3M－1

非線形最適化法を用いた曲線あてはめ法による2値画像からの弧の認識

水戸 三千秋　　福谷 拓也　　三浦 一郎
西日本工業大学

1．まえがき

我われは、地図や図面の線情報の自動入力の研究を行っている。以前に、2値画像からの線分要素あるいは円弧要素の抽出のための効率の良い方法について報告している。[1)2)3)]

円弧を認識する手法の概略は次のようである。

(1) 2値画像を分岐や屈曲の無い連結点集合（単純セグメント）に分離し、セグメントごとに点座標の4次までのモーメントを求める。
(2) 単純セグメントに対して円の方程式をあてはめることによって中心と半径を算出する。
(3) 線幅一定の円弧モデルについて算出した2次までのモーメントに基づいて弧角と線幅を求める。

この方法は、曲線パラメータを定める式がいずれも単純セグメントごとの座標のモーメントに基づいている点で効率の良いものであった。

しかしながら、これまでの方法は、数値解法の効率を重視した推定式を用いたため、推定されたパラメータの精度の点で難があり、また、円以外の曲線への拡張は困難であった。

今回は、一般の2次曲線に対応できるように定式化を拡張し、図形のパラメータ推定に非線形多変数最適化法を用いることによって、認識対象の拡大と精度の向上を試みた。

2．2値化線画像の単純セグメントへの分離

抽出対象の線情報は、一般に長い曲線であったり、また、分岐や交差している部分もある。そこで、先ずこれらの画像点を、線分あるいは円弧等の候補となるべき単連結な点集合に分離する。

単純セグメントとは次のような連結点集合である。

(1) 8連結な点集合とする。
(2) 交差や分岐がない。
(3) 線幅が大きく変化しない。（2倍以内）
(4) 線の曲がりが小さい。（45°以内）

セグメンテーションのための具体的な手順としては、分析対象の画像を上端より水平走査し、水平方向のラン（水平方向連続点集合）を抽出し、これと、一つ上のラインの既にセグメント番号付けの終わったラン群との接続状況を判定することによってセグメント番号付けを行う。同時に、この番号に従って座標モーメントを表に累積し、セグメント間の接続関係を記録する。

3．単純セグメントの形状判定

分離された単一の単純セグメントを構成する点集合S＝$\{p_i=(x_i, y_i)^T \mid i=1, n\}$が線分要素であるかどうかを判定し、線幅と長さを推定する方法については既に報告している。[1)]

単純セグメントSが線分形状でない場合には、2次曲線をあてはめることを考える。

$$ax^2+2hxy+by^2+2fx+2gy+c=0 \quad \cdots(1)$$

次のベクトルを定義する。

$$w=[a, h, b, f, g, c]^T \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

$$q_i=[x_i{}^2, 2x_i y_i, y_i{}^2, 2x_i, 2y_i, 1]^T \quad \cdots(3)$$

残差関数を次のように定義する。

$$\delta=\sum_{p_i\in S}\{(w^T q_i)^2\}=w^T\sum_{p_i\in S}(q_i q_i{}^T)\,w \quad \cdots(4)$$
$$=w^T M w$$

ここで、行列Mは、$m_{jk}=\sum_{p_i\in S}x_i{}^j y_i{}^k$　とおいて

$$M=\begin{bmatrix} m_{40} & 2m_{31} & m_{22} & 2m_{30} & 2m_{12} & m_{20} \\ 2m_{31} & 4m_{22} & 2m_{13} & 4m_{21} & 4m_{12} & 2m_{11} \\ m_{22} & 2m_{13} & m_{04} & 2m_{12} & 2m_{03} & m_{02} \\ 2m_{31} & 4m_{21} & 2m_{12} & 4m_{20} & 4m_{11} & 2m_{10} \\ 2m_{21} & 4m_{12} & 2m_{03} & 4m_{11} & 4m_{02} & 2m_{01} \\ m_{20} & 2m_{11} & m_{02} & 2m_{10} & 2m_{01} & m_{00} \end{bmatrix} \cdots(5)$$

(1)式の係数には定数倍の自由度があるので、

Recognition of Arcs from a Binary Image by Curve Fitting Method using Nonlinear Optimization.
Michiaki Mito　Takuya Fukutani　Ichirou Miurpa
Nishinippon Institute of Technology

$w^T w=1$ という制約のもとでδを最小化することを考える。この解wは、ラグランジュの未定乗数法により、モーメント行列Mの最小固有値に対応する固有ベクトルとして求められる。

得られた2次曲線の係数wから、曲線の種類を判別することが出来る。

例えば $\Delta=\begin{vmatrix} a & h & f \\ h & b & g \\ f & g & c \end{vmatrix}$ とおいて

$\Delta\neq 0$ かつ $h^2-ab<0$ であれば楕円で、さらに$a=b$であれば円である等々である。

ただし、実際のデータでは、ある範囲内の許容誤差を考慮して判定する必要がある。

さらに、この係数から円の中心や半径などの図形パラメータを算出することが出来るが、線幅などの影響で誤差を生ずることがある。また、線幅や弧角などのパラメータは得られない。

4．モデル図形に基づいた図形パラメータの推定

曲線の種類が特定できたら、次は、一定の線幅と長さをもった図形モデルを設定し、これに基づくモーメントと実データを適合させることにより、図形のパラメータを推定する。

図1のようなパラメータを持つ円弧状セグメントを例にとると、この図形の2次までのモーメントを理論的に算出してみる。

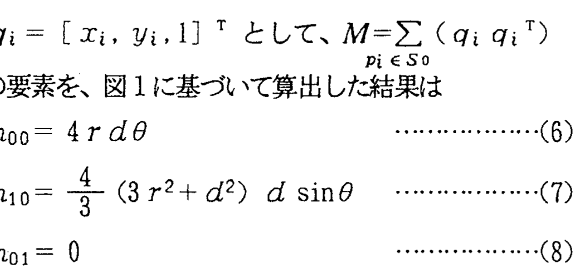

図1．円弧状セグメント

$q_i=[x_i, y_i, 1]^T$ として、$M=\sum_{p_i\in S_0}(q_i\, q_i^T)$

Mの要素を、図1に基づいて算出した結果は

$$m_{00}=4rd\theta \quad \cdots\cdots(6)$$

$$m_{10}=\frac{4}{3}(3r^2+d^2)\ d\sin\theta \quad \cdots\cdots(7)$$

$$m_{01}=0 \quad \cdots\cdots(8)$$

$$m_{20}=rd(r^2+d^2)(2\theta+\sin 2\theta) \quad \cdots\cdots(9)$$

$$m_{11}=0 \quad \cdots\cdots(10)$$

$$m_{02}=rd(r^2+d^2)(2\theta-\sin 2\theta) \quad \cdots\cdots(11)$$

任意の位置にある円弧についてのモーメント行列M_Tは、図1の円弧に回転と平行移動を行ったものと考えて、正規化座標による座標変換行列をTを用いて以下のように表される。

$$T=\begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ x_0 & y_0 & 1 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(12)$$

$$M_T=\sum(T\, q_i\, q_i^T T^T)=TMT^T \quad \cdots\cdots(13)$$

さて、画像のセグメントから得られたデータのMと、上記の6変数を含むM_Tが最もよく一致するように、次の残差関数を定め、非線形最適化法により最小化する。この結果、円弧の中心（x_0, y_0）、半径r、線幅d、傾きϕ、中心角θが求まる。

$$\delta=\mathrm{tr}\{(M-M_T)(M-M_T)^T\} \quad \cdots\cdots(14)$$

このとき、初期値としては、前節で得られたものが良い近似値として利用できる。

非線形最適化法としては、種々な目的関数に対応できるように、微分を用いない Powell の共役方向法を用いている。

5．あとがき

以前の線分と円弧を抽出する手法を改良し、認識対象の2次曲線への拡張と精度の向上を図った。

その結果、円弧の認識においては、従来の方法より精度の面で優れていることが分かった。

モデル図形とのマッチングに用いる評価関数は、2検討を要するところである。円弧以外の曲線については、検討すべき課題も多く稿を改めて報告したい。

6．参考文献

1)水戸，小田：“区分化主成分近似による2値画像からの線分の自動抽出”，第3回情報処理学会九州支部研究会(1989)

2)水戸，小井手，久保：“曲線方程式あてはめ法による円弧の認識について”，情報処理学会第40回全国大会No. 5E-6 (1990)

3)水戸，小井手，久保：“2値化線画像からの円弧の認識”，西日本工大紀要理工学編第20巻(1990)