遺伝的アルゴリズムの最適解探索能力に関する評価

6N−2

— GA と SA の比較 —

仙石 浩明　　吉原 郁夫
(株) 日立製作所 システム開発研究所

1 はじめに

前回報告した遺伝的アルゴリズム (GA) による、巡回セールスマン問題 (TSP) の解法 [1] の評価を行う。評価は、局所最適解から脱出するアルゴリズムとして代表的なシミュレーティッドアニーリング (SA) 法と、最適解への収束頻度で比較することにより行う。実験には、最適解が既知である四つの問題を用いる。そのうち二つは今回提案する問題である。一つは最適解が極めて多く存在する問題であり、他方は最適解がごくわずかしか存在しないものである。

2 GA と SA

2.1 良い突然変異に限定した GA による解法 [1]

一般的な GA では、交差と淘汰によって解を改善し、突然変異によって局所最小解から脱出するが、我々が提案した GA[1] では突然変異で解を改善し、交差で局所最小解から脱出させる。以下でいう GA は、この提案法のことを指す。

突然変異は、部分経路を逆順にすることにより行う。「良い突然変異」とは、突然変異を行った結果、解が改善したものを指し、この場合に限って突然変異を採用する。すなわち、この突然変異は逐次的改善 (2opt) と等価である。アルゴリズムを次に示す。

(1) ランダムに 2 都市を選び、c_s, c_t とする。

(2) 巡回経路 $o = c_{i_0}c_{i_1}\cdots c_{i_{n-1}}$ の都市 c_s から c_t に至る部分経路を逆順にした経路を $o' = \cdots c_{s-1}c_tc_{t-1}\cdots c_sc_{t+1}\cdots$ とする。

(3) $|o| > |o'|$ の場合、解 o を解 o' で置き換える。ただし $|o|$ は o の経路長を表す。

(4) 操作 (1) から (3) を M_i 回繰り返す。

交差は、ランダムに都市を一つ選び、二つの親個体においてその選ばれた都市からの部分巡回経路を組み合わせて、子個体を生成する。局所最小解に陥った二個体の、良い部分経路を組み合わすと、最適解へ至る個体が生成されることがある。なお、親個体は個体集合から取り除かないので、結果として増殖が行われる。

淘汰は、初期収束を回避するために、経路長が同じ個体を削除する。次に削除した個体が全体の 3 割に達するまで、経路長が長い個体から順に削除する。

2.2 シミュレーティッドアニーリング

SA 法では GA と同じく 2opt を用いて解を改善する。ただし、経路長が長くなる場合であっても、確率的に部分経路を逆順にする。$\Delta E = |o| - |o'|$ とすると、逆順にする確率 p は次式で与えられる。

$$p = \begin{cases} 1 & (\Delta E \geq 0) \\ 2/(1+e^{-\frac{\Delta E}{kT}}) & (\Delta E < 0) \end{cases}$$

ここで T は温度であり、2opt の反復回数を i とした時、$\frac{1}{kT} = \frac{i}{c}$ (ただし c は定数) とした。

GA は多点探索である。そこで、SA 法の多点探索版 SA* を考える。すなわち、p 個の SA プロセスを並列実行し、任意の時点において最も良い解をその時点における SA* の解とする。

3 ベンチマーク問題

次にあげる 4 つの TSP (32 都市の最短巡回経路を求める) を用いてアルゴリズムの比較評価を行う。いずれも最適解が既知であるので、評価は最適解への到達頻度によって測ることが出来る。

- 32 都市を、2 次元ユークリッド空間上に、ランダムに配置した問題。最適解は、別途しらみつぶし法により調べた。
- 二重円問題 [2] : 二重同心円の内側の円と外側の円にそれぞれ 16 都市づつ均等に配置し、外側の都市と中心を結ぶ線上に内側の都市が乗るようにする。半径比を 0.784 とした。
- 超立方体問題 : 5 次元ユークリッド空間上の超立方体の各頂点に都市を配置。
- 超直方体問題 : 5 次元ユークリッド空間上の超直方体の各頂点に都市を配置。

今回提案する、超立方体問題および超直方体問題について次に説明する。

An Evaluation of Optimizing Capability of Genetic Algorithm — GA vs SA —
Hiroaki SENGOKU, Ikuo YOSHIHARA
Systems Development Lab., Hitachi Ltd.

表 1: 実験結果

	ランダム配置				二重円問題				超立方体問題				超直方体問題			
	%	v	i	t	%	v	i	t	%	v	i	t	%	v	i	t
GA	100	4.503	59	4	88	4.519	113	9	100	32.00	40	3	91	33.51	159	12
SA	21	4.572	309	34	91	4.518	244	21	100	32.00	18	2	0	34.05	94	1556
$SA*$	100	4.502	91	8	100	4.512	87	7	100	32.00	23	2	14	33.62	111	35

%: 100 試行中最適解を発見した回数, v: 最良解, i: 世代数, t: CPU 時間 [秒], 打ち切り世代数: 500

3.1 超立方体問題

問題 1 (超立方体) m 次元ユークリッド距離空間上の超立方体の各頂点に都市を配置する。重複することなく全ての都市を巡回する閉路のうち、長さが最小のものを求める。

都市数は 2^m であり、超立方体の辺のみを通って巡回する閉路が存在する。したがって、超立方体の一辺の長さを 1 とすれば閉路の長さの最小値は 2^m である。

超立方体問題は最適解の数が極めて多い。最適解は解空間にまんべんなく分布しているので、解空間の一部を探索するだけで最適解を発見する事が可能である。そこで、最適解の数を減らした問題を提案する。

3.2 超直方体問題

問題 2 (超直方体) m 次元ユークリッド空間上の超直方体の各頂点に都市を配置する。ただし、その座標は、

$$(x_0, x_1, \ldots, x_{m-1}), \quad x_i \in \{0, 1 + b \times i\}$$

であるとする。b は $b > 0$ を満たす定数である。この時、重複することなく全ての都市を巡回する閉路のうち、長さが最小のものを求める。

超立方体問題と同じく、超直方体問題でも、最短巡回経路は直方体の辺のみを通る経路であるが、長い辺ほど通る回数が少ないような巡回経路である必要がある。k 次元直方体においては、各辺は高々 2^{k-1} 回しか通る事が出来ない。したがって、最短巡回経路である十分条件は次のようになる。この条件を満たす経路は存在するので、必要十分である。

> 長さ $1 + b \times i$ の辺は、2^{m-i-1} 回通り ($i = 0, 1, \ldots, m-2$)、長さ $1 + b \times (m-1)$ の辺は、2 回通る。

超直方体問題では、この条件を満たすもののみが最適解になるので、最適化の個数は超立方体問題に比べて大幅に減る。したがって、SA 法の様に探索点が唯一つしかないような方法では、局所最小解 (各辺の通過回数の条件を満たしていない解) に陥って、最適解に到達しない場合が多くなると予想される。

4 実験結果

3 章で述べた問題を GA, SA, SA* で解く。GA において個体数を 100, 一世代あたり 30% の個体を淘汰し、20% の個体に対して 2opt を行う。$M_i = 96$ とした。詳細は文献 [1] 参照。SA および SA* に関しては、GA と計算量がほぼ等しくなるように配慮した。つまり SA では、GA と同じ 2opt の 20 回繰り返しを一世代として計算し、SA* では、$p = 20$ 個の SA プロセスを並列して走らせ、2opt 一回を一世代とした。SA, SA* の定数 c は、何回かの予備実験の後、最適と思われる値を選び、SA において $c = 40$, SA* において $c = 2$ とした。超直方体問題において、$b = 0.05$ とした。

100 回の試行結果を表 1 に示す。% は、100 回中何回最適解を発見したかを表す。また、v, i, t は最良解, 最良解を発見するまでに要した世代数, 一試行に要した CPU 時間 [秒], それぞれの平均を表す。

超立方体問題と二重円問題は、3 手法とも高い頻度で最適解に到達した。これは両問題が、2opt でも局所最小解に陥りにくいことを示している。ランダム配置では SA のみ最適解に到達する回数が少ない。これは SA が一点探索であり、探索の初期の状態によって、最適解に到達するか否かがある程度決まってしまうためであろう。超直方体問題では SA, SA* ともに最適解到達頻度が低い。この事から GA は、SA* では脱出できない局所最小解からも脱出できることが分かる。

5 おわりに

前回報告した GA による TSP の解法 [1] の評価を、局所最小解から脱出する能力という観点から、SA 法と比較することにより行った。その結果、GA は SA と同程度の能力を示し、特に難易度が高い問題と思われる超直方体問題においては SA や、SA の多点探索版より高い頻度で最適解に到達した。

参考文献

[1] 仙石, 吉原, 遺伝的アルゴリズムによる *TSP* の高速解法, 情報処理学会第 46 回全国大会 8D-4 (1993)

[2] 山村, 小野, 小林, 形質の遺伝を重視した遺伝的アルゴリズムに基づく巡回セールスマン問題の解法, 人工知能学会誌 Vol.7, No.6 (1992)