2T－3

ファジィ推論とニューラルネットワークの関係について

上原 清彦
(株) 東芝 関西研究所

1. まえがき

ファジィ推論は、ニューラルネットワークと融合することにより高機能な制御やモデリング手法として様々な検討がなされてきた。

本稿では、多段ファジィ推論と多層パーセプトロン(MLP)との構造上および機能上に於ける対応関係 [1]-[3] を通して、ファジィ推論とニューラルネットワークの関係について議論する。ここでは、特にファジィ推論を α-レベル集合により表現した上で議論を進める。

2. 言語的真理値の伝播による多段ファジィ推論

本稿では、次の形態の多段ファジィ推論を対象とする。

$$
\text{条件:命題}\begin{bmatrix} A_1^1 \to B_1^1 \\ A_2^1 \to B_2^1 \\ \vdots \\ A_{n_1}^1 \to B_{n_1}^1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} A_1^2 \to B_1^2 \\ A_2^2 \to B_2^2 \\ \vdots \\ A_{n_2}^2 \to B_{n_2}^2 \end{bmatrix} \cdots \Rightarrow \begin{bmatrix} A_1^m \to B_1^m \\ A_2^m \to B_2^m \\ \vdots \\ A_{n_m}^m \to B_{n_m}^m \end{bmatrix}
$$

事実: $\tilde{A}^1$

結論: $\tilde{B}^m$

ここで、"$A_j^i \to B_j^i$" は "If x_{i-1} is A_j^i then x_i is B_j^i" を意味し、各段の推論は直接法による。また、"$\Rightarrow$" は、第 i 段の各推論結果 $\tilde{B}_j^i$ を統合して得られる $\tilde{B}^i$ を第 $(i+1)$ 段へ入力することを表す。以下、ファジィ集合 $A_j^i, B_j^i, \tilde{A}_j^i, \tilde{B}_j^i$ を、それぞれメンバーシップ関数 $\mu_{A_j^i}(u_{i-1})$, $\mu_{B_j^i}(u_i)$, $\mu_{\tilde{A}_j^i}(u_{i-1})$, $\mu_{\tilde{B}_j^i}(u_i)$ で定義する。

このような多段ファジィ推論は、A_j^i を正規なファジィ集合とし、上記の統合を max 演算 $\vee$ による論理和で行うと、次式のように言語的真理値の伝播によって表現可能である [1]。

$$\tau_{A_j^1}(a) = \sup_{u_0=\mu_{A_j^1}^{-1}(a)} \mu_{\tilde{A}_j^1}(u_0) \tag{1a}$$

$$\tau_{B_j^i}(b) = \sup_a \{\tau_{A_j^i}(a) \circled{t} \rho_j^i(a,b)\} \tag{1b}$$

$$\tau_{A_k^{i+1}}(a) = \bigvee_j \tau_{B_j^i}(\tau_{b_{jk}^i}(a)) \tag{1c}$$

$$\mu_{\tilde{B}^m}(u_m) = \bigvee_j \tau_{B_j^m}(\mu_{B_j^m}(u_m)) \tag{1d}$$

ここで、ⓣ は、t-ノルムを表し、$\rho_j^i(a,b)$ はファジィ関係を真理値空間上で特徴づける関数である。また、$\tau_{A_j^i}(a), \tau_{B_j^i}(b)$, $\tau_{b_{jk}^i}(a)$ は言語的真理値を与えるメンバーシップ関数である。$\tau_{b_{jk}^i}(a)$ は、各段の隣接する条件命題に於けるファジィ集合間の類似度を与え、ここではこれを言語的類似度と呼ぶことにする。これは、$\tau_{B_j^i}(b)$ が非減少関数の場合、次式で与えられる [1]。

$$\tau_{b_{jk}^i}(a) = \sup_{u_i=\mu_{A_k^{i+1}}^{-1}(a)} \mu_{B_j^i}(u_i) \tag{2}$$

ここでは簡単のため、全てのファジィ集合を正規な凸ファジィ集合とする。この場合、上記の言語的真理値も全て正規な凸ファジィ集合になる。

3. ファジィ推論とニューラルネットワークに於ける構造的関係

多段ファジィ推論を前述のように言語的真理値の伝播で表現した場合、MLPとの構造的関係が以下に示すように明確となる。

i) 多段ファジィ推論に於ける A_j^1, B_k^m は、それぞれMLPに於ける入力層、出力層でのシナプス荷重に対応する。また、多段ファジィ推論の中間段における $\tau_{b_{jk}^i}(a)$ が与える言語的真理値 $T_{b_{jk}^i}$ は、MLPの中間層に於けるシナプス荷重に対応する。また、式(1c), (1d) の各項の演算は、MLPに於けるニューロン出力とシナプス荷重の積に対応する。

ii) 式 (1c), (1d) で与えられる推論結果の統合演算は、MLPに於けるニューロン入力の加算に対応する。

iii) 多段ファジィ推論の式 (1b) による合成は、MLPに於けるニューロンの非線形関数に対応する。

上述の議論では、ファジィ推論を多段に接続した場合とMLPとの対応を考えているが、相互結合型のニューラルネットワーク等との対応に於いても同様のことが言える。

4. ファジィ推論とニューラルネットワークに於ける機能的関係

4.1 α-レベル集合に基づく多段ファジィ推論

分解原理によれば、ファジィ集合は一般に α-レベル集合の集合族で表現可能である。更に、ファジィ推論は、合成演算に sup-min 合成を用いた場合、α-レベル集合毎に推論演算が実行できることが証明されている [4]。こ

Relationship between Fuzzy Inference and Neural Networks

Kiyohiko Uehara
Toshiba Kansai Research Laboratory
6-26, Motoyama-minami-cho, 8-chome, Higashinada-ku, Kobe 658, Japan

の性質を利用して、多段ファジィ推論に於ける各段の推論演算について議論する。

ファジィ関係が t- ノルムで与えられ、合成演算を sup-min 合成で行なう場合、式 (1b) は α- レベル集合により次式で実行することができる。

$$\tau_{B^i_j}(b)_\alpha = \sup_a\{\tau_{A^i_j}(a)_\alpha \wedge \rho^i_j(a,b)_\alpha\} \tag{3}$$

ここで、$\wedge$ は min 演算を表し、$\tau_{B^i_j}(b)_\alpha, \tau_{A^i_j}(a)_\alpha, \rho^i_j(a,b)_\alpha$ はそれぞれ $\tau_{B^i_j}(b), \tau_{A^i_j}(a), \rho^i_j(a,b)$ をメンバーシップ関数とするファジィ集合の α- レベル集合を与えるメンバーシップ関数である。

ファジィ集合 $T_{b^i_{jk}}$ の α- レベル集合 $T_{b^i_{jk}\alpha}$ が閉区間 $[a^{\ell i}_{jk\alpha}, a^{ri}_{jk\alpha}]$ で与えられるとすると、式 (1c), (3) から次式が導ける [4]。

$$\tilde{\alpha}^{i+1}_k = \bigvee_j \beta^i_{jk} \cdot a^{ri}_{jk\alpha} \tag{4}$$

$$\tau_{B^{i+1}_k}(b) = \rho^{i+1}_k(\tilde{\alpha}^{i+1}_k, b) \tag{5}$$

$$\tilde{\beta}^{i+1}_k = \begin{cases} \rho^{i+1}_k(\tilde{\alpha}^{i+1}_k, \alpha)^{-1}, & \tilde{\alpha}^{i+1}_k \geq \alpha \\ \phi, & \tilde{\alpha}^{i+1}_k < \alpha, \end{cases} \tag{6}$$

ここで、$\rho^{i+1}_k(\tilde{\alpha}^{i+1}_k, \alpha)^{-1}$ は $\rho^{i+1}_k(\tilde{\alpha}^{i+1}_k, b)$ の b に対する逆関数を意味する。$\tilde{\beta}^{i+1}_k$ の値により、$\tau_{b^i_{kl}}(a)$ の形状に応じて β^{i+1}_{kl} の値が非線形に与えられる。すなわち、

$$\beta^{i+1}_{kl} = a^{r(i+1)}_{kl\beta} / a^{r(i+1)}_{kl\alpha}, \quad \beta = \tilde{\beta}^{i+1}_k \tag{7}$$

4.2 言語的類似度とシナプス荷重

式 (6) より、推論結果に対しては $T_{b^i_{jk}}$ に於いて $a^{ri}_{jk\alpha}$ のみが影響を与えることが明確となる。これは、$a^{ri}_{jk\alpha}$ のみで構成される真理値が各段の結合を支配していると言うことができる。

ここで、$T_{b^i_{jk}}$ に対し α- レベル集合の概念を用いて次のような解釈を与える。すなわち、α- レベル集合 $T_{b^i_{jk}\alpha}$ の左端で与えられる真理値は "true" の成分であり、右端で与えられる真理値は "false" の成分と解釈する。元の真理値は、両成分の論理積 "AND" として min 演算を行なえば再構成できる。

このような解釈を用いると、多段ファジィ推論に於ける各段の結合は、"false" の真理値を基本に与えられていると考えられる。また、この値に於ける "false" の度合が小さくなるほど、式 (4) に於ける β^i_{jk} の値が大きくなる。これにより、次節で述べる合成結果の与える "true" の度合いが大きくなる。

式 (1c) で与えられる $\tau_{B^i_j}(\tau_{b^i_{jk}}(a))$ の演算は、MLP ではニューロン出力とシナプス荷重の積に相当する。これは、式 (4) によれば $a^{ri}_{jk\alpha}$ に対して非線形にゲイン β^i_{jk} を掛ける機能になっており、その非線形性は $\tau_{b^i_{jk}}(a)$ の関数形状に依存する。式 (4) に於ける $a^{ri}_{jk\alpha}$ は、前段からの $\tau_{B^i_j}(b)$ の "true" の度合の低さに応じて $a^{ri}_{jk\alpha}$ の値を "false" の方向へ近付ける演算になっている。

以上のことから、多段ファジィ推論では言語的類似度の "false" 成分が各段の結合強度を与えていることになり、これが MLP のシナプス荷重に対応している。

4.3 推論結果統合および合成とニューロン

言語的類似度の "false" 成分で表現される結合強度は前段の合成結果と演算されて、その統合結果が "false" 成分で与えられる。合成演算は、この "false" 成分を "true" 成分に変換する機能を与えている。すなわち、合成演算の出力段階では、言語的類似度に作用する前に "true" 成分の真理値に変換される。

α- レベル集合に着目すると、この "true" 成分に変換される際、"false" 成分が強いほど次段の言語的類似度との演算で "false" 成分を強める作用を与える。すなわち、式 (7) が示すように "false" 成分が強いほど上位の α- レベル集合が割り当てられるため、言語的類似度の凸性から "false" 成分を強めることになる。これは、式 (4) に於ける β^i_{jk} の値を小さくすることに相当する。

式 (4) に於ける max 演算は、ニューロン出力とシナプス荷重の積を加算する演算に対応する。これはニューロン出力とシナプス荷重の相互の作用を統合する機能である。多段ファジィ推論の場合、上述の "false" 成分の統合化に際し、$\beta^i_{jk} \cdot \alpha^{ri}_{jk\alpha}$ が各レベル α 毎に相互作用する形態となる。

合成演算部では、$\rho(a, 1)$ が非減少関数としてシグモイド関数のようなしきい値的機能を持たせることが可能である。この機能に適応性を持たせると、"true" に活性化する度合を制御できる [2]。MLPでは、シナプス荷重の大きさが基本的に任意の値を取り得るため、これによりニューロンに於ける活性化の度合が制御される。

5. むすび

本稿では、多段ファジィ推論とMLPに於ける構造上、機能上の関係を示すことにより、ファジィ推論の構成素子とニューラルネットワーク構成素子の間の機能的関係を示した。ここでは、多段ファジィ推論を言語的真理値の伝播により定式化し、更に α- レベル集合毎の演算により表現して議論した。本稿で示した関係が、両者の効果的な融合に活用されることが期待される。

参考文献

[1] K.Uehara,et al.:IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol.1, no.3, 1993.

[2] 上原, 他:1992 年電子情報通信学会春季全大 論文集, D-206.

[3] 上原, 他:1992 年電子情報通信学会秋季全大 論文集, D-90.

[4] K.Uehara, et al.:IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol.1, no.2, pp.111-124, 1993.

[5] 水本: 第 6 回ファジィシステムシンポジウム,pp.435-440,1990.

[6] H.Ichihashi:Proc. of IFSA'91,Vol.of Engi.,pp.49-52,1991.