ＴＲＬ次世代ＣＡＤ（２）：幾何推論に基づく３次元形状の生成

１Ｍ－２ 清水 周一 沼尾 雅之
日本アイ・ビー・エム株式会社 東京基礎研究所

1 はじめに

3次元CADでよく用いられるCSG（Constructive Solid Geometry）では、まず角柱や円筒などの基本立体のサイズと位置を決めて、その間の和／差／積といった集合演算を施し、複雑な形状を表現する。従来手法では、まず基本立体のサイズを固定のパラメータで指定し、そして平行／回転移動によって望む位置に動かす。各々の基本立体は、他に依存しているにも関わらず、相対関係を用いずに定義するため、サイズ合わせや移動量は設計者が計算しなければならない。さらに、形状の一部が変更された場合などには、関連する基本立体すべてを再計算しなければならないため、試行錯誤的な使い方には向かない。

基本立体間の構造的関係や、寸法線に表される距離や角度といった設計意図を計算機が扱うことができれば、設計者は詳細な幾何データの計算に煩わされることなく、設計の創造的な面に集中できる。

我々は、この構造的関係や寸法を制約と捉えて、幾何制約に基づく3次元形状の記述方法を提案し[1]、幾何制約により形状を計算するための、幾何推論システムを開発した[2, 3]。このシステムでは、ATMS[4]の推論能力により制約の伝播を行ない幾何属性を計算する。制約過剰（矛盾）の状況も検出し、解消するための取り消し候補を提示する。また、3次元幾何要素の自由度に応じた中間的な拘束状態を導入して、推論の効率を高めている。基本的にNP困難であるATMSを注意深く適用して線形に近い推論効率を得ている。

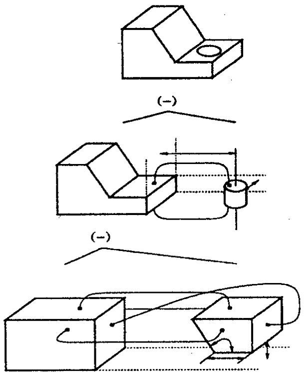


図 1: Constraint-based 3D modeling

Constraint-based Geometric Reasoning for 3D Shape
Shuichi SHIMIZU, Masayuki NUMAO
IBM Research, Tokyo Research Laboratory

2 幾何制約

幾何モデリングは、図1に示すように、基本立体間の集合演算に基づいている。四角柱や円柱などの基本立体は、他との関係により形状特徴[5]となる。例えば、四角柱の6面のうち4面が他と一致していれば「切り欠き」であり、3面が一致していれば「溝」となる。

基本立体を定義するには、面、稜線、頂点といった幾何要素に対して以下の幾何制約で記述すれば良い。

位相制約 基本立体の位相構造の定義
構造制約 面の一致など形状特徴としての定義
寸法制約 距離や角度などの寸法

3 幾何推論

制約に基づいた幾何計算の研究では、ルールベースを用いた手法が提案されてきた。幾何要素の属性、例えば面の方程式や頂点の座標などを計算するために必要な制約の条件をルール化したものである[6]。幾何制約には、冗長性や双方向性、また過不足や矛盾といった性質があるため[3]、ルールベースとともにATMSを導入して整合性を管理する手法も提案されている[7]。これにより、循環するルールによる無限ループの回避や、矛盾のない多重コンテクストでの推論などが実現されている。しかしながら、ルールベースによる手法は非効率的であり、さらに多重コンテクスト推論は大きな負荷となる。

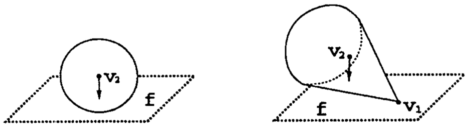
ルールベースシステムの推論エンジンは、すべての入力を観測し、すべてのルールに適用する必要がある。この全体的な処理が非効率性の主な理由である。2次元のシステムでは、推論時間が幾何要素の数の4乗に比例すると報告されている[6]。3次元システムでは、幾何要素の自由度が増える。1つの形状を記述する制約の組合せ（ルール）が非常に多く、またルールの条件部が複雑になるため、効率は更に悪化する。

我々は、ATMSに論理命題上の推論能力があることに着目し、ルールベースを用いずATMS単体で幾何推論システムを構築した。

3.1 中間的な拘束状態

効率の問題を解決するため、自由度に応じた幾何要素の拘束状態を導入する。ルールでは、条件部が完全に満たされないと発火しない。しかし、条件の一部しか満たされていない場合でも、幾何要素は自由度に関して拘束されている。例えば、図2に示すように、面に頂点からの距離が与えられている場合、頂点の座標が決まっていれば、面は球に接するように拘束される。こ

こで、球の中心はこの頂点であり、半径は与えられた距離である。加えて、この面上にある別の頂点が与えられれば、面は円錐の側面に接する状態へと移行する。



(a) distance(v_2, f)　　(b) on(v_1, f), distance(v_2, f)

図 2: Examples of intermediate states for faces

幾何制約は入力後ただちに拘束状態へと変換することができる。平面について、距離と角度の制約による拘束状態を以下に挙げる。**point** (1) 面上の点、**sphere** (1) 球に接する、**line** (2) 面上の直線、**cylinder** (2) 円筒面に接する、**angle** (1) あるベクタとの角度、**normal** (2) 法線、**cone** (1) 円錐面に接する。ここで、括弧内の数字は拘束状態が減じる自由度の数である。平面の自由度は 3 である。表 1に幾何制約から拘束状態への変換を示す。例えば、面に稜線からの距離が与えられたとき、もし、距離が 0 なら面は "line" 状態であり、そうでなければ "cylinder" 状態である。

distance(*face*, *face*)	—	face
diatance(*edge*, *face*)	—	cyl or lin
distance(*vertex*, *face*)	—	sph or pnt
angle(*face*, *face*)	—	agl or nrm
angle(*edge*, *face*)	—	agl or nrm

表 1: Mapping of constraints to symbols for a face

拘束状態は、他の状態とあわせて別の拘束状態へと導出できる。表 2に 2 つの拘束状態の導出表を示す。表中の o 印は属性決定の状態、− は導出が必要でない組合せ、+ は − と同じであるが競合を調べる必要のある組合せを表す。この表を用いると、図 2のように面が "sphere" 状態に拘束されているとき "point" を与えられると、この 2 つの状態は "cone" 状態へと移行できる。さらに、"angle" 状態が加えられると、"cone" と "angle" は "plane" すなわち、決定の状態に到達する。

	pnt	sph	lin	cyl	agl	nrm	con
pnt	lin	con/o	o	o	−	o	o
sph		cyl/ con/o	o	o	−	o	o
lin			o	o	o	o	o
cyl				o	o	o	o
agl					nrm	+	o
nrm						+	o
con							o

表 2: Reduction matrix for a face's symbols

このように、各々の幾何要素に中間的な拘束状態を導入すれば、属性を決定する処理をその幾何要素に局所化することができる。したがって、幾何要素から別の要素への伝播を別にすれば、幾何計算は、幾何要素の数に依存することなく定時間内に処理される。

3.2 ATMS を用いた制約の表現と伝播

仮説 設計者の入力する構造制約と寸法制約の値。形状変更や矛盾に応じて取り消すことができる。

ノード 幾何属性や拘束状態を表す。ラベルには仮説である制約値を持つので、依存する制約がわかる。

正当化 制約と幾何属性や拘束状態との依存関係を表す。

クラス 制約や幾何要素を表す変数。幾何要素が単一の属性ノードを持てば一意に決定している。複数持てば、制約が矛盾していることがわかる。

クラス・コンシューマ 制約による依存関係を表す。2 つの面 f_1、f_2からその交線である稜線 e_1が決まる位相制約は、"$f_1, f_2 \mapsto [e_1$: line]" と表現する。寸法制約として線 e_1と面 f_2との距離が与えられたときは、"distance(e_1, f_2), $e_1 \mapsto [f_2$: cylinder or line]" および "distance(e_1, f_2), $f_2 \mapsto [e_1$: plane]" の双方向で表現するが、ラベルの最小性 [4] によりラベル伝播と幾何計算は一方でのみ行なわれる。

nogood 環境 矛盾する制約の組合せを表す。矛盾状態を解消するには、どれか適当な制約を単項 nogood として、取り消せば良い。これは、診断における最小候補の問題 [8] に帰着される。複数項の nogood 環境を無くす処理に相当するので [2. 3] 、多重コンテクストでの推論を避けることになる。

CSG によるモデリングでは、すでに決まった形状に幾何要素を付け足していくので、制約が過剰でなければ、ラベル伝播はその幾何要素内で終る。したがって、正当化は形状全体として直線的になるため、NP 困難を避けることができ、線形に近い伝播効率が実現される。

4 おわりに

幾何制約に基づく 3 次元形状モデルの記述と、ATMS 単体での幾何推論手法を示した。また、中間的な拘束状態を導入することによって、推論効率を大幅に向上させるための手法を示した。このシステムでは、制約／基本立体の数に対してほぼ線形の時間で推論が終了することが観測されている。

参考文献

[1] K.Shimada et al., "Constraint-Based Object Description for Product Modeling," *Proc.of CAPE'89*, 1989.

[2] S.Shimizu et al., "An ATMS-Based Geometric Constraint Solver for 3D CAD," *Proc. of TAI'91*, 1991.

[3] 沼尾他, "幾何制約にもとづく 3 次元形状設計システム," 人工知能学会全国大会 '92, 1992.

[4] J.deKleer, "An Assumption-Based Truth Maintenance System," *Artificial Intelligence*, Vol. 28, 1986.

[5] J.R.Dixon et al., "Expert Systems for Mechanical Design: Examples of Symbolic Representation of Design Geometrics, " *Engineering in Computers*, Vol. 2, Springer-Verlag, 1987.

[6] B.Aldefeld, "Variation of Geometries Based on a Geometric-Reasoning Method," *Computer-Aided Design*, Butterworth-Heinemann, 1988.

[7] H.Ando et al., "A Geometrical Reasoning System for Mechanical Product Design," *Proc. of CAPE'89*, 1989.

[8] J. deKleer and B.C. Williams, "Diagnosing Multiple Faults, " *Artificial Intelligence*, Vol. 32, 1987.