だけでは、放物的曲線に関する情報が得られるわけではない。もし仮に曲面上の放物的曲線の位置が事前に分かっていると、その上での 0 となる主曲率の方向を知りたいということであれば画像が 1 枚だけの場合でも不変性 2 の価値はあるが、そのような要求は稀であろう。

次章では、より大域的な形状情報を得ることのできる不変性が存在することを示す。証明にはこの章の 2 つの不変性を使う。

3. 等濃度線の照度不変性

この章では、大域的な形状情報を反映した画像の濃淡の不変性を示す。それには形状と特異点の曲面上の位置などいくつかの仮定を必要とする。これについて順番に述べていく。

3.1 形状に関する仮定

形状について次のことを仮定する。

A1 形状 $z(x, y)$ は 2 回連続微分可能である。

形状の上の放物的曲線について以下では次を仮定する。

A2 放物的曲線は曲面上でなめらかであり、また放物的曲線どうしが交わることはない。

実際には交わる放物的曲線を持つ曲面は存在するものの、この仮定 (A2) はそれほど不自然ではない。というのは、Koenderink らが文献 7) で指摘しているように、仮に曲面上のある点で交わる放物的曲線があったとしても、曲面にはほんのわずかな変動を加えると交わっていたものが交わらなくなるからである。そのような交点の存在は不安定であるということができ、この意味で稀であると考えてよい。

2 章で述べたように放物的点では、2 つある主曲率のうち少なくとも 1 つが 0 である。この放物的点での 0 である主曲率の方向は、曲面上の放物的曲線の方向とは一般に無関係である。この一般に無関係な 2 つの方向がたまたま等しくなるような点を、特にひだ点と呼び、放物的点の中でも区別することにする。厳密な定義を次に与える。

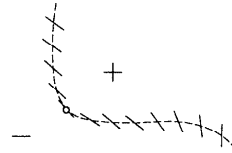


図 4 放物的曲線の接方向と 0 になる主曲率方向が等しくなる点（ひだ点）。破線が放物的曲線、短い線群が各点での 0 になる主曲率方向を表す。その方向は放物的曲線の方向とは一般には無関係であり、接することもありうる。

Fig. 4 An illustration of the point where the direction of the vanishing principal curvature coincides with the tangential direction of the parabolic curve. The broken line is a parabolic curve and each short line represents the direction of the vanishing principal curvature at the point. In general the direction has no relation to that of the parabolic curve at each point.

定義 1 ひだ点とは、放物的点のうち、その点での 2 つの主曲率方向のうち主曲率が 0 になる方の方向と、その点での放物的曲線の方向とが等しくなる点をいう。

ひだ点の例を図 4 に示す。Koenderink は文献 6) でこのような点を ruffle と呼んでいる。以下では対象とする曲面上の領域についてひだ点が存在するかどうか（実際にそうであるかは別にして少なくとも証明上においては）鍵になる。

3.2 照明と反射特性に関する仮定

特異点について次のことを仮定する。

A3 特異点はすべて孤立している。すなわち放物的曲線の上にはない。

この仮定は自然なものである。ランバート面と無限遠点光源の場合で考えると、これは、放物的曲線上の点の持つ面の向きと光線の向きが一致するというものである。光源の位置を少しでも変えれば特異点は曲線から離れ、楕円の領域か双曲の領域に入るから、このような一致は稀であると考えられる。一般の反射率分布図の場合でも、次に述べる極値に関する仮定から、同様のことがいえる。

すでに 2.2 節で述べたが、反射率分布について次を仮定する。

A4 反射率分布 $R(p, q)$ はなめらか (C^1 級) で、それは最大値を唯一の極値とする。

3.3 照明変化に不変な性質

画像の濃淡がなめらかなとき、等濃度線は画像内になめらかな曲線群を与える。この曲線群の中で、8 の字を描き、その 2 つの穴の内部にそれぞれ 1 つずつ特異点を含み、それ以外に濃淡の極点を持たないような曲線（図 5 参照）を考える。このような等濃度線はごくふつうに存在する（例は、図 6～図 10 を参照。存

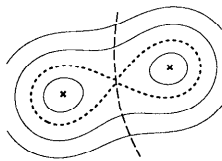


図5 点線が8の字の等濃度線、実線はそれ以外の等濃度線、2つの印は特異点、破線は放物的曲線を表す。放物的曲線は8の字の等濃度線の交点を通り、その点以外で同じ等濃度線と交わらない。

Fig. 5 The dotted line, the solid lines, the two marks, and the broken line represent an '8'-shaped isophote, the other isophotes, singular points, and a parabolic curve, respectively. The parabolic curve passes the intersection point of the '8'-shaped isophote, and does not touch it at any other point.

在については次節で述べる)。このような8の字の等濃度線と特異点について次のようなことがいえる。

定理1 (A1)~(A4)を仮定する。8の字を描く等濃度線を2つの単一閉曲線に分けたとき、それぞれの閉曲線内部に1つずつ特異点があり、それ以外に濃淡の極値をとる点がないとする。等濃度線の内部領域にひだ点がないとき、2つ特異点のうち1つは楕円点であり、もう1つは双曲点である。

まず次の補題を証明する。

補題1 (A1)~(A4)を仮定する。ある領域においてひだ点が存在しないならば、同じ領域内にある放物的曲線はいかなる等濃度線とも接しない。

(証明) 2.3節で述べた不変性2より、放物的曲線上での等濃度線の方法は、2つの主曲率方向のうち主曲率が0になる方の方向に等しい。もし放物的曲線がある等濃度線と接点を持たとすると、その点では放物的曲線の方法と、0になる主曲率方向が互いに等しくなるから、ひだ点であることになり、仮定に矛盾する。□

さらに次の補題を証明する。

補題2 $f(x, y)$ をなめらかな関数とする。 f のある等高線について、その内部領域(D とする)において、 f が極大点を1つとりその他に極値をとらないとする。このとき、領域 D と点を共有し、かつ f の極大点を通らない任意のなめらかな曲線 $C(s) = (x(s), y(s))$ について(s は弧長にとる)

$$\frac{df(x(s_1), y(s_1))}{ds} = 0 \quad (3)$$

となる点 $(x(s_1), y(s_1))$ が1つ以上 D 内に存在する。

(証明) 式(3)を満たすような点がないとする。このとき D 内の C 上の任意の点 $(x(s), y(s))$ で $df(x(s), y(s))/ds \neq 0$ である。 $f(x(s), y(s))$ は s に関して連続であるから、 s の正負の方向を選ぶことで、

つねに $df(x(s), y(s))/ds > 0$ となるようにできる。この不等式は、曲線 C が f について単調に増加する方向に進むことを表している。したがって、 C は必ず極大点に至る。これは仮定に反する。□

上の2つの補題を用いて次の補題を証明する。

補題3 (A1)~(A4)を仮定する。単一閉曲線をなす等濃度線のうち、その内部領域に1つだけ特異点があり、その特異点を除いて濃淡の極点がないとき、同じ領域にひだ点がないければ、そこには放物的曲線は存在しない。

(証明) 閉曲線内部に放物的曲線があったとする。(A2)により、放物的曲線はなめらかであるから、弧長 s をパラメータとして、画像上の放物的曲線は微分可能な関数 $x(s)$ と $y(s)$ により $(x(s), y(s))$ と書ける。補題2より

$$\frac{dE(x(s), y(s))}{ds} = 0 \quad (4)$$

となる点 s が必ずある。上の式をこの s で展開すると

$$E_x \frac{dx}{ds} + E_y \frac{dy}{ds} = 0 \quad (5)$$

と書ける。(A3)より放物的曲線が特異点を通ることではないので、この点は特異点でない。補題の仮定から特異点を除き極点はないから $E_x = E_y = 0$ ではない。ゆえにこの点では、濃淡の勾配 (E_x, E_y) と放物的曲線の方法 $(dx/ds, dy/ds)$ が垂直であることになる。すなわち、等濃度線の方法 $(-E_y, E_x)$ と放物的曲線の方法が等しいことになる。これは補題1の結果に矛盾する。したがって、放物的曲線は存在しないといえる。□

(定理の証明) 8の字の等濃度線の交差点は濃淡の極点である。3章で述べた不変性1から、特異点を除く濃淡の極点はつねに放物的点であり、したがって8の字の交差点も放物的点である。ゆえにこの点を通る放物的曲線が存在する(図5)。仮定より8の字を構成する2つの閉曲線内部には、特異点以外に濃淡の極点はなく、ひだ点もない。したがって、補題3より、8の字を構成する2つの閉曲線内部に放物的曲線は存在しない。これにより8の字の交差点を通る放物的曲線は、8の字を2つの閉曲線に触れることなく2つの部分に分ける。2.1節に述べたように、放物的曲線は曲面を楕円の領域と双曲の領域に分けるから、交点で分割された8の字の等濃度線の一方は楕円の領域に、もう一方は双曲の領域にあることになる。当然、内部に含まれる特異点についても、必ず一方は楕円の領域にあり、もう一方は双曲の領域にある。□

3.4 8の字等濃度線の存在

上で考えた8の字の等濃度線はふつうに画像に存在する。これについて述べる。画像中に複数の特異点があるとし、濃淡がなめらかであるとする。ある明るさのレベルでの、画像の濃淡の等高線（すなわち等濃度線）を考える。特異点の持つ明るさに対して少しだけ小さい値のレベルでの等濃度線は、それぞれの特異点まわりの楕円状の曲線である。明るさの値を少しずつ小さくしていくと、対応する等濃度線は少しずつ大きくなり、やがて自分自身や他の等濃度線と併合され始める。この最初の併合時の曲線の併合のされ方には2種類（相手が自分自身か他の曲線か）しかないことが知られている（たとえば文献3)）。2分の1の場合が8の字の曲線であり、この意味で多くの場合に画像から見つけることができる。

3.5 ひだ点と曲面形状

上で示した定理は8の字の等濃度線の中にひだ点がないことを要求する。したがって、上述の定理が実際に利用可能かどうかは、その仮定が成立するかどうかによる。それには2つの場合が考えられる。対象曲面にひだ点があったくないことが保証される場合と、曲面上にひだ点があるかもしれないが8の字内にはない場合である。

ひだ点がないことが保証される曲面として、たとえば任意の一価関数 $y = f(x)$ が描く xy 平面内の曲線を x 軸まわりに回転してできる回転面がある。回転面の放物的曲線は回転軸に垂直な平面内の円になる。放物的曲線はその接方向に必ず曲率（円の半径の逆数）を持つから、ひだ点はない。また一般化円筒など厳密な回転面でないものにもひだ点を含まない曲面はある。

それ以外の曲面では通常ひだ点がある。極端な例は xy 平面内の円 $x^2 + (y-2)^2 = 1$ を x 軸まわりに回転してできる xyz 空間のドーナツ型の曲面である。この面は2つの放物的曲線 ($y^2 + z^2 = 4$ かつ $x = \pm 1$ で与えられる) を持つが、その点はすべてひだ点である。つまり放物的曲線の接方向はつねに0になる主曲率方向となる。その他の曲面ではひだ点は孤立した「点」として存在するが、微視的にはひだ点のまわりでドーナツ型の曲面と同様の曲率の構造を持つ。

8の字の等濃度線ができるためには、少なくとも同じ面の向きを持つ異なる2点が曲面上互いに近くに存在する必要がある。もちろんその2点は特異点である。前述のドーナツ型の曲面を考えれば分かるように、通常の放物的点と異なり、曲面上のひだ点付近では同じ面の向きを持つ異なる点がない。4章にも例示するように、ひだ点付近には通常8の字はできないと考えら

れる。

画像から8の字を見つけてくれば、上の定理で必要とされた仮定は通常満たされており、したがって、内部の特異点についてその符号が分かると期待される。

4. いくつかの例

回転面 $y^2 + z^2 = (0.8 - 0.3 \exp(-5x^2))^2$ (図6(a)) に対し、面をランバート面とし照明を無限遠点光源としたときの画像を考える。視線を z 軸方向に固定したまま、照明方向を変えて得た画像の等濃度線を同図(b), (c)に示す。2枚の画像で照明方向を変えてあり、(b), (c)それぞれ(0.3, 0.2, 1)と(-0.3, 0.1, 1)である。図では点線が8の字の等濃度線を、破線が放物的曲線と輪郭を表している。照明方向によらず、2つの特異点がそれぞれ別のガウス曲率符号の領域にあることが見てとれる。この曲面は前章で述べたようにひだ点を含まない。

次にひだ点を含む2つの曲面を考える(図7(a), 図9(a))。図7(a)の曲面は、楕円の領域に1つの双曲的領域を含むような曲面であり、図7(b)の曲面は、さらに双曲的領域内に楕円の領域を含むような曲面で

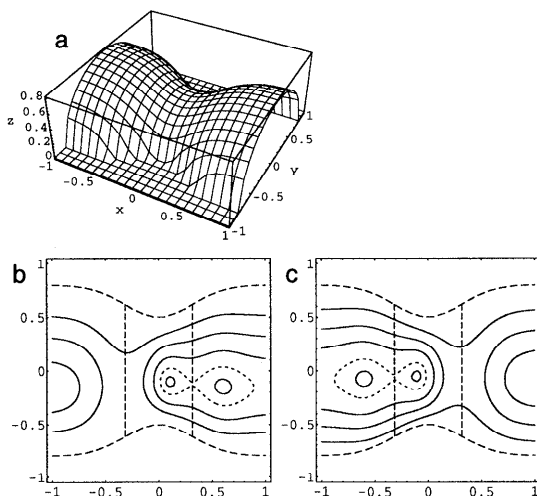


図6 回転面の照明方向の変化による等濃度線の変化。実線が等濃度線、一番外側の破線は輪郭、破線は放物的曲線を表す。8の字の等濃度線（点線）は2つの特異点を含み、その2つは互いに異なるガウス符号の領域にある。照明が変化してもその性質は変わらない。

Fig. 6 The change of the isophotes on the surface of rotation $y^2 + z^2 = (0.8 - 0.3 \exp(-5x^2))^2$ due to the change of illuminant direction. The solid line shows the isophotes. The broken lines show the boundary curves and parabolic curves. The two singular points contained by the '8'-shaped isophote are on the region of different curvature sign. This nature is invariant to the illumination change.

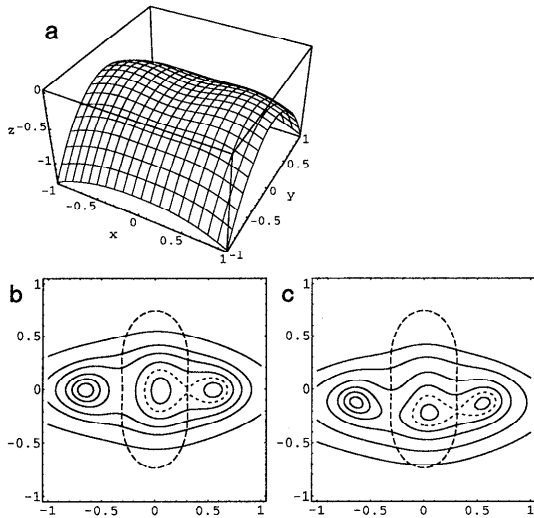


図7 曲面 $(z(x,y) = -0.3x^2 - y^2 - 0.3 \exp(-3x^2 - 2y^2))$ の場合の等濃度線の変化。実線が等濃度線、破線は放物的曲線を表す。やはり8の字の等濃度線(点線)に含まれる2つの特異点は、照明によらず、それぞれ異なるガウス符号の領域にある。

Fig.7 The changes of isophotes of a surface $z(x,y) = -0.3x^2 - y^2 - 0.3 \exp(-3x^2 - 2y^2)$. The solid and broken lines shows the isophotes and the parabolic curve. The '8'-shaped isophote (shown as a dotted line) contains two singular points and each of them is on the region of different curvature sign.

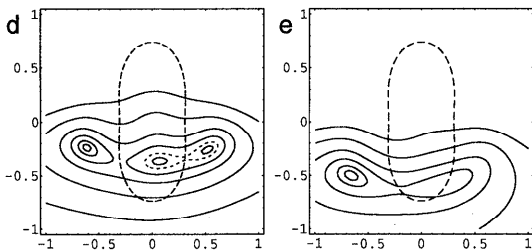


図8 図7の続き。同じ曲面で光源方向をさらに傾けた場合
Fig.8 The case of more oblique illuminant direction for the surface of Fig.7.

ある。より複雑な一般の曲面(たとえば人の顔など)も、ここにあげた曲面を原始要素として表すことができる。この考え方は Koenderink ら⁷⁾によるものである。したがって、この2つの曲面はひだ点を含むものの、これらについて述べた不変性が成り立つならば、より一般の曲面についても成り立つことが期待できる。

曲面 $z(x,y) = -0.3x^2 - y^2 - 0.3 \exp(-3x^2 - 2y^2)$ (図7(a))に対し、同様にランバート面、無限遠点光源の下で、視線を固定して照明方向のみ変化させた画像の等濃度線を図7(b), (c)と図8(d), (e)に

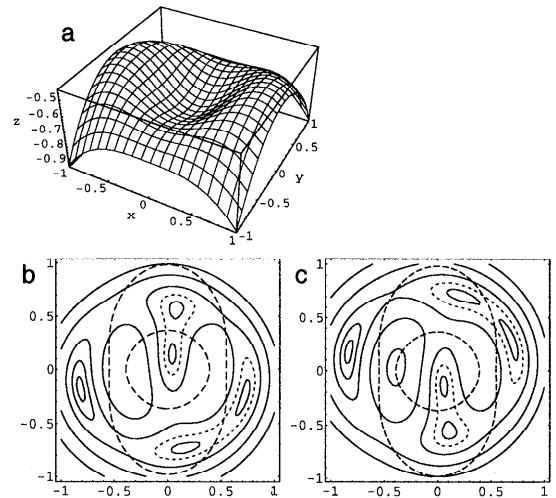


図9 曲面 $z(x,y) = -0.4x^2 - 0.5y^2 - 0.7 \exp(-2x^2 - 1.3y^2)$ の等濃度線の変化

Fig.9 The change of isophotes for a surface $z(x,y) = -0.4x^2 - 0.5y^2 - 0.7 \exp(-2x^2 - 1.3y^2)$.

示す。4枚の画像の照明方向は(b), (c), (d), (e)それぞれ(0.06,0.01,1), (0.05,0.2,1), (0.05,0.4,1)と(0.2,0.9,1)である。前述のようにこの曲面はひだ点を含むが、性質が成り立つこと、すなわち2つの特異点がそれぞれ別のガウス曲率符号の領域にあることが分かる。照明方向をだんだん傾けていくと、(e)のように2つの特異点が消滅すると同時に8の字の等濃度線も消滅し、特異点が1つだけになる。

曲面 $z(x,y) = -0.4x^2 - 0.5y^2 - 0.7 \exp(-2x^2 - 1.3y^2)$ (図9(a))に対し、同様に得られる画像の等濃度線の変化を図9(b), (c)に示す。2枚の画像の照明方向は(b)が(0.08,0.1,1), (c)が(0.11,-0.1,1)である。この曲面もひだ点を含む。8の字が囲む特異点の位置は、照明方向によって大きく変動するが、その2つの特異点はやはり別の曲率符号の領域にある。

最後に実画像を用いた例を示す。ゴム製のアヒルを用いて、2通りの方向の照明を与えて画像を得た(図10)。やはり2つの特異点は異なる曲率符号の領域にあることが分かる。曲面の曲率符号は文献13)の方法により、3通りの方向の照明を用いて得た3枚の画像から計算したものをもとに描いてある。

このように、8の字の等濃度線が2つの特異点を含むとき、それぞれが互いに異なるガウス曲率符号の領域にあることを確かめた。ひだ点のない回転面はもちろん、ひだ点を含む曲面でも、少なくとも示した例では成り立つことが分かる。より複雑な曲面も、前述のように基本的には図7、図9に示した形の組合せか

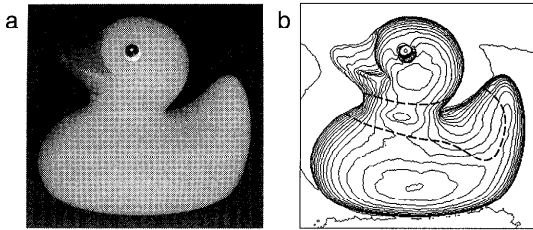


図 10 ゴム製のアヒルにある方向の照明を与えて得た画像とその等濃度線（実線）。2本の点線が放物的曲線。頬から首にかけての8の字の等濃度線内の2つの特異点は互いに異符号のガウス曲率を持つ領域にある。

Fig. 10 Shaded image of a duck made of rubber and its isophotes (solid lines). Two dotted line shows the parabolic curves. For a figure of '8' isophote shown around the cheek and the neck, each of the two singular points contained is on the different region of different curvature sign.

らなっていると見ることができるので、たいていの曲面について述べた性質が成り立っていることは期待できる。

この性質は、特異点の種類を限定するのに応用できる。得た画像から8の字の等濃度線を抽出すれば、そこに含まれる2つの特異点の符号が異なることがただちに分かるからである。以上の例では視線方向は固定していたが、視線を変えても、2.2節で導入した反射率分布図の仮定が成り立つならば、この性質は成り立つことは示したとおりである。

5. 結 論

与えられた画像だけから、照明方向を推定するのは一般に難しい。この点で、画像の濃淡から導ける照明によらない形状の性質（不変量）について考えることは意味がある。本論文では、8の字の等濃度線が2つの単一閉曲線内部に1つずつ特異点を含むとき、それらの特異点は互いに異なるガウス曲率符号を持っていることを述べた。より正確には「ひだ点」がない曲面について、証明を与えた。それ以外の一般の曲面ではこのことは保証されないが、同様に成り立つと推測されることを述べた。

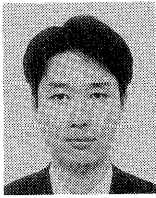
この照明に対する等濃度線と特異点の不変性は、特異点の種類の同定問題に応用できる。特異点の種類は、たとえば凹凸の認識といったような、大まかな形状の把握に役立つと考えている。本論文で示した等濃度線と特異点に関する性質は、そのような問題において役割を果たすと考える。

参 考 文 献

- 1) Belhumeur, P.N., Kriegman, D.J. and Yuille, A.L.: The bas-relief ambiguity, *Proc. IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, pp.270-277 (1997).
- 2) Chojnacki, W. and Brooks, M.J.: Can the sun's direction be estimated from an image prior to the computation of object shape?, *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol.7, pp.139-147 (1997).
- 3) Griffith, H.B.: *Surfaces*, 2nd edition, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (1981).
- 4) Horn, B.K.P.: *Robot Vision*, MIT Press, Cambridge, MA (1986).
- 5) Horn, B.K.P. and Brooks, M.J.: *Shape from Shading*, MIT Press, Cambridge, MA (1989).
- 6) Koenderink, J.J.: *Solid Shape*, MIT Press, Cambridge, MA (1988).
- 7) Koenderink, J.J. and van Doorn, A.J.: Photometric invariants related to solid shape, *Optica Acta*, Vol.27, No.7, pp.981-996 (1980).
- 8) Langer, M.S. and Zucker, S.W.: Casting Light on Illumination: A Computational Model and Dimensional Analysis of Sources, *Computer Vision, Graphics, and Image Understanding*, Vol.65, No.2, pp.322-335 (1997).
- 9) Oliensis, J.: Shape from Shading as a Partially Well-Constrained Problem, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol.54, No.2, pp.163-183 (1991).
- 10) Pentland, A.P.: Finding the illuminant direction, *Journal of the Optical Society of America*, Vol.72, No.4, pp.448-455 (1982).
- 11) Yuille, A.L.: Zero crossing on lines of curvature, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol.45, pp.68-87 (1989).
- 12) Zheng, Q. and Chellappa, R.: Estimation of illuminant direction, albedo, and shape from shading, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.13, No.7, pp.680-702 (1991).
- 13) 岡谷貴之, 出口光一郎: 複数の画像間の陰影差に基づく曲面のガウス曲率の符号の決定, *情報処理学会論文誌*, Vol.39, No.6, pp.1965-1972 (1998).

(平成 10 年 10 月 2 日受付)

(平成 11 年 6 月 3 日採録)



岡谷 貴之（正会員）

1999年，東京大学大学院博士課程修了（計数工学）。同年より東北大学大学院情報科学研究科助手。画像計測，コンピュータビジョン，特に，画像の陰影と立体形状の關係に興味を持つ。計測自動制御学会会員。



出口光一郎（正会員）

1976年，東京大学大学院修士課程修了（計数工学）。同年より東京大学工学部助手，講師を経て，1984年，山形大学工学部情報工学科助教授，1988年，東京大学工学部計数工学科助教授，1998年，東北大学情報科学研究科教授，東京大学工学系研究科教授併任，現在に至る。この間，1991～1992年，米国ワシントン大学客員準教授。コンピュータビジョン，画像計測，並列コンピュータの研究に従事。計測自動制御学会，電子情報通信学会，形の科学会，日本ロボット学会，IEEE等会員。
