3次元形状モデリングのためのATMSを用いた幾何推論

1V－4

清水 周一　沼尾 雅之
日本アイ・ビー・エム株式会社 東京基礎研究所

1 はじめに

3次元形状モデリングにおいて、設計者が形状を定義するときに考えることは、第一に最終形状の位相的な構造であり、第二に寸法線に表される距離や角度の幾何的な制約である。これが形状を作るときの設計意図である。計算機が設計意図をもとに、詳細な幾何データの計算を行なうことができれば、設計者は設計の創造的な面に集中することができる。

我々は、この構造的関係や寸法を制約と捉えて、幾何制約により形状を計算するための幾何推論システムを開発した[1, 2]。このシステムでは、ATMS(Assumption-based Truth Maintenance System)[4] の推論能力に着目し、制約の伝播によって、頂点の座標や面の法線などの幾何属性を計算する。制約の伝播は、ATMS により動的に方向づけられる。この伝播の向きは、幾何属性の依存関係を表わしており、これにより属性値計算の順序が決まる。したがって、一部の寸法（制約）が変更されたような場合にも、必要最小限の再計算で形状を更新することができる。また、ATMS により制約過剰（矛盾）の状況も検出し、それを解消するための取り消しの候補を提示することができる。

2 幾何制約に基づく形状モデル

3次元形状モデルの記述には、図1に示すように階層的な表現を用いる。この表現方法では、位相的な構造を表すために、形状特徴 [5] を導入している。形状特徴は「切り欠き」、「溝」、「貫通穴」といった3次元形状の構成単位であり、本来、設計や加工などにおいて意味のある単位として使われているため、設計者にとって構造を考えやすい特徴である。形状特徴は、さらに、特徴内部の位相によって角柱や円筒などの基本立体に分類される。基本立体は、面、稜線、頂点といった幾何要素で構成される。基本立体のサイズと位置は、それを構成する幾何要素の属性、例えば、面の法線や頂点の座標がわかれば一意に決まる。

形状モデルを記述するするために用いる幾何制約は、以下の3種類である。

ATMS-Based Geometric Reasoning for 3D Modeling
Shuichi SHIMIZU, Masayuki NUMAO
IBM Research, Tokyo Research Laboratory

(1) **位相制約**　基本立体の位相構造を定義する制約で、幾何要素の接続関係を表す。例えば、ある頂点がある稜線上にあるといった関係で定義される。

(2) **構造制約**　基本立体に形状特徴としての意味を与える制約である。溝、角穴、切り欠きなどの形状特徴は、単体ではどれも角柱としての位相構造を持つ。この基本立体に他との接続関係を与えて、互いに異なる形状特徴として区別する [3]。例えば、4角柱の上面と下面が、ベースとなる形状の2面と一致していれば貫通した角穴となるし、各々3面が一致していれば溝となる。

(3) **寸法制約**　基本立体の具体的なサイズと位置を決定するために、幾何要素間に与える距離や角度である。図面上の寸法線に対応する。

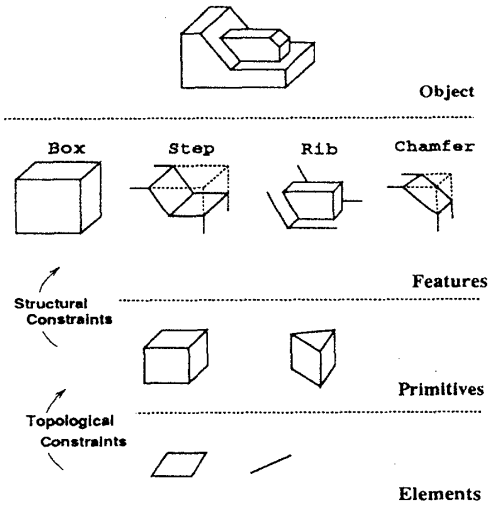

図 1: Hierarchy of 3D objects

3 ATMS を用いた幾何制約の表現

(1) **ノード**　座標や法線など、幾何要素の属性値をATMS のノードとして表現する。各ノードは、それが有効ならラベルを持つ。ラベルは、環境の集合であり、さらに環境は次項で述べる仮説の集合である。ラベルを持つノードは、それを構成する環境において成立する。

(2) **仮説**　距離や角度など、幾何制約の値をATMSの仮説として表現する。したがって、幾何属性ノードのラベルは、属性を計算するために必要であった制約値の組合せを表すことになる。

(3) **クラス**　幾何要素および幾何制約をATMSのクラスとして表現する。一般に、クラスは変数を、ノードは変数の値を表している。幾何要素クラスがただ一つの有効な属性値ノードを持てば、幾何要素の属性が一意に決定したことになる。有効なノードを持たなければ未定であり、2つ以上の有効なノードを持てば、制約が過剰で競合していることがわかる。過剰だが冗長である場合には、有効な属性値ノードはただ一つである。ただし、このノードはラベルとして複数の環境を持ち、複数の制約の組合せからその値が計算できることを示している。このようにして、制約が不足、必要十分、冗長、競合のいずれであるかを判別できる。

(4) **正当化式**　幾何制約によって幾何要素が関係づけられたとき、その属性値の依存関係を正当化式で表現する。正当化式は次項のクラス・コンシューマによって自動的に発行される。

(5) **クラス・コンシューマ**　幾何制約クラスと幾何要素クラスの局所的依存関係をクラス・コンシューマで表現する。クラス・コンシューマは、前提部と結論部を持ち、また、前提部から結論部への属性の計算式も持つ。

4　ATMSを用いた幾何制約の伝播

形状特徴が選択された際に基本立体の種類は決まる。位相制約は、したがって、交わる2面からその稜線が計算できるといった導出形に展開できる。一般に、位相制約のクラス・コンシューマは以下の形式をとる。

$$\text{幾何要素, 幾何要素, ...} \quad \mapsto \quad \text{[幾何要素: 属性]}$$

交わる2面の例は、次のようになる。

$$f_0,\ f_1 \quad \mapsto \quad [e_4\text{: } line]$$

ここで、f_0、f_1は基本立体の面クラスを表す。右辺は、稜線クラスe_4に直線の方程式（$line$）を計算し属性値ノードとして与えることを表す。左辺の面クラスが両方、有効な属性値ノード$\langle plane_0\rangle$、$\langle plane_1\rangle$を持つ、すなわち、面の方程式が決まれば、右辺の稜線クラスの属性を計算して、次の正当化式を発行する。

$$\langle plane_0\rangle,\ \langle plane_1\rangle \quad \Rightarrow \quad \langle line_4\rangle$$

ここで、$\langle line_4\rangle$は右辺の面の方程式から計算されたクラスe_4の属性ノードである。正当化式は、このように、属性ノード間の局所的な依存関係を表現している。ATMSは正当化式をもとにラベルの計算を行なう。この例において、左辺のノードのラベルがそれぞれ$\{\{A\},\{B,C\}\}$、$\{\{D\}\}$であったとすると、右辺のノードには、直積をとって$\{\{A,D\},\{B,C,D\}\}$が付加される。ここで、A,B,C,Dは仮説である。

位相制約はもともと冗長である[3]。ここで、ATMSがどのようにして冗長性による無限ループを回避するか説明する。先の例での面f_0は、それが含む2稜線の方程式をもとに属性を計算することができる。次のクラス・コンシューマはその導出形を表す。

$$e_2,\ e_4 \quad \mapsto \quad [f_0\text{: } plane]$$

先のコンシューマではf_0がe_4を決めるための要因であったのに対して、このコンシューマでは逆になっている。つまり、この2つのコンシューマは循環している。後者は、クラスe_2に属性ノード$\langle line_2\rangle$があれば、

$$\langle line_2\rangle,\ \langle line_4\rangle \quad \Rightarrow \quad \langle plane_0\rangle$$

を発行する。しかしながら、ATMSはラベルを最小に保つので、右辺のノードのラベルが更新されることはない。すなわち、ラベルを構成する各々の環境は、他のどの環境の部分集合でもなく、最小となっている。この例では、左辺の第2項がラベルとして$\{\{A,D\},\{B,C,D\}\}$を持っているので、より小さいラベル$\{\{A\},\{B,C\}\}$を持つ右辺のノードは更新されない。ラベルが更新されなければ、ATMSによる伝播は止まる。このようにして、循環する依存関係は、ATMSのラベル更新アルゴリズムにより自動的に回避される。

2項関係である構造および寸法制約は、次のクラス・コンシューマで表現される。

$$\text{幾何制約, 幾何要素} \quad \mapsto \quad \text{[幾何要素: 属性]}$$

例えば、2面f_0、f_2の間に距離dが与えられると、システムは次の2つの双方向コンシューマを生成する。

$$d,\ f_0 \quad \mapsto \quad [f_2\text{: } plane]$$
$$d,\ f_2 \quad \mapsto \quad [f_0\text{: } plane]$$

双方向性による無限ループは、先と同様にラベルの最小性によって回避される。

このように、制約の伝播は、ラベルの更新処理として実現されている。ラベル更新と同時に幾何要素の属性値を計算すれば、基本立体のサイズと位置がきまり、したがって3次元モデルの最終形状が決まる。

参考文献

[1] K.Shimada et al., "Constraint-Based Object Description for Product Modeling," *Proc.of CAPE'89*, 1989.

[2] S.Shimizu et al., "An ATMS-Based Geometric Constraint Solver for 3D CAD," *Proc. of TAI'91*, 1991.

[3] 沼尾他, "幾何制約にもとづく3次元形状設計システム," 人工知能学会全国大会'92, 1992.

[4] J.deKleer, "An Assumption-Based Truth Maintenance System," *Artificial Intelligence*, Vol. 28, 1986.

[5] J.R.Dixon et al., "Expert Systems for Mechanical Design: Examples of Symbolic Representation of Design Geometries," *Engineering in Computers*, Vol. 2, Springer-Verlag, 1987.