3 次元面上におけるストリームラインの均等配置

茅 暁陽[†] 東田秀憲[†]
畑中雄二[†] 今宮淳美[†]

ストリームライン法を用いてベクトル場を可視化する場合，ストリームラインの密度は重要な視覚的要素の 1 つである．本論文は，2 次元流れ場においてストリームラインを自動的に均等配置する Turk らの方法と Jobard らの方法を，それぞれ 3 次元境界適合格子に向けて拡張し，3 次元面上におけるストリームラインの均等配置法を 2 種類提案した．さらに，両提案手法の画質と実行時間に関する比較実験を行い，それぞれの特徴を明らかにした．両手法の最大の特徴は，均等配置だけでなく，ストリームラインの局所密度の意図的な自動制御も可能にした点にある．

Placement of Evenly-Spaced Streamlines on Curvilinear Grid Surfaces

Xiaoyan Mao,[†] Hidenori Higashida,[†] Yuji Hatanaka[†]
and Atsumi Imamiya[†]

The success of using streamline technique for visualizing a vector field depends largely on the choosing of adequate seed points. Turk and Banks developed a technique for automatically placing seed points to achieve a uniform distribution of streamlines on a 2D vector field. Their method uses an energy function calculated from the low-pass filtered streamline image to quantitatively measure the quality of streamline distribution. Optimization of distribution is realized by successively applying operations to streamlines to minimize the energy function. Jobard and Lefer proposed another faster 2D algorithm by creating streamlines successively under the constraints that the distance between the newly created streamline and any of the existing streamlines is not closer than a given contant. This paper proposes a new technique for creating evenly distributed streamlines on 3D parametric surfaces found in curvilinear grids. We make use of existing 2D algorithms by first mapping the vectors on a 3D surface into the 2D computational space of the curvilinear grid. To take into the consideration mapping distortion caused by the uneven grid density in a curvilinear grid, both Turk's approach and Jobard's approach are extended for guiding the placement of streamlines in the computational space with the desired local densities.

1. はじめに

理工学分野の諸問題に遍く登場するベクトル場を視覚的に解析する目的で，これまでにも位相をベースとするもの[1)]からテクスチャを用いるもの[2)]まで，種々の専用可視化技法が提案されてきている．それにもかかわらず，ストリームライン法は，その直感性と簡便さから，依然として最も広く利用されている可視化技法の 1 つである．ストリームラインとは，各点の接線がその点でのベクトルの方向と一致する曲線のことであり，指定された出発点（シードポイント：seed point）からベクトルを順に積分していくことによって計算される[1)]．ストリームライン法を用いてベクトル場を効果的に可視化できるかどうかは，このシードポイントの選択に大きく依存する．ところが従来の研究の対象は，主としてストリームラインの積分をいかに高速にかつ正確に計算するかに向けられ，効果的な可視化を行うためのシードポイントの自動選択法は開発されていなかった．一方，ストリームライン画像の最も重要な視覚的要素に，ストリームラインの配置密度がある．混み過ぎるストリームラインはクラッタリング（cluttering）とよばれるアーティファクトを引き起こし，一方，描かれない部分が生じればその部分の流れの情報が分からなくなるため，ストリームラインの分布は通常，ベクトル場全体にわたって均等に配置されていることが望まれる．また，ベクトルの大きさやその他の物理量に合わせて，ストリームラインの密度を意図的に制御する操作も効果的である．こうした背景から，Turk らは，SIGGRAPH 96 で 2 次元

† 山梨大学工学部コンピュータ・メディア工学科
Department of Computer and Media Engineering, Yamanashi University

のベクトル場に対して自動的にストリームラインを均等配置する手法を提案した[3]．彼らの方法は，ローパスフィルタリングをほどこしたストリームライン画像から計算されるエネルギー関数の最適化問題を解くことにより，ストリームラインの均等配置を実現している．Turk らのエネルギー計測法では高品質な画像が得られる一方で，多くの場合最適化プロセスの収束が遅く，多大な計算時間を要する問題点が指摘されていた．そこで，2 次元流れ場におけるストリームラインのより高速な均等配置法として，Jobard らは，既存のストリームラインとの距離がある許容最小距離より小さくならないように，ストリームラインを 1 本ずつ逐次的に生成していく方法を提案した[4]．本論文では，Turk らの手法と Jobard らの手法をそれぞれ拡張し，境界適合格子で表されている 3 次元面上の流れ場におけるストリームラインの均等配置法および密度制御法を提案する．3 次元物体の周囲あるいは表面近くの流れ場の数値シミュレーションは，さまざまな分野で重要視されている．たとえば，航空宇宙工学や船舶工学の分野では，機体や船体表面近くの流れは科学技術者にとって最も興味ある対象である．境界適合格子（curvilinear grid）は，正規格子（regular grid）をオブジェクト形状に合わせて変形させたものと見なせる[5]．実際の計算は正規格子の側で行われることから，そちらを計算空間とよび，変形後の格子を物理空間とよぶことにする．我々の拡張方針は，文献 6) で提案された 2 次元の線積分畳み込みアルゴリズムを 3 次元の境界適合格子曲面に拡張する手法と同一である．まず，3 次元の境界適合格子曲面上のベクトルを 2 次元計算空間にマッピングし，拡張した 2 次元アルゴリズムを適用して，望ましい密度分布のストリームライン群を得た後，それを 3 次元物理空間に逆マッピングするものである[7),8)]．

しかしながら，ほとんどの境界適合格子では，格子密度や格子のアスペクト比が著しく変化するため，計算空間で均一に配置されたストリームラインを物理空間に戻してもその性質が保たれるとは限らない．この問題を回避するために，逆変換後に均一な配置が保証されるように，むしろ計算空間上で格子密度や格子のアスペクト比を考慮して事前に歪めておく必要がある．計算空間でのストリームラインの密度を効率的に制御するために，本論文ではローパスフィルタリングをほどこさず，元のストリームライン画像から直接エネルギー計測を行う，またはストリームライン上のサンプル点でストリームライン間の距離を制御する楕円領域を配置する新しい手法を提案する．

次章以降，本論文は以下のように構成されている．まず次章で，2 次元流れ場における均等配置法として Turk らにより提案されたエネルギー計測法と Jobard らにより提案された距離計測法を紹介した後，3 章で彼らの手法の拡張による 3 次元境界適合格子におけるストリームライン均等配置の手順を概観する．4 章と 5 章では，それぞれ Turk らの方法と Jobard らの方法の拡張による計算空間でのストリームライン密度制御法を詳述し，拡張されたストリームライン均等配置アルゴリズムを示す．6 章では，3 種類の数値流体力学データを用いて提案手法の効果を検証し，さらに，実験的に両提案手法の画質と計算速度を比較し，両手法の特徴を明らかにする．7 章は本論文のまとめである．

2. 2 次元ベクトル場におけるストリームラインの均等配置法

SIGGRAPH96 で Turk らが提案した 2 次元ベクトル場におけるストリームラインの均等配置法は，ローパスフィルタに通した後のストリーム画像をもとに，ストリームラインが均等に配置されているかどうかを定量的に評価する[3]．ストリームラインが通過する画素を黒，その他の画素を白として，2 次元ベクトル場に描かれたストリームラインをスキャンコンバージョンして得られた 2 値画像を，ここではストリームライン画像とよぶことにする．**図 1** に示すように，ス

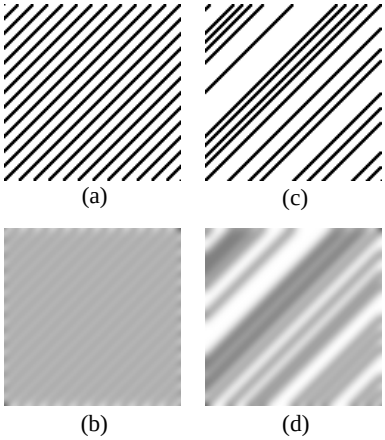


図 1 ストリームライン画像に対するローパスフィルタの効果：(a) 均等に配置されたストリームライン，(b) 画像 (a) をローパスフィルタリングした結果，(c) 均等に配置されていないストリームライン，(d) 画像 (c) をローパスフィルタリングした結果

Fig. 1 Effects of lowpass filtering of streamline images: (a) Evenly-spaced streamlines, (b) Lowpass-filtering of image (a), (c) Unevenly-spaced streamlines, (d) Lowpass-filtering of image (c).

トリームラインが均等に配置されているストリームライン画像（図1(a)）にローパスフィルタをかけると，ほぼ一様なグレー画像（図1(b)）が得られる．一方，ストリームラインが均等に配置されていない場合（図1(c)）は，ローパスフィルタリングをほどこした後，ストリームラインが配置されていない領域の画素は白のまま残り，ストリームラインが混み合っている領域ではほとんどの画素が黒に近い（図1(d)）．したがって，ローパスフィルタに通した後の画像の各画素値と，与えられたあるグレー値との差の二乗の合計をとれば，ストリームラインが均等に配置されているほど，この合計は小さくなるはずである．このグレー値はローパスフィルタの特性と必要なストリームラインの密度からあらかじめ計算できる．Turk らはこの差の二乗の合計をストリームライン画像のエネルギーとよんだ．ストリームライン画像を I，ローパスフィルタを L，グレー値を t とすると，エネルギー E は次式により表される：

$$E(I) = \int_x \int_y [(L * I)(x, y) - t]^2 dxdy. \qquad (1)$$

ここで，記号 $*$ は畳み込みを表す．Turk らはローパスフィルタに下記のような中心から距離 R だけ離れたところで0になる2次元 Gaussian フィルタを用いた．

$$\begin{aligned} &L(x, y) = 2r^3 - 3r^2 + 1 \quad r < 1 \\ &L(x, y) = 0 \qquad\qquad\qquad r \geq 1 \qquad (2) \\ &r = sqrt(x^2 + y^2)/R \end{aligned}$$

ストリームラインの均等配置は，任意に配置した短いストリームラインの初期集合に対して反復的にストリームラインの移動，伸長，収縮，連結などの操作を加え，このエネルギー（式(1)）を最小化していく最適化プロセスの結果として得られる．またローパスフィルタのサイズ R を変更することによりストリームラインの密度を制御することが可能である．R を大きくするとストリームラインは疎に配置され，R を小さくするとストリームラインは密に配置される．R は目標とする均等配置されたストリームライン間の距離に設定すればよい．以上で紹介した Turk らのエネルギー計測法では，原理的に最適に均等配置されたストリームライン画像が得られるが，多くの場合最適化プロセスの収束は遅く，多大な計算時間を要してしまうことが指摘されている[4]．そこでより高速な均等配置法として，Jobard らは，既存のストリームラインとの距離がある許容最小距離より小さくならないように，ストリームラインを1本ずつ逐次的に生成していく方法を提案した[4]．**図2** に示すように，ストリームライン間の距離は，2本のストリームライン上にそれぞれサンプル点列をとり，サンプル点間の距離を求めることにより計測される．また最小許容距離を変化させることにより，ストリームラインの密度を制御することができる．許容最小距離が小さいほどストリームラインは密に配置される．

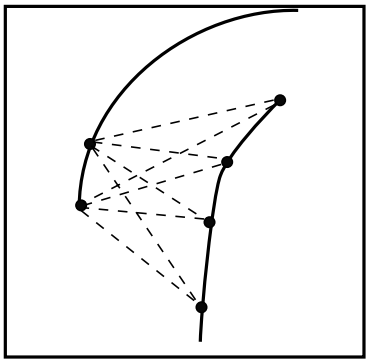
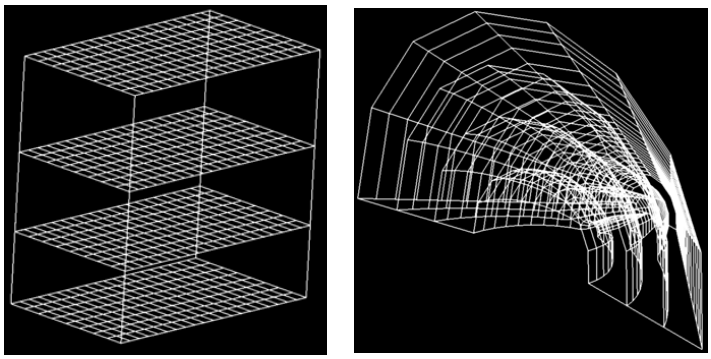


図2 Jobard らの手法におけるストリームライン間距離計測
Fig. 2 Measuring the distance between two streamlines as the distance between the sample points on the two streamlines.

3. 3次元面上におけるストリームラインの均等配置

前章で説明した Turk らの方法と Jobard らの方法は，いずれも2次元のベクトル場にしか適用できない．ハイパフォーマンス・コンピューティング技術の発展にともない，本格的な3次元シミュレーションが可能となった現在，3次元ベクトル場の可視化はすでに必要不可欠な技術となっている．ストリームラインを用いて3次元ベクトル場を可視化する場合，ベクトル場の全領域にストリームラインを描くと，多くの場合投影面上でクラッタリング現象が起き，かえって流れ場の様子が分かりにくくなるため，等値面の周辺など関心を持つ領域に限定してストリームラインを生成・表示する手法が有効であることが Max らにより指摘されている[9]．本研究では，3次元物体表面近くまたは表面に沿った流れ場の可視化を目的として，境界適合格子の一部として与えられる3次元面上の流れ場におけるストリームラインの均等配置法を提案する．物体表面近くまたは表面に沿った流れの可視化はさまざまな分野で重要視されている．たとえば，航空宇宙工学，船舶工学の分野では，古くから風洞実験においてオイル法などを利用して機体や車体表面に沿った流れ場を可視化している[10]．**図3** に示すように，境界適合格子は正規格子（図3(a)）をオブジェクト形状に合わせて変形させたもの（図3(b)）と見なせる．実際の計算は正規格子の側で行われることから，通常そちらを



(a) (b)

図 3 3 次元境界適合格子：(a) 計算空間，(b) 物理空間（データは宇宙科学研究所藤井孝蔵教授の提供による）
Fig. 3 Curvilinear grid: (a) Computational space, (b) Physical space.

計算空間（またはパラメトリック空間）とよび，変形後の格子を物理空間とよぶ．両空間の格子は 1 対 1 に対応し，その間のマッピングにはヤコビ行列が用いられる．また，境界適合格子を，物体の境界を表すスライスを最も内側とする連続スライスで構成されていると見なすこともできる．各スライスは計算空間内の対応する平面スライスをパラメータ空間とする 3 次元パラメトリック曲面でもある．通常粘性流の場合，物体の境界となるスライス上のベクトルは 0 であり，物体表面近くの流れを可視化するためには，境界に近いスライス上のベクトル場を取り出せばよい．境界適合格子で表されている 3 次元ベクトル場を物理空間から計算空間にマッピングした後，物体表面近くのあるスライスを取り出し，スライス平面に垂直なベクトル成分を取り除いた 2 次元ベクトル場を再び物理空間にマッピングすると，そのスライスをパラメータ空間とする 3 次元パラメトリック曲面に沿った流れ場が得られる．本研究では，このような境界適合格子の 1 つのスライスとしての 3 次元面上の流れ場を対象とし，以下の手順でストリームラインの均等配置を行う：

ステップ 1：3 次元のベクトル場を計算空間にマッピングする．

ステップ 2：対象とするスライスを抽出し，スライス平面に垂直なベクトル成分を取り除いた 2 次元ベクトル場を得る．

ステップ 3：計算空間上で既存の 2 次元ストリームライン均等配置法を拡張した方法を用いてストリームラインを配置する．

ステップ 4：配置されたストリームラインを物理空間にマッピングする．

図 4 は，以上の手順を NASA の FTP サイトで公開されている Blunt-fin データを用いて模式的に示したものである．

ここで計算空間は ξ，η，ζ を 3 方向とする正規直交格子とすると，物理空間の点 (x, y, z) に対するヤコビ行列 $\mathcal{J}$ は以下の式で定義される：

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{J}_\xi & \boldsymbol{J}_\eta & \boldsymbol{J}_\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \tag{3}$$

ステップ 1 の物理空間から計算空間へのベクトル場のマッピングは，式 (3) のヤコビ行列の逆行列を用いて行う．計算空間内の点 (ξ, η, ζ) におけるベクトルは以下のように計算される：

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial t} \end{bmatrix} = \mathcal{J}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} \tag{4}$$

また，ステップ 3 での計算空間から物理空間へのストリームラインのマッピングは計算空間のストリームラインを構成する 2 次元点列を 3 次元面上にマッピングすることにより実現される．各点の 3 次元座標はこの点を含む 2 次元スライスの格子の 4 つの頂点の物理空間における座標を双線形補間することにより求められる．

境界適合格子によって表現される格子密度は通常場所によって大きく異なるため，物理空間でストリームラインが均等に配置されるためには，逆変換された後の物理空間での格子密度を考慮して 2 次元計算空間上でストリームラインを配置する必要がある．すなわち計算空間上でストリームラインの配置を，物理空間で格子の密度が高い部分では疎に，逆に格子の密度が低い部分では密にそれぞれ調整する必要がある．また，物理空間における格子のアスペクト比は一定ではなく，多くの境界適合格子はひじょうに細長い格子で構成さ

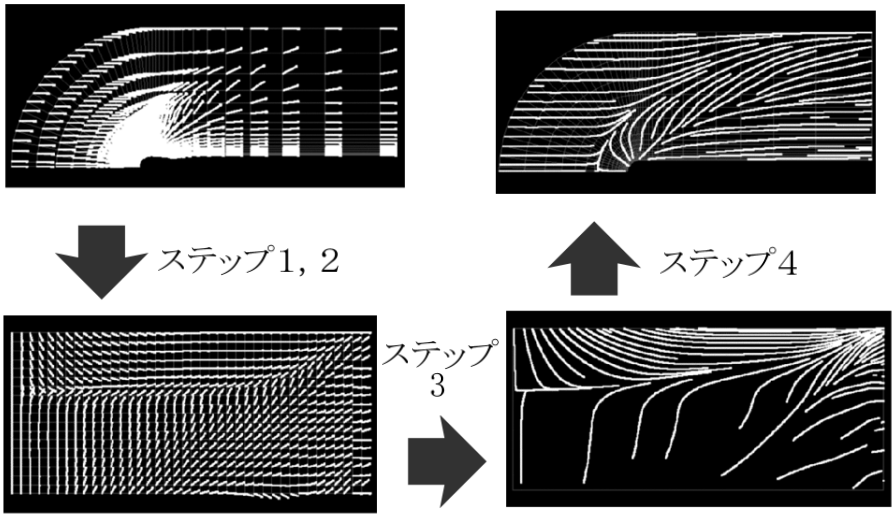


図 4　3 次元面上におけるストリームライン配置手順
Fig. 4　Procedure for placing evenly-spaced streamlines on 3D surfaces.

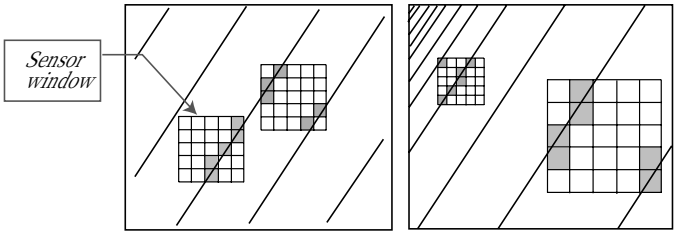
れている．このような格子に対しては，計算空間上でストリームラインの密度を方向によって変える必要がある．ξ，η，ζ の各方向における物理空間での格子密度は，式 (3) にある 3 つのベクトル $\mathcal{J}_\xi$，$\mathcal{J}_\eta$，$\mathcal{J}_\zeta$ の大きさにそれぞれ反比例する．以下，ζ 方向に垂直なスライスを対象とすると仮定する．したがって，計算空間のスライス平面上ではストリームラインの密度を ξ 方向には $\mathcal{J}_\xi$，η 方向には $\mathcal{J}_\eta$ の大きさに比例して配置する必要がある．

物理空間での格子密度を考慮して計算空間でストリームラインの密度を制御するかわりに，物理空間上でストリームラインのエネルギーを直接計測する方法も考えられるが，物理空間は曲面も含め 3 次元の面であるため，その形状に合わせてローパスフィルタを配置する必要がある．これはひじょうに困難なことであると考えられる．

続く 4 章と 5 章では，それぞれ Turk らのエネルギー計測法と Jobard らの距離計測法の拡張による計算空間でのストリームライン密度の制御方法を述べ，アルゴリズムの擬似コードを示す．

4. エネルギー計測法による計算空間でのストリームライン密度制御

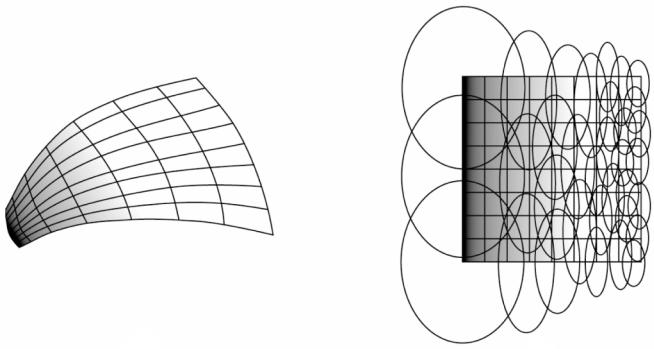
2 章で述べたように，Turk らのエネルギー計測法では，ローパスフィルタのサイズを変化させることでストリームラインの密度を制御することができる．フィルタが小さいほどストリームラインの密度は高くなる．計算空間でのストリームライン密度を物理空間での格子密度に反比例させるには，原理的にフィルタのサイズを格子密度に比例して局所的に変化させればよい．しかし，多くの境界適合格子では，異なる領域での格子密度が極端に異なる．エネルギー計測のために生成されるストリームライン画像の解像度をフィルタの解像度に合わせる必要があるため，画像サイズは巨大なものとなり，フィルタとの畳み込み処理に膨大な時間を要してしまう．そこで，我々はローパスフィルタに通した後の画像の代わりに，元のストリームライン画像から直接エネルギー計測を行う新たな手法を提案する．**図 5** (a) に示すように，ストリームラインが均等に配置されているとする．ベクトル場内の任意の位置に固定された大きさの窓領域（以後，センサウィンドウとよぶ）を選択し，ストリームラインが通過する画素を黒，通過しない画素を白として，センサウィンドウ内のストリームラインを 2 値画像にスキャンコンバージョンする．このとき，白と黒の画素数比はある定数に近くなるはずである．たとえば，図 5 (a) では，2 つのセンサウィンドウにおいて黒と白の画素数の比は同じく 0.2 である．一方，ストリームラインが均等に配置されていなければ，ストリームラインが混み合っている領域ではこの比が大きくなり，描かれていない領域では小さくなるはずである．したがって，ストリームライン画像の各所におけるこの比と指定された定数の差の合計の二乗を新しいエネルギー関数として定義し，これを用いてストリームラインが均等に配置され



(a) (b)

図 5 センサウィンドウによるエネルギー計測：(a) ストリームラインが均等に配置されている場合，(b) センサウィンドウのサイズ変更による密度制御

Fig. 5 Energy measurement by sensor windows: (a) Case with evenly-spaced streamlines, (b) Streamline density control by resizing sensor windows.



(a) (b)

図 6 Poisson Ellipse Sampling による計算空間でのセンサウインドウの配置：(a) 物理空間の格子，(b) 格子密度に比例する楕円領域の配置

Fig. 6 Placement of sensor windows in computational space using Poisson Ellipse Sampling: (a) Grid in physical space, (b) Placement of ellipses whose sizes are proportional to grid density.

ているかどうかを定量的に評価することができる．b_i, w_i をそれぞれセンサウィンドウ i 内の黒と白の画素の個数とし，C をターゲットとするストリームライン画像における黒と白の画素数比であるとすると，ストリームライン画像のエネルギー E は次式により表される：

$$E = \sum_i \left(\frac{b_i}{w_i} - C \right)^2 . \tag{5}$$

ここで，C は $1/s$ に設定される．s はセンサウィンドウ内の正方 2 値画像の 1 辺の長さである．これは，ターゲット画像において各センサウィンドウごとに約 1 本のストリームラインが通過することを意味する．

次に，図 5 (b) に示すように，ストリームラインの密度が場所により変化しているベクトル場を考える．密度の異なる 2 カ所にサイズが密度に反比例するセンサウンドウを配置する．この場合，センサウィンドウのサイズに比例して画素の大きさを決定し，2 つのセンサウィンドウを同じ画素数（図 5 (b) では 5 × 5）の 2 値画像にスキャンコンバージョンすることにより，両ウィンドウ内における白と黒の画素数の比をある定数に近づけることができる．したがって，ターゲットの局所ストリームライン密度に合わせてセンサウィンドウのサイズを決定し，各ウィンドウ内のストリームラインを同じサイズの画像にスキャンコンバージョンすれば，均等配置の場合（図 5 (a)）と同様に，式 (5) によってストリームラインの密度分布がターゲットの分布に近づいているかどうかを定量的に評価することができる．

この新しいエネルギー計測法によってストリームラインの分布を正しく評価するためには，ベクトル場のどの位置も少なくとも 1 つ以上のセンサウィンドウによって覆われていることが保証されなければならない．また時空間双方の効率から，センサウィンドウの個数はできるだけ少ないほうが望ましい．本論文では，計算空間におけるセンサウィンドウの配置に Poisson

Ellipse Sampling 法[11),12)]を用いることにする．**図 6** に示すように，同サンプリング法により，2次元計算空間はランダムに分布する点の集合にサンプリングされ，各サンプル点には他の点の存在を禁止する楕円領域が指定される．センサウィンドウは各楕円の外接矩形領域として配置される．楕円の2つの軸の長さは ξ，η 方向の格子密度に比例し，次式で計算される：

$$S_\xi = a_\xi + b_\xi \left(1 - \frac{|J_\xi| - |J_\xi|_{min}}{|J_\xi|_{max} - |J_\xi|_{min}}\right) \quad (6)$$

$$S_\eta = a_\eta + b_\eta \left(1 - \frac{|J_\eta| - |J_\eta|_{min}}{|J_\eta|_{max} - |J_\eta|_{min}}\right) \quad (7)$$

ここで J_ξ，J_η はサンプル点でのヤコビ行列の対応する列ベクトルである（式 (3) 参照）．$|J_\xi|$，$|J_\eta|$ は列ベクトルの大きさであり，物理空間での2方向の格子密度にそれぞれ反比例する．$|J_\xi|_{max}$，$|J_\xi|_{min}$，$|J_\eta|_{max}$，$|J_\eta|_{min}$ は，それぞれ $|J_\xi|$，$|J_\eta|$ の最大，最小値である．サンプル点でのヤコビ行列は，その点を含む格子の8個の格子点でのヤコビ行列を三重線形（tri-linear）補間することにより求まる．よって $|J_\xi|_{max}$，$|J_\xi|_{min}$，$|J_\eta|_{max}$，$|J_\eta|_{min}$ は，すべての格子点における $|J|_\xi$，$|J_\eta|$ の最大，最小値として前処理の段階で求められる．a_ξ，b_ξ，a_η，b_η はストリームラインの密度を制御するためのパラメータであり，ユーザが対話的に指定できる．

以上より，Turk らのエネルギー計測法を拡張した計算空間でのストリームライン配置アルゴリズムは，以下のような擬似コードで記述することができる：

```
/*センサウィンドウを計算空間に配置する*/
各格子点における格子密度を計算する;
while (新しいセンサウィンドウの挿入が可能) do
  begin
    計算空間内にランダムにある位置を選択する;
    if (この位置がまだ既存のサンプル点の楕円領域
      により覆われていない)
      begin
        この位置を含む格子の4頂点から
                                ヤコビ行列を補間;
        新しいセンサウィンドウのサイズを計算;
        センサウィンドウをこの位置に配置;
      end;
  end;

/*ストリームラインの初期セットを生成*/
For each センサウィンドウ do
  begin
    短いストリームラインをその中心に配置する;
    if (挿入後のエネルギー < 挿入前のエネルギー)
      挿入を受理する;
  end

/*ストリームラインの分布を改善する*/
Do
  begin
    ランダムに1本のストリームラインを選択;
    ランダムに1つの処理を選択;
    処理をストリームラインに加え,
     新しいストリームラインのセットを得る;
    if (新しいストリームライン集合のエネルギー
      < 既存集合のエネルギー)
      変更を受理する;
  end;
until（一定回数以上変更が連続して受理されない）
```

なおストリームラインに加える処理は，Turk らのオリジナル手法と同様，移動，挿入，削除，伸長，短縮，連結の6つである．ただし，挿入と削除以外の処理に関しては，物理空間において一定となるように，格子密度を考慮して，計算空間で場所により伸長，短縮，移動の量および連結される2本のストリームライン間の距離を変える必要がある．ここでは，センサウィンドウのサイズに比例するようにこれらの量を決定している．エネルギー計測の高速化を図るために，ストリームラインごとに関連するセンサウィンドウのリストを持たせ，ストリームラインに操作を加えた場合は，これらのセンサウィンドウだけを調べ，エネルギーの変化量を計算するように工夫する．また，新しいストリームラインを挿入する位置は，黒と白の画素数の比が低いセンサウィンドウを探索することにより決定する．

5. 距離計測法による計算空間でのストリームライン配置

2章で述べたとおり，Jobard らの手法では2本のストリームライン上のサンプル点間のユークリッド距離をストリームライン間の距離として計測している．このような方法では，方向により密度を変えることは困難である．そこで我々は，サンプル点間のユークリッド距離を計測する代わりに，各サンプル点に縦と横方向の最小許容距離を2つの軸の長さとする楕円領域を持たせ，既存のストリームラインのサンプル点の楕円領域を通過しないように，ストリームを逐次生成していく方法を提案する（**図 7**）．各サンプル点における楕円の2つの軸の長さは，4章で述べたセンサウィ

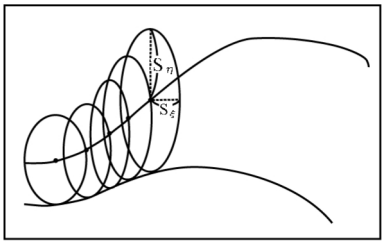


図 7 楕円領域によるストリームラインの密度制御
Fig. 7 Ellipse region-guided control of streamline density.

ンドウの決定に使われる楕円と同様に式 (6) と (7) で計算できる．処理速度を向上させるため，計算空間の格子を空間索引として用い，各格子にそれと重なり合う楕円を登録する．新たにストリームラインを生成するときは，サンプル点が入っている格子に登録されている楕円領域だけを調べればよい．なおシードポイントはランダムに配置される．今回の実装では高速処理を目指し，計算空間上でストリームラインを密に配置すべき領域から疎に配置すべき領域に向けて格子を 1 つずつ訪問することにした．各格子内で疑似乱数発生関数により決定された位置をシードポイントの候補とする．そして一定の期間にわたりシードポイントが連続して採択されなかった場合，ストリームラインの配置処理を終了する．また一般的に，短いストリームラインよりも長いストリームラインで描かれた画像の方が，流れ場の様子が直感的に分かりやすいとされている[3]．ここではストリームラインを積分していく過程において，ストリームラインの密度を表す最小許容距離に対し，ラインの長さに比例するような許容範囲を持たせることによって，長いストリームラインの生成を容易にしている．以下に Jobard らの手法を拡張した計算空間におけるストリームライン配置アルゴリズムの擬似コードを示す．

```
/*計算空間でのストリームライン配置*/
While (新しいシードポイントの挿入が可能) do
  begin
    計算空間内にランダムにある位置を選択する;
    if (この位置が既存のストリームライン上の
     サンプル点の楕円領域により覆われていない)
      begin
        この位置をシードポイントとする.
        シードポイントを含む格子の 4 頂点から
                                ヤコビ行列を補間;
        シードポイントの楕円領域を計算;
        シードポイントを中心とする楕円領域を配置;
        /* ストリームラインを生成 */
        while（サンプル点が既存の楕円領域に
                入らない）do
      begin
        サンプル点からベクトルを積分し，
        新たなサンプル点の候補を得る;
        if (新たなサンプル点候補が既存の楕円
          領域により覆われていない)
         begin
          サンプル点の追加を受理する;
          サンプル点を含む格子の 4 頂点から
                                ヤコビ行列を補間;
```

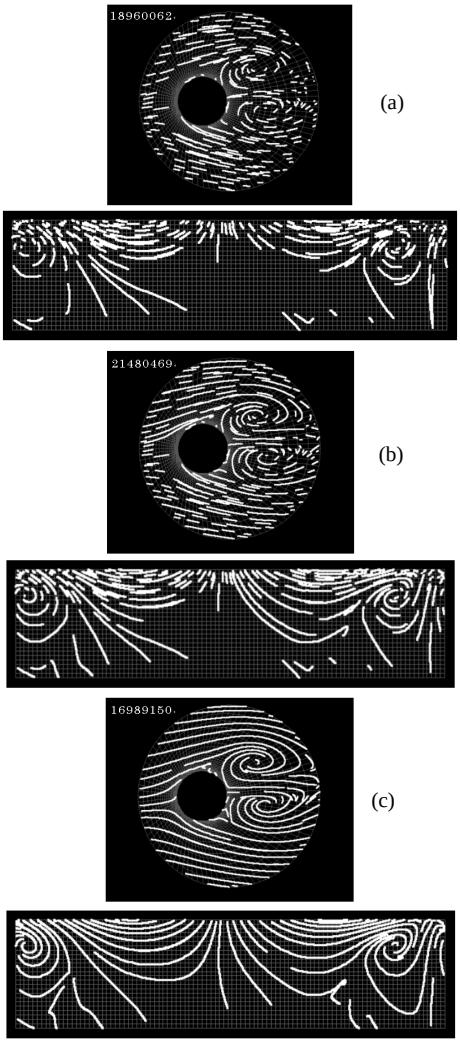


図 8 ストリームライン配置の最適化過程：(a) ストリームラインの初期集合，(b) 中間結果，(c) 均等に配置されたストリームライン
Fig. 8 Process of optimizing streamline distribution: (a) Initial set of streamlines, (b) Intermediate stage, (c) Resulting set of evenly-spaced streamlines.

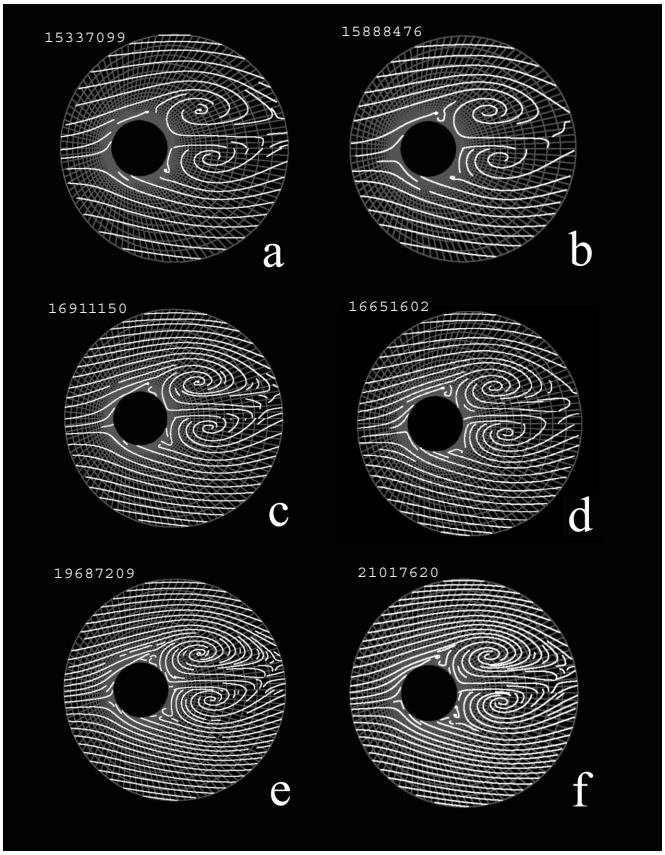


図 9　エネルギー計測法と距離計算法の比較．(a)，(c)，(e)：エネルギー計測法により生成された異なる密度のストリームライン画像．(b)，(d)，(f)：距離計測で生成した画像

Fig. 9　Comparison of image quality between energy-guided and distance-guided approaches. (a), (c), (e): Images generated with energy-guided approach. (b), (d), (f): Images generated with distance-guided approach.

```
            ヤコビ行列とストリームラインの長さ
                よりサンプル点の楕円領域を計算;
            サンプル点に楕円領域を配置;
          end;
        end;
    end;
end;
```

6. 実験と応用

3 章と 4 章で示したストリームライン均等配置アルゴリズムを，汎用可視化ソフトウェア AVS☆上のユーザモジュールとして実装した．ユーザはダイヤルやスライダーなどを使って，ストリームラインの密度など，いくつかのパラメータを対話的に制御することができる．最初の事例は，円柱周りの流れの 3 次元数値シミュレーション結果〔(株) ケイ・ジー・ティーの宮地英生氏の提供による〕である．**図 8** に，この境界適合格子の 1 つのスライス上におけるストリームラインの配置をエネルギー計測法を拡張した手法によって最適化したプロセスを示す．格子の密度は中心から外に向けて低くなっていくため，計算空間では外に向けて徐々に密になるようにストリームラインを配置する必要がある．図 8 (a) は各センサウィンドウの中心に短いストリームラインを配置して得られたストリームラインの初期集合である．図 8 (b) は最適化過程の中間状態であり，図 8 (c) では，均一に分布された長いストリームラインが得られている．

物理空間のストリームライン画像の左上にある数字はその画像のエネルギーを示す．R を 10 とする式 (2) のローパスフィルタを使用し，式 (1) を用いて計算された．なお，式 (1) の t の値はストリームラインが 10 ピクセルの間隔で均等に配置されている画像を上記の

☆ AVS は Advanced Visual Systems Inc. の登録商標である．

表 1 エネルギー計測法と距離計測法の速度比較
Table 1 Comparison of execution speed between energy-guided and distance-guided approaches

エネルギー計測法		距離計測法	
図 No.	計算時間（sec）	図 No.	計算時間（sec）
9 (a)	329	9 (b)	7
9 (c)	1279	9 (d)	22
9 (e)	3374	9 (f)	45

ローパスフィルタに通した後の全ピクセルの平均値に設定されている．画像の各ピクセルは 4 バイト長の浮動小数点数で表されている．図 8 (a) から図 8 (b) にかけていったんエネルギーが上昇した．これは長いストリームラインを生成するために，ストリームラインの連結操作に関して一定のエネルギーの増加を許容しているからである．

同じデータに対して，拡張エネルギー計測法と拡張距離計測法により生成した 3 つの異なる密度のストリームライン画像を**図 9** に示す．各手法が要した CPU 時間を**表 1** で比較する．実行環境は，SGI 社のグラフィックスワークステーション O2（OS: Irix 6.3, CPU: R5000 180 MHz，Memory: 96.0 MB）上に搭載された自作 AVS モジュールである．各画像のエネルギーは画像の左上に示されている．ローパスフィルタの大きさ R（式 (2) 参照）は図 9 (a)，(b) の場合 20，図 9 (c)，(d) の場合 10，図 9 (e)，(f) の場合 5 である．画質に対するエネルギーの感度を示すために，図 8 に示した異なる収束途中段階の画像エネルギーの差と図 9 の両手法で生成した画像エネルギーの差を比較してほしい．これにより，ストリームラインの均一化の程度はほぼ同等であると考えられるが，いずれのケースにおいても距離計測法の方が高速である．特にストリームラインの密度が高くなるほど距離計測法の高速性が顕著になる．しかし，距離計測法はそのアルゴリズムから，ストリームラインどうしが与えられた最小許容距離より近づくことはないことを保証するが，必ずしもストリームラインが最適に均等配置されている画像が得られるとは限らない．それに対して，エネルギー計測法は処理速度が遅い反面，初期分布に依存せずに均等配置されているストリームライン画像に収束する．ただし，長いストリームラインの完全均等配置は通常不可能であり，本実験の結果が示すとおり，距離計測法でもほぼ同等な画像をより高速に生成できる．エネルギー計測法は図 11 に示すような短いストリームレットの配置の最適化などに有効であると思われる．

上記の円柱周りの流れの例では，物理空間において

(a)

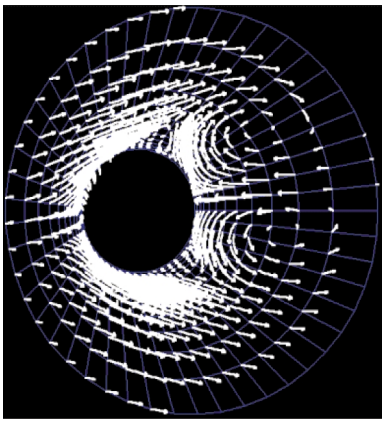
(b)

(c)

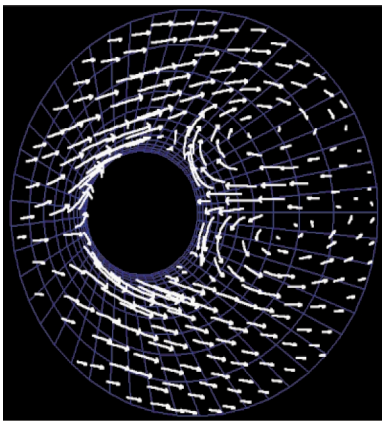
図 10 野球ボール表面の空気の流れの可視化：(a) 格子構造，(b) 計算空間でのストリームライン配置，(c)3 次元面上におけるストリームラインの均等配置（データは理化学研究所の姫野龍太郎氏の提供による）
Fig. 10 Visualizing airflow near baseball surface: (a) Grid structure, (b) Streamlines placed in computational space, (c) Streamlines evenly-spaced in 3D physical space.

も平面である境界適合格子の 1 スライスに 2 つの提案手法を適用した．一方，**図 10** は拡張距離計測法を用いて野球ボール表面の空気の流れを可視化した結果である．3 次元面上においてストリームラインがほぼ均等に配置されている．

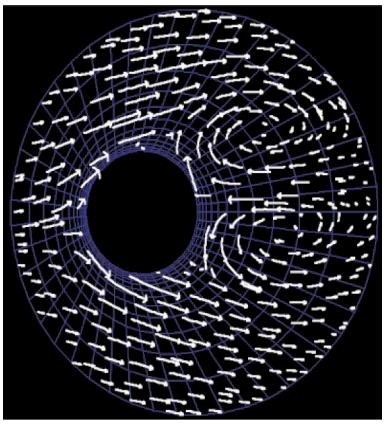
次に拡張エネルギー法を利用して境界適合格子に対して効果的なベクトル表現が生成できることを**図 11** に示す．伝統的なベクトル場可視化手法として，ベクトル場の各格子点にベクトルの方向を示す矢印グリフを描く方法が知られている．矢印の長さをベクトルの大きさに比例させることにより，方向と同時にベクトルの大きさを可視化することも可能である．しか



(a)



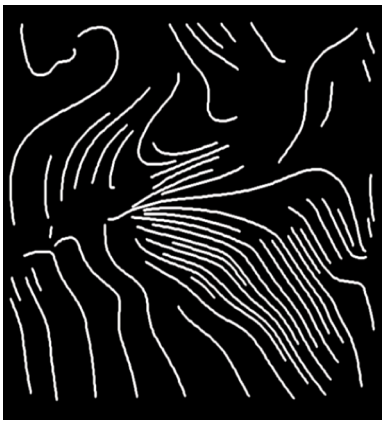
(b)



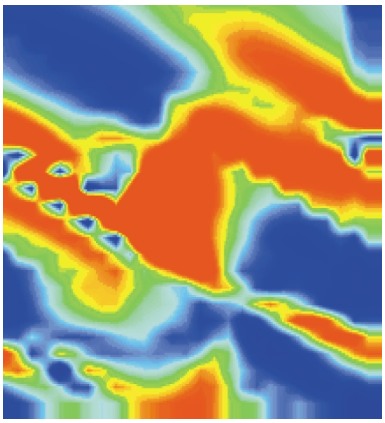
(c)

図 11　矢印プロットへの適用例：(a) 各格子点に配置した矢印グリフ，(b) センサウィンドウの中心に配置された矢印グリフ，(c) 最適化を施した後のグリフの分布

Fig. 11　Application to arrow plot visualization: (a) Arrow glyphs located at grid points, (b) Glyphs located at centers of sensor windows, (c) Optimized distribution of glyphs.



(a)



(b)

図 12　2 次元の空気の流速の可視化例：(a) ストリームライン密度による可視化，(b) カラーマップによる可視化

Fig. 12　Visualizing velocity magnitude of 2D airflow: (a) By streamline density, (b) By colorizing.

し，境界適合格子の場合，格子密度が場所により極端に変化するため，各格子点上に矢印を描くと，格子密度の高いところでクラッタリング現象が起きてしまう（図 11 (a)）．そこで，Dovey は物理空間内で均一な分布を持つランダムサンプル点をとり，それらの位置に矢印グリフを配置する方法を提案した[13]．それと同様の結果が，各センサウィンドウの中央に矢印グリフを置くことにより得られる（図 11 (b)）．ここで，エネルギー計測に基づく矢印グリフの配置の最適化処理により，視覚効果をさらに改善することもできる．図 11 (c) はその最適化の結果である．図 11 (b) では，速度の低い領域の矢印が短いため，その部分の流れの方向が読み取りにくくなっている．それと比べて，図 11 (c) では速度の低い領域に多くの矢印が描かれ，流れの様子がより分かりやすくなっている．

最後の応用例では，提案する拡張エネルギー計測法と距離計測法を利用してベクトルの大きさやその他の物理量に合わせてストリームラインの密度を意図的に制御することができることを示す．物理の教科書など

で見られる手書きのストリームライン画像では，通常ベクトルの大きさをストリームラインの密度で表している．拡張エネルギー計測法のセンサウィンドウやエネルギー計測の楕円領域のサイズをベクトルの大きさに合わせて調節することにより，2 次元または 3 次元面上の流れを同様の要領で可視化することができる．

図 12 (a) は拡張エネルギー計測を用いて 2 次元の空気の流速を可視化した例である．流速の早い領域はより高いストリームライン密度によって強調されている．参考のため，図 12 (b) にベクトルの大きさのカラーマップを示す．赤が流速の速い領域，青は遅い領域に対応する．

7. まとめ

本論文では，従来の 2 次元流れ場に対するストリームラインの均等配置法を拡張し，境界適合格子によって表されている 3 次元面上においてストリームラインを均等に配置する手法を 2 種類開発した．境界適合格子をはじめとする非正規格子の場合，格子密度が場所によって大きく異なるため，格子点をシードポイントとするなど，従来からよく利用されてきたシードポイント選択法では，良好な結果が得られないことが多かった．提案したストリームライン自動配置法は，任意の境界適合格子構造を持つ 3 次元面上に均等に配置されたストリームラインを生成できることが保証される点で，3 次元ベクトル場の視覚的解析を必要とするあらゆる応用分野に重要な貢献を与えると考えられる．さらに，本論文で提案した新しい画像エネルギー計測法を用いることで，ストリームラインの密度を意図的に自動制御することも容易に実現できるようになった．今後の課題としては，リアルタイム処理を可能とするためのさらなる高速化の実現や非構造格子への拡張などがあげられる．

謝辞 データを提供していただいた（株）ケイ・ジー・ティーの宮地英生氏，理化学研究所の姫野龍太郎博士および宇宙科学研究所の藤井孝藏教授，論文の清書に時間を割いてくれた研究室の増田尚則君，そして数多くの貴重なコメントを下さったお茶の水女子大学の藤代一成教授に深謝する．この研究の一部は，通信・放送機構（TAO）の支援を受けている．

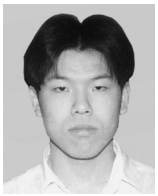
参考文献

1) Asimov, D., Hesselink, L. and Post, F.: Visualization and Topology of Vector and Tensor Field, Tutorial 8, *IEEE Visualization'95* (1995).
2) Ma, K.-W.: Texture Synthesis with Line Integral Convolution, Course Notes, *ACM SIGGRAPH* (1997).
3) Turk, G. and Banks, D.: Image-Guided Streamline Placement, *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series* (*Proc. SIGGRAPH 96*), pp.453–460 (1996).
4) Jobard, B. and Lefer, W.: Creating Evenly-Spaced Streamlines of Arbitrary Density, *Proceedings of Eurographics Workshop on Visualization in Scientific Computing'97*, pp.43–55 (1997).
5) Wilhelms, J.: Pursuing Interactive Visualization of Irregular Grids, *The Visual Computer*, Vol.9, pp.450–458 (1993).
6) Forssell, L. and Cohen, S.: Using Line Integral Convolution for Flow Visualization: Curvilinear grids, Variable-speed Animation and Unsteady Flows, *IEEE Trans. Visualization and Computer Graphics*, Vol.1, No.2, pp.133–141 (1995).
7) Mao, X., Hatanaka, Y., Higashida, H. and Imamiya, A.: Image-Guided Streamline Placement on Curvilinear Grid Surfaces, *Proc. IEEE Visualization 1998*, pp.135–142 (1998).
8) 東田秀憲，茅　暁陽，今宮淳美：3 次元面上におけるストリームラインの高速均等配置，画像電子学会ビジュアルコンピューティング/情報処理学会グラフィクスと CAD 合同シンポジウム予稿集，pp.37–41 (1999).
9) Max, N., Crawfis, R. and Grant, C.: Visualizing 3D Velocity Fields near Contour Surfaces 3D Scalar Functions, *Proc. Visualization'94*, pp.248–255 (1994).
10) Leeuw, W., de Pagendarm, H., Post, F. and Walter, B.: Visual Simulation of Experimental Oil-Flow Visualization by Spot Noise Image from Numerical Flow Simulation, *Visualization in Scientific Computing'95*, pp.125–148 (1995).
11) Mitchell, D.: Spectrally Optimal Sampling for Distributed Ray Tracing, *Computer Graphics*, Vol.25, No.4, pp.157–164 (1991).
12) Mao, X., Hong, L., Kaufman, A., Kikukawa, M., Fujita, N. and Imamiya, A.: Multi-Granularity Noise for Curvilinear Grid LIC, *Proc. Graphics Interface'98*, pp.193–200 (1998).
13) Dovey, D.: Vector Plots for Irregular Grids, *Proc. Visualization'95*, pp.248–253 (1995).

(平成 11 年 9 月 13 日受付)
(平成 12 年 2 月 4 日採録)

茅　　暁陽（正会員）

1983 年中国復旦大学計算機学科卒業．1990 年東京大学大学院理学研究科博士課程情報科学専攻修了．理学博士．同年よりクボタコンピュータ（株）〔現（株）ケイ・ジー・ティー〕に勤務．その後，米国ニューヨーク州立大学ストーニーブルック校コンピュータサイエンス学科客員研究員，新技術事業団特別研究員を経て，現在山梨大学工学部助教授．CG およびビジュアリゼーションに関する研究に従事．IEEE Computer Society 会員．



東田　秀憲

1998 年山梨大学工学部電子情報工学科卒業．現在同大学大学院工学研究科電子情報工学専攻博士前期課程在学中．CG，ビジュアリゼーションおよびネットワークコンピューティングに興味を持ち，関連研究を行っている．

畑中　雄二

1998 年山梨大学工学部電子情報工学科卒業．現在同大学大学院工学研究科電子情報工学専攻博士前期課程在学中．CG コンテンツ制作に興味を持つ．

今宮　淳美（正会員）

山梨大学工学部教授．1973 年東北大学大学院工学研究科博士課程修了．工学博士．研究対象は，ユーザインタフェース設計・評価，CG，マルチモーダルインタラクション．ACM，IEEE，Eurographics，ヒューマンインタフェース学会，認知科学会各会員．