

Wrinkly 曲面の形式化と重畳化

藤本 忠博[†], 大野 義夫^{††}

「Wrinkly 曲面 (WR 曲面)」とは、補間曲面とフラクタルとを融合した曲面形式として著者らが提案したものであり、制御メッシュ上でパラメータ (u, v) に関するパラメトリック曲面として定義される。制御点の補間に用いる「反復交差変換 (IST)」は、パラメータ空間および曲面上に、空間方向の局所性とスケール方向の自己相似性とを融合した「空間/スケール方向の局所的類似性」の性質をもたらす。本論文では、従来の連続的補間 (Bézier 補間, 複合 Bézier 補間, B-spline 補間) と IST との関連に着目し、オリジナルの IST の拡張、つまり「単位- IST 」, 「連結- IST 」, および「最密連結- IST 」による形式化を行う。さらに「スケール反転式」とよぶ数式による定式化を行う。そして、それらに基づき、WR 曲面を「 IST -Bézier 曲面」と「 IST -B-spline 曲面」という形で形式化し、さらに、その重畳化による「重畳 wrinkly 曲面 (重畳 WR 曲面)」を提案する。実際の形状モデル作成への応用を通して、それらの形状モデリング手法としての有効性を検証する。

Formalization and Superposed Construction of Wrinkly Surface

TADAIRO FUJIMOTO[†] and YOSHIO OHNO^{††}

“Wrinkly surface (WR surface)” is a unification of interpolating surface and fractal surface, which we presented originally before. It is defined as a parametric surface of parameter (u, v) on a control mesh. Control points are interpolated by the procedure called “Iterated Shuffle Transformation (IST)”, which gives the property of “local resemblance in space/scale direction” on a parameter space and a surface. The property consists of locality in the space direction and self-similarity in the scale direction. In this paper, by focusing on the relationship between traditional continuous interpolation methods (Bézier interpolation, composite Bézier interpolation and B-spline interpolation) and IST , we propose the formalization of “unit- IST ”, “connected- IST ” and “fully-connected- IST ” to realize more variety than the original IST . Furthermore, we formulate them mathematically by the formula called “scale reverse formula”. After that, we formalize WR surface to obtain “ IST -Bézier surface” and “ IST -B-spline surface” based on those IST 's, and also propose “superposed wrinkly surface (superposed WR surface)” by superposing layers of WR surface. We make some models using superposed WR surface and show that it has the good ability for shape modeling.

1. 序 論

「Wrinkly 曲面 (WR 曲面)」とは、補間曲面 とフラクタルとを融合した曲面形式として、著者らが文献 13) で提案したものである。WR 曲面は、従来の補間曲面と同様、3次元空間上の制御点からなる制御メッシュ上にパラメータ (u, v) に関するパラメトリック曲面として定義される。各制御点に対して3次元位置座標値, displacement mapping¹²⁾の変位のための高さ

値, ならびに、任意の属性値 (色, 透過率等) をデータとして与え、それらを「反復交差変換 (IST)」¹³⁾ という座標変換手続きを利用して補間することで、表面に凹凸形状を持つ WR 曲面が形成される。 IST はカントール集合と IFS 法^{5),6),9)}に基づいて著者らが考案したものであり、空間方向の局所性とスケール方向の自己相似性とを合わせ持つ「空間/スケール方向の局所的類似性」という性質を座標空間上に生み出す。

本論文では、まず、従来の連続的補間 (Bézier 補間, 複合 Bézier 補間, B-spline 補間)¹⁾との対応付けから、オリジナルの IST ¹³⁾の拡張、つまり、「単

[†] 慶應義塾大学大学院理工学研究科
Graduate School of Science and Technology, Keio University

現在, 岩手大学工学部

Presently with Faculty of Engineering, Iwate University

^{††} 慶應義塾大学理工学部

Faculty of Science and Technology, Keio University

本論文では、Bézier 曲面や B-spline 曲面等、制御点の滑らかな補間により生成される曲面を総称して「補間曲面」とよぶ。本論文では、 C^r , G^r 等の幾何的連続性に基づく補間を「連続的補間」とよぶ。

位-*IST*」,「連結-*IST*」,および「最密連結-*IST*」による *IST* の形式化を行う. この拡張は, 多様な *IST* の変換パターンをもたらす(図 16 参照). 続いて, その変換構造に見出される「スケール反転規則」に基づき, これまで手続きとして表現されていた *IST* を「スケール反転式」という数式で表現し, 定式化を行う. この定式化は, *IST* の数学的な理解を深めるだけでなく, 計算機上への実装の容易さと処理速度の向上をもたらす. そして, *WR* 曲面を「*IST*-Bézier 曲面」と「*IST*-B-spline 曲面」という形で形式化する(図 14, 図 15 参照). さらに, 反復ごとの *WR* 曲面を重畳化した「重畳 wrinkly 曲面(重畳 *WR* 曲面)」を提案する. 従来の *WR* 曲面上の局所的類似性が面方向だけであるのに対し, 重畳 *WR* 曲面は高さ方向の類似性も生み出し(図 17, 図 18 参照), 形状モデルとしての表現力の向上がはかれる(図 21~図 23 参照).

本論文では, 以下, 2 章で *IST* の形式化と定式化, 3 章で *WR* 曲面の形式化, 4 章で重畳 *WR* 曲面の提案, 5 章で形状モデルの実例, 6 章で結論および今後の課題, という順序で議論を進める.

2. 反復交差変換の形式化と定式化

「反復交差変換(Iterated Shuffle Transformation: *IST*)」は, カントール集合と IFS 法^{5),6),9)}に基づいて考案した反復規則に従い, 座標軸上で座標値を入れ換える変換手続きである. 文献 13) で提案したオリジナルの *IST* (2.1 節) では, その入れ換え方が 1 つの決まった方法に固定されていた. 本章では, 従来の連続的補間(Bézier 補間, 複合 Bézier 補間, B-spline 補間)の構成の考えを *IST* にとり入れ, 単位-*IST* (2.2.1 項)と(最密)連結-*IST* (2.2.2 項)という形式を提案し, オリジナルの *IST* を拡張する. この拡張は *IST* による座標値の入れ換えを多様化する. これを *IST* の「形式化」として 2.2 節で述べる.

また, これまでの *IST* の定義は, 変換手順を示す「手続き」の形で行われていたが, 単位-*IST* と最密連結-*IST* では, 簡単な「数式」の形で表現できる. これを *IST* の「定式化」として 2.3 節で述べる.

2.1 オリジナルの反復交差変換

(1) 定義 文献 13) のオリジナルの *IST* を図 1, 図 2 に示す. まず, 座標軸 u を複数の「ベース区間」に区切り, 各ベース区間 i に「交差区間数」として正整数 M_i を与える. 図 1 の u^0 軸上の 4, 5, 6, 7 は各ベース区間を表す「ベース区間番号」である. 個々のベース区間自身を初期の「小区間」とした後, 以下の 1), 2) を K 回反復する操作(図中 $u^0 \rightarrow u^1 \rightarrow u^2 \rightarrow \dots \rightarrow u^K$)

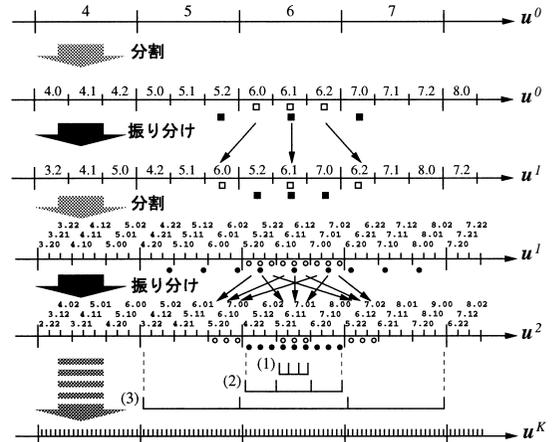


図 1 オリジナルの反復交差変換: 全ベース区間に共通の交差区間数 $M_i = M = 1$ を与えた. $\square, \circ, \triangle$ は小区間の移動
Fig. 1 Original Iterated Shuffle Transformation.

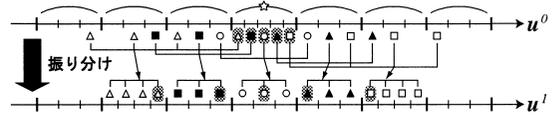


図 2 交差区間数の異なるオリジナルの反復交差変換: $u^0 \rightarrow u^1$ だけを示す. u^0 軸上の \sim で各ベース区間を表す. 中央のベース区間だけ $M_i = 2$ とし, 他は $M_i = 1$ とした. $\square, \circ, \triangle$ で示す小区間の移動は, 各ベース区間ごと, 自分と両脇に対称に行われる

Fig. 2 Original Iterated Shuffle Transformation with different shuffle interval numbers.

としてオリジナルの *IST* が定義される.

- 1) ベース区間 i 内の各小区間を $2M_i + 1$ 分割する.
 - 2) 1) で分割した各小区間を自分自身と両脇 M_i 個の計 $2M_i + 1$ 個のベース区間に対称に振り分ける.
- この変換は, u^0 軸と u^K 軸の座標値を 1:1 に対応付ける変換式 \mathcal{F}_{IST} となる.

$$u^K = \mathcal{F}_{IST}(u^0) \tag{1}$$

図 1 の各軸上の番号は変換過程で生じる小区間に付けた「小区間番号」であり, $u^0 \rightarrow u^1 \rightarrow u^2 \rightarrow \dots$ 上の各小区間番号の移動により, 上記 1), 2) の反復操作が示される. 各 M_i が等しい ($= M$) 場合, 反復 k 回後の u^k 軸上の小区間番号は, 反復ごとに下位(右方向)に桁が増える k 桁 $2M+1$ 進数に対し, ベース区間番号を最上桁に付加したものとなる. たとえば, 図 1 のベース区間 6 については, $6 \rightarrow \{6.0, 6.1, 6.2\} \rightarrow \{\{6.00, 6.01, 6.02\}, \{6.10, 6.11, 6.12\}, \{6.20, 6.21, 6.22\}\} \rightarrow \{\{\{6.000, 6.001, \dots\}$ となる.

(2) 局所的類似性 *IST* は座標軸上に「空間方向の局所性」と「スケール方向の自己相似性」とを融合した「空間/スケール方向の局所的類似性」を構築する.

ここで、それぞれ「空間方向」とは「縦、横、高さ」のような「視点」の移動、そして「スケール方向」とは「拡大、縮小」という「視野」の移動に関する方向性である。通常のフラクタルの「自己相似性」は空間上の至るところで大域的に一樣な繰返し構造を持つのに対し、「局所的類似性」ではその繰返し構造が空間位置に依存した局所性を持つ。局所的類似性は、「空間方向に沿う連続的な視点移動」と「スケール方向に沿う連続的な視野移動」のどちらに対しても、つねに類似した特徴が維持される」という性質である。たとえば、図1では、 u^2 軸上の(3)で示す空間方向に沿う3つの範囲 $\{3.22 \sim 7.00\}$, $\{4.22 \sim 8.00\}$, $\{5.22 \sim 9.00\}$ は各番号が同じずれ方をした類似構造を持ち、その関係はスケールを変えた(2),(1)でも成り立つ(詳細は2.2.2項(2)参照)。これは任意の u^k 軸上で成り立つ。これが *IST* による局所的類似性である。

図1のようにオリジナルの *IST* の全ベース区間に共通の交差区間数 M を与えたもの(以下、「一定の M を持つオリジナルの *IST*」とよぶ)は、本論文の2.2.2項で提案する最密連結-*IST* と等価な変換となる。

2.2 反復交差変換の形式化

制御点群から曲線/曲面をつくり出す従来の連続的補間は、基本単位となる Bézier 補間(図5)、複数の Bézier 補間を C^r , G^r 等の幾何的連続性を持つように接続した複合 Bézier 補間、その連続性を最大とした B-spline 補間(図10)のように分析的に考えることができる¹⁾。本節では、この「基本単位の接続による拡張」という考えを *IST* にあてはめ、基本単位となる単位-*IST*、それを複数個接続した連結-*IST*、その接続を最も密にする最密連結-*IST* を提案する。この提案は、オリジナルの *IST* を拡張し、その変換パターンを多様化する。

2.2.1 単位-反復交差変換

(1)定義 図3は「単位-反復交差変換(単位-*IST*, unit-*IST*)」の変換過程を表す。オリジナルの *IST* と同様、単位-*IST* は、図中の $u^0 \rightarrow u^1 \rightarrow u^2 \rightarrow \dots \rightarrow u^K$ のように座標軸を反復的に変換し、 u^0 軸と u^K 軸の座標値に 1:1 対応の関係を構築する。

$$u^K = \mathcal{F}_{UNIT}(u^0) \tag{2}$$

単位-*IST* は、直観的に、オリジナルの *IST* のベース区間を1つだけにしたものと考えてよい。オリジナルの *IST* では交差区間数 M を設定したが、本論文では「区間分割数」として正整数 N を設定する。 N が奇数の場合、 $N = 2M + 1$ の関係にある。図3は $N = 5$ の例であり、その他の場合を図4に示す。単位-*IST*

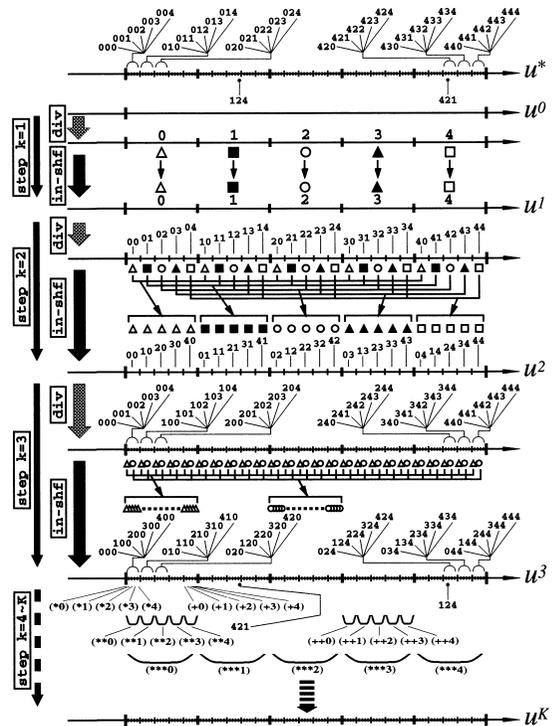


図3 単位-反復交差変換：区間分割数 $N = 5$ 。各反復段階の u^k 軸上には、内部交差 (in-shf) による小区間の移動を表す(反復 $k = 3$ では、 u^3 だけを示す)。
Fig. 3 Unit-Iterated Shuffle Transformation.

は、図3の $\text{step } k = \sim$ で示す $k (= 1, \dots, K)$ 回目の反復操作として、以下の1), 2)を行う。

- 1) 小区間の分割(図中 div)。
- 2) 内部交差(図中 in-shf)。

1)では、その時点までに生成された各小区間をそれぞれ N 個に分割する。2)では、1)で生じた小区間のうち、分割前の1階層大きな小区間内で先頭から同じ位置にあるものどうし(図中 u^0 軸上の $000, 001, \dots, 004$ 等の同じ印で示す)をグループ化し、再配置を行う。小区間番号の付け方は、ベース区間番号を付加しない点以外は2.1節のオリジナルの *IST* と同様であり、 u^k 軸上で k 桁 N 進数とする。図中の一番上の u^* 軸上には、反復 $k = 3$ 回まで小区間の分割だけを行い、内部交差は行わない場合の小区間番号の配置を示す。これは、はじめに u^0 軸上に存在する小区間の配置と見なせる。そこで、 u^0 軸と u^* 軸とを同一視し、 $u^0 \rightarrow u^3$ の変換を $u^* \rightarrow u^3$ の変換に置き換えて考えた場合、 u^* 軸上の小区間番号配置と u^3 軸上の配置の対応関係が、反

オリジナルの定義では M を正整数としたが、ここでは $N = 1$ に対応する $M = 0$ も許す(これは実際の変換(分割/内部交差)が生じないケースに相当する。図4(a)参照)。

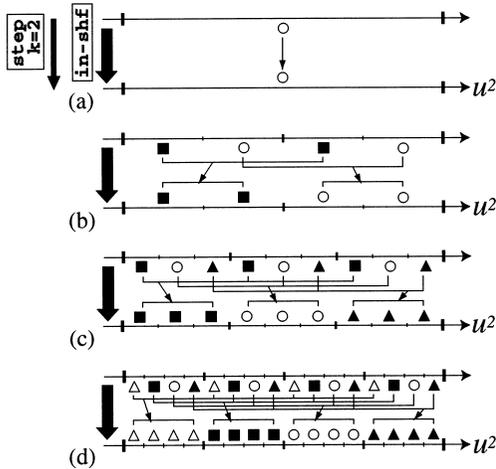


図4 異なる区間分割数による単位-反復交差変換: それぞれ反復 $k = 2$ 回目の内部交差を示す. 図3と同様, 上下の座標軸の同じ印により小区間の移動を表す. (a) $N = 1$ (実際には変換が生じない). (b) $N = 2$. (c) $N = 3$. (d) $N = 4$
 Fig. 4 Unit-Iterated Shuffle Transformations with different interval division numbers.

復 $k = 3$ の段階で単位-ISTが構築する座標変換であるといえる.

(2) 局所的類似性 図3の u^3 軸上の小区間番号の並び方を観察する. まず, $(**0)$ 内の $(*0) \sim (*4)$ は互いの番号差が100に維持され, 同じ番号差の維持が残りの $(**1) \sim (**4)$ 内でも(たとえば $(+0) \sim (+4)$ についても)成り立つ. 次に, 視野を1階層広げると, $(***0)$ 内の $(**0) \sim (**4)$ は各々5個の番号を持つが, 先頭(各々000, 010, 020, ...)から同位置の番号どうしは010の差を保つ. これは, 残りの $(***1) \sim (**4)$ 内でも(たとえば $(++0) \sim (++4)$ についても)成り立つ. さらに, 1階層大きな $(***0) \sim (**4)$ は各々25個の番号を持つが, 今度は先頭(各々000, 001, 002, ...)から同位置の番号どうしは001の差を保つ. つまり, 階層ごとにまとめた個々の範囲が, 1) 一定の番号差により他と識別可能な固有の空間位置を持ち(「空間方向の局所性」), かつ, 2) 互いに内部に同じ番号配置の構造を持つという関係が全階層で成り立つ(「スケール方向の自己相似性」). この性質1), 2)が単位-ISTによる「空間/スケール方向の局所的類似性」を表す. これは任意の u^k 軸上, さらに, 任意の N に対して成り立つ.

(3) Bézier 補間との対応 図5はBézier補間¹⁾による曲線の生成を示す. Bézier補間では個々の制御点の影響が曲線全体に対して大域的に及ぶ¹⁾. 一方, 単位-ISTでは, 図3から分かるように, u^0 軸上の全座標値が u^K 軸全体に大域的に伝播する(2.2.2項の

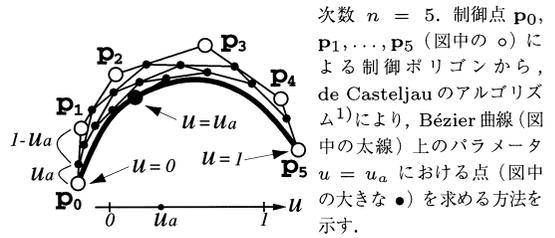


図5 Bézier補間
 Fig. 5 Bézier interpolation.

連結-ISTの局所性と比較). また, Bézier補間の基底関数(Bernstein多項式¹⁾)は, 中央付近の制御点に対するものは左右の対称性が高く, 端に行くにつれその対称性が偏るが, 同様に, 単位-ISTの内部交差による小区間分配も中央から端に行くにつれ左右対称性が偏ってくる. さらに, 図5に示す曲線の構成法は, 再帰的な繰返し操作という点で単位-ISTに類似する. そして, 各々の基本単位としての役割(2.2.2項で詳述)からも, 単位-ISTとBézier補間とを互に対応させることができる. 単位-ISTの区間分割数 N はBézier補間の次数 n に相当するといえる. 区間分割数 N の単位-ISTを「 N 進-単位-IST」とよぶ.

2.2.2 連結-反復交差変換

(1) 定義 図6は, 複数の単位-ISTを横1列に並べ, 互いにつなぎ合わせた座標変換の例である. このように, 単位-ISTの接続によって定義される変換を「連結-反復交差変換(連結-IST, connected-IST)」とよぶ. 連結-ISTも u^0 軸と u^K 軸の座標値を1:1で対応付ける.

$$u^K = F_{CON}(u^0) \tag{3}$$

連結-ISTの座標軸は, オリジナルのISTとまったく同様, 複数のベース区間に区切られ, その各々に単位-ISTが割り当てられる. 図6(a), (b)の u^0 軸上の4, 5, ..., 8は各ベース区間番号を示す. 作図の都合上, ベース区間6だけ他の区間より広く描いた. 連結-ISTでは, 各反復ごとに以下の1), 2), 3)を行う.

- 1) 小区間の分割(図中 div).
- 2) 内部交差(図中 in-shf).
- 3) 外部交差(図中 ex-shf).

個々のベース区間を初期の小区間とした後, 1)では, 単位-ISTと同様, 小区間の N 分割を行う. ただし, 連結-ISTでは, 後の外部交差で各ベース区間内の小区間を自分と両脇のベース区間に対称に振り分けるため, 区間分割数 N を奇数に限定する. また, オリジナルのISTではベース区間ごとに異なる交差区間数 M_i を許したが, 全ベース区間で分割の仕方を一様とし, 同じ外部交差を適用可能とするため, すべて

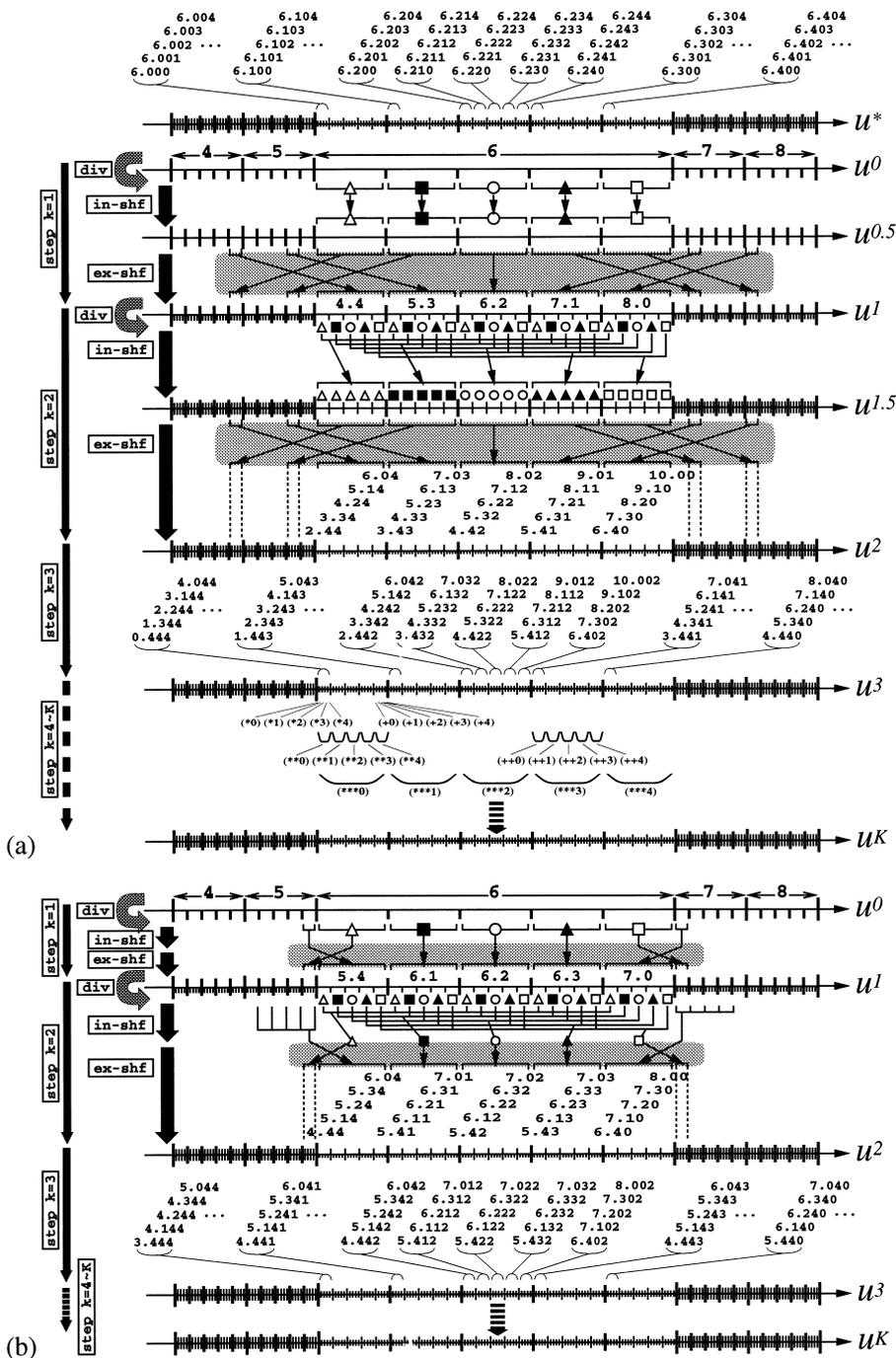


図6 連結-反復交差変換：区間分割数 $N = 5$
 Fig. 6 Connected-Iterated Shuffle Transformation.

最密連結-反復交差変換。一定の M を持つオリジナルの IST と等価な変換となる。 $u^{0.5}$, $u^{1.5}$ 軸は、それぞれ、 $u^0 \rightarrow u^1$ と $u^1 \rightarrow u^2$ において、内部交差 (in-shf) と外部交差 (ex-shf) の中間で仮想的につくられる座標軸を表す。 Δ , \blacksquare , \circ , \blacktriangle , \square はベース区間 6 の内部での内部交差による小区間の移動を表す。小区間番号はベース区間 6 の内部についてだけ示す。

その他の連結-反復交差変換の例。(a)とは外部交差方法が異なる。紙面の都合上、 $u^{0.5}$, $u^{1.5}$ 軸は省略した。

のベース区間に共通の N を与える。これは、各ベース区間に $N = 2M + 1$ となる共通の M を与えることに等しい(この N の限定的観点からは、オリジナルに比べ、 IST の変換パターンの自由度は減少したといえる。各ベース区間に異なる区間分割数 N_i を与

え、異なる外部交差を適用した連結- IST の提案は今後の課題である)。図6では、反復 k 回目の分割処理を u^{k-1} 軸の下の目盛付けで示している。

小区間の入れ替えは、一連の 2) 内部交差と 3) 外部交差により完了する。 k 回目の反復過程では u^{k-1} 軸から

u^k 軸がつけられるが、特に、図 6 (a) では、内部交差と外部交差の中間で仮想的につくられる $u^{(k-1).5}$ 軸を仮定し、 u^{k-1} 軸 $\xrightarrow{\text{in-shf}}$ $u^{(k-1).5}$ 軸 $\xrightarrow{\text{ex-shf}}$ u^k 軸と表す。

内部交差の働きは(各ベース区間ごとに)単位-IST とまったく同じであり、図 6 (a) のように、各ベース区間ごとに u^{k-1} 軸上で N 分割された小区間を N 個のグループにまとめ、 $u^{(k-1).5}$ 軸上に再配置する。図 3 と図 6 (a) に示した in-shf の処理は、 $N = 5$ のもとの等価な処理であることが分かる。

外部交差は、 $u^{(k-1).5}$ 軸上に置かれた小区間を、内部交差の過程でまとめたグループごとに、周囲のベース区間どうしで交換する。図 6 (a), (b) では、その交換の仕方を色領域中の矢印で示した。

単位-IST の場合と異なり、各小区間がどのベース区間から生じたものかを特定する必要があるため、連結-IST の小区間番号は「ベース区間番号・ベース区間内での N 進数」と表記する。また、図 6 (a) の u^* 軸上の小区間番号は、図 3 と同様、反復 $k = 3$ まで小区間分割だけを行った場合の小区間配置(すなわち、 u^0 軸上での配置)を表す。この u^* 軸上の番号配置と図 6 (a), (b) の u^3 軸上の配置との対応が、それぞれの連結-IST が反復 $k = 3$ の段階で構築する座標変換である。

内部交差は各ベース区間ごとにその内部で閉じた変換過程であり、いかなる連結-IST においても共通の動作(すなわち、単位-IST の動作)をする。一方、外部交差はベース区間の間でなされる変換過程であり、互いの小区間群を入れ換えることで、個々の単位-IST を接続する役割を果たす。外部交差の違いがその接続方法を変え、その連結-IST に固有の動作を決定する。図 6 の (a) と (b) はそれぞれ異なる外部交差による連結-IST である。それ以外の例を図 7 に示す。ここで、図 6 (a) の外部交差は、周囲のベース区間に対して小区間の分配を最も均等に行い、各単位-IST が生み出す小区間を最も密に混合する方法といえる。これを「最密連結-反復交差変換(最密連結-IST, fully-connected-IST)」とよぶ。異なる N に対する最密連結-IST の外部交差を図 8 に示す。最密連結-IST は、一定の M を持つオリジナルの IST と等価な変換となる(たとえば、図 1 は図 8 (b) の外部交差で定義される)。一方、図 6 (b) や図 7 による連結-IST は、それぞれ、オリジナルとは違った変換を生ずる。このように、本論文で提案する「さまざまな外部交差による単位-IST の接続」という枠組みにより、オリジナルの IST を拡張した、より一般化された変換パター

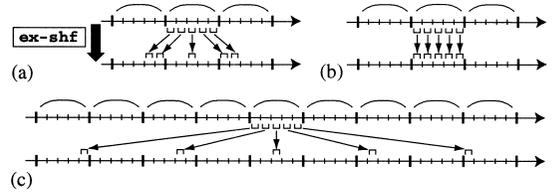


図 7 さまざまな外部交差の例：区間分割数 $N = 5$. 軸上の \sim が各ベース区間を表す。特に (b) は実際には外部交差を行わない例である

Fig. 7 Examples of external shuffles.

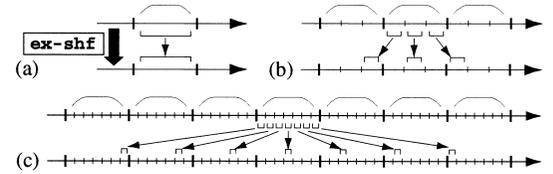


図 8 最密連結-反復交差変換の外部交差：軸上の \sim が各ベース区間を表す。(a) $N = 1$ (実際には変換が生じない)。(b) $N = 3$ 。(c) $N = 7$

Fig. 8 External shuffles of fully-connected-Iterated Shuffle Transformation.

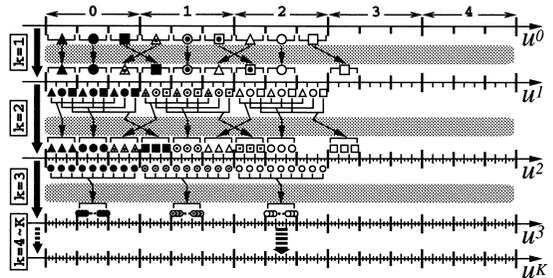


図 9 並進軸の端部処理：ベース区間 0, 1, ..., 4 からなる区間分割数 $N = 3$ の最密連結-反復交差変換を示す

Fig. 9 Transformation of end parts for translation coordinate axis.

を生み出すことが可能となる。

図 6 は両端の開いた「並進軸」¹³⁾ であるが、両端の閉じた「巡回軸」¹³⁾ についても議論はまったく同様である。なお、並進軸の端部処理に関して、文献 13) では区間分割数と異なる数に小区間分割が行われたが、本論文では図 9 のように区間分割数と実際の分割数を一致させるように変更を加えた(端部方向への不可能な外部交差は行わない)。これにより、全ベース区間で分割が一樣となり、端部の小区間幅が他と異なるという不都合が避けられ、また、小区間番号の全桁が N 進数となることで 2.3.2 項の定式化が容易となる。

(2) 局所的類似性 連結-IST も、単位-IST とは若干異なる形で局所的類似性を実現する。まず、図 6 (a) について、2.2.1 項 (2) と同様の方法で u^3 軸を観察し

た場合、 $(*0) \sim (*4)$ は互いに 0.400 の番号差、 $(**0) \sim (**4)$ は 0.440 の差、 $(***0) \sim (***)4)$ は 0.444 の差をそれぞれ保つことが分かる。ここで、小区間番号の番号差は、整数部を 10 進、小数部を N 進とした小数演算に従う。また、図 6(b) では、 $(*0) \sim (*4)$ の番号差は 0.200, 0.100, 0.100, 0.200, $(**0) \sim (**4)$ の差は 0.420, 0.010, 0.010, 0.420, $(***0) \sim (***)4)$ の差は 0.442, 0.001, 0.001, 0.442 となる。この場合、階層ごとの 5 つの範囲がすべて同じ差を持つわけではないが、たとえば $(***0)$ 内の番号と $(***1)$ 内の同位置の番号とはすべて 0.442 の差を持つというように、隣接する範囲の間で同位置の番号どうしはすべて同じ差を維持する。もちろん、単位-ISTと同様、同じ階層であれば任意の範囲について同じ番号差の規則が成り立つ。たとえば、 $(+0) \sim (+4)$ は $(*0) \sim (*4)$ と同じ番号差であり、同様に、 $(++0) \sim (++)4)$ は $(**0) \sim (**4)$ と同じ差である。この「階層ごとに一定の番号差を保ちながら小区間番号列が並ぶ」という規則は、図 6(a), (b) 以外でも任意の連結-IST で成立し、その番号差は外部交差によって決まる。この性質が連結-IST による「空間/スケール方向の局所的類似性」である。この規則は全ベース区間内で成り立つが、図 6(a), (b) の小区間番号中の整数部(ベース区間番号)の値が示すように、小区間の広がり、各ベース区間ごと、その近傍に局所的に限定される。

(3) 複合 Bézier 補間および B-spline 補間との対応 制御点の補間による曲線生成では、複数の Bézier 曲線を C^r, G^r 等の幾何的連続性を満たすように接続することで、区分的な複合 Bézier 曲線が定義できる¹⁾。複数の単位-IST を外部交差で接続する連結-IST の定義方法は、この曲線定義に類似する。特に、 N 進-単位-IST を最も均等な外部交差で接続した「 N 進-最密連結-IST」は、 n 次 Bézier 曲線を最大の連続性である C^{n-1} で接続した複合曲線に帰着される n 次 B-spline 曲線¹⁾ に対応付けられる。たとえば、図 10 の 3 次 B-spline 曲線は 5 つのパラメータ区間上の 3 次 Bézier 曲線を C^2 接続したものに帰着されるが、これと類似の方法で、図 9 の 3 進-最密連結-IST は 5 つのベース区間上の 3 進-単位-IST を最も均等な外部交差で接続したものとして定義される。また、B-spline 曲線では各制御点の影響が曲線に対して局所的に及ぶ¹⁾ のに対し、最密連結-IST では反復ごとの座標値の広がり座標軸上で局所的である。この局所性からも両

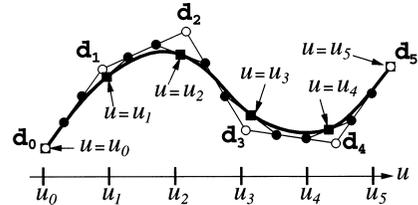


図 10 B-spline 補間: 次数 $n = 3$. B-spline 制御点 d_0, d_1, \dots, d_5 (図中の \circ) がノット列 $\{u_0, u_1, \dots, u_5\}$ に対して与えられる。これらによる制御ポリゴンから、5 つのパラメータ区間 $u \in [u_i, u_{i+1}]$ ($i = 0, 1, \dots, 4$) 上でそれぞれ定義される 3 次 Bézier 曲線の 4 個の Bézier 制御点 (図中の \square が両端点、 \bullet が内部の 2 点) が求められる¹⁾。各 Bézier 曲線は互いに C^2 接続される

Fig. 10 B-spline interpolation.

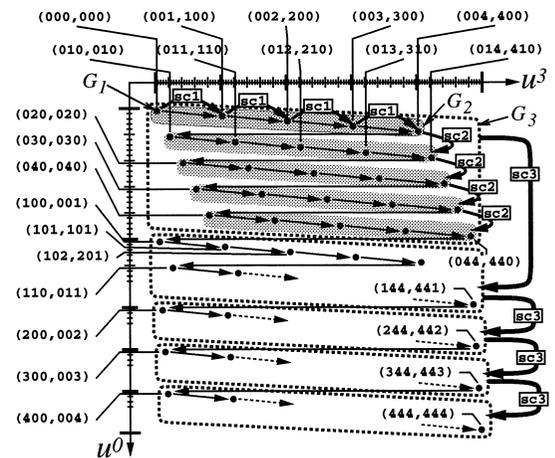


図 11 単位-反復交差変換のスケール反転規則: 点 (000,000) をグループ G_1 、一番上の色付きの囲み領域を G_2 、一番上の太点線の囲み領域を G_3 とし、 $\square_{sc1}, \square_{sc2}, \square_{sc3}$ で反復 $k = 1, 2, 3$ 回目のシフトコピーを表す。紙面の都合上、 u^0 軸の縮尺は場所により異なる

Fig. 11 Scale reverse rule on unit-Iterated Shuffle Transformation.

者の対応をみる事ができる。

2.3 反復交差変換の定式化

文献 13) では、IST の計算機上への実装の方法として、変換手順をそのまま模擬する方法を採用した。すなわち、反復ごとの小区間の分割と移動を直接、実数値 u に対するアルゴリズムとして記述し、式 (1) を実現した。しかし、特に、単位-IST と最密連結-IST では、その小区間配置にある規則性(「スケール反転規則」)を見出すことができる。本節では、この規則性を利用し、IST の数式表現を試みる。これは、IST の数学的な理解を深めるだけでなく、計算機上への実装を容易とし、処理速度を向上させる役割を果たす。

2.3.1 単位-反復交差変換の定式化

N 進-単位-IST における u^0, u^K 軸上の小区間番

たとえば、 $N = 5$ では $9.123 - 6.304 = 2.314$ となる。
(b) 中には $(*0)$ 等の図示はないが、(a) と同じものを用いる。

号を K 桁 N 進数 α^0, α^K とし, 小区間 α^0 が α^K に変換されるとする.

$$\begin{cases} \alpha^0 &= \alpha_1^0 \alpha_2^0 \cdots \alpha_K^0 \\ \alpha^K &= \alpha_1^K \alpha_2^K \cdots \alpha_K^K \end{cases} \quad (4)$$

$$\alpha_i^0, \alpha_i^K \in \{0, 1, \dots, N-1\} \quad (i = 1, 2, \dots, K).$$

図 11 は図 3 の u^*, u^3 軸を抜き出して直交したものである (u^* 軸と u^0 軸は同一視できるため, 図 11 では u^0 と表記した). 各 α^0 とそれに対応する α^3 の組 (α^0, α^3) を \bullet で示し, 各 \bullet を結ぶ矢印で α^0 を u^0 軸上で先頭から順に進めた場合を示す. この図から, α^0 を下位桁から増加する

$$\begin{aligned} &000 \rightarrow 001 \rightarrow 002 \rightarrow \cdots \rightarrow 004 - \\ &\rightarrow 010 \rightarrow 011 \rightarrow 012 \rightarrow \cdots \rightarrow 014 - \\ &\rightarrow 020 \rightarrow 021 \rightarrow 022 \rightarrow \cdots \rightarrow 044 - \\ &\rightarrow 100 \rightarrow 101 \rightarrow 102 \rightarrow \cdots \rightarrow 144 - \\ &\rightarrow 200 \rightarrow 201 \rightarrow 202 \rightarrow \cdots \\ &\quad \cdots \rightarrow 443 \rightarrow 444 \end{aligned} \quad (5)$$

の順序で進む跳躍が, 単位-IST の適用により, α^3 を上位桁から増加する

$$\begin{aligned} &000 \rightarrow 100 \rightarrow 200 \rightarrow \cdots \rightarrow 400 - \\ &\rightarrow 010 \rightarrow 110 \rightarrow 210 \rightarrow \cdots \rightarrow 410 - \\ &\rightarrow 020 \rightarrow 120 \rightarrow 220 \rightarrow \cdots \rightarrow 440 - \\ &\rightarrow 001 \rightarrow 101 \rightarrow 201 \rightarrow \cdots \rightarrow 441 - \\ &\rightarrow 002 \rightarrow 102 \rightarrow 202 \rightarrow \cdots \\ &\quad \cdots \rightarrow 344 \rightarrow 444 \end{aligned} \quad (6)$$

の順序に変換されることが分かる. この規則は任意の N, K について成立する. これを「スケール反転規則」とよぶ. 式 (5) と式 (6) の対応から, α^0 と α^K の間には次式が成立することが分かる (付録 A.1 参照).

$$\begin{aligned} \alpha^K &= \mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}(\alpha^0) = \mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}(\alpha_1^0 \alpha_2^0 \cdots \alpha_K^0) \\ &= \alpha_K^0 \alpha_{K-1}^0 \cdots \alpha_1^0 \end{aligned} \quad (7)$$

式 (7) は α^0 の 1 桁目から K 桁目までを逆向きに並べたものを α^K とする操作, 言い換えれば, スケール方向に関する反転を表す. この式を単位-IST の「スケール反転式」とよぶ. たとえば, $N = 5, K = 3$ の場合, $\alpha^0 = \alpha_1^0 \alpha_2^0 \alpha_3^0 = 124$ が $\alpha^3 = \alpha_1^3 \alpha_2^3 \alpha_3^3 = \alpha_3^0 \alpha_2^0 \alpha_1^0 = 421$ に変換される. 式 (7) から, 任意の $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_K$ に対して次式が成り立つ.

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}(\mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}(\alpha)) &= \alpha \\ (\text{あるいは, } \mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}^{-1}(\alpha)) &= \mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}(\alpha) \end{aligned} \quad (8)$$

式 (8) は, u^0 軸上の α が u^K 軸上の α' に変換されるとき, 逆に, u^0 軸上の α' は u^K 軸上の α に変換されることを意味する. たとえば, 図 3 では, u^0 軸上の 124 が u^3 軸上の 421 に移る一方, 421 は 124 に

移る. これは, α と α' が互いの位置を交換し合い, 一對の組 (「反転ペア」) をなすことを意味する.

式 (6) の α^3 の跳躍は図 11 に示す反復操作で構成できる. 小区間番号の $i (= 1, 2, 3)$ 桁目の単位距離を ΔL_i とする. 反復 $k = 1$ 回目の操作として, 点 (000, 000) をグループ G_1 とし, G_1 を u^3 軸正方向に $\Delta L_1 = 100$ ずつ平行移動してコピーする操作を $N - 1 = 4$ 回繰り返す (図中 sc1). 次に, 反復 $k = 2$ 回目として, 1 回目の操作による G_1 とその 4 個のコピー, すなわち, u^3 軸上の $\{000 \rightarrow 100 \rightarrow 200 \rightarrow 300 \rightarrow 400\}$ をグループ G_2 とし, G_2 を $\Delta L_2 = 010$ ずつ平行移動してコピーする操作を 4 回繰り返す (図中 sc2). そして, 反復 $k = 3$ 回目として, 2 回目までにできた合計 25 個の点をグループ G_3 とし, G_3 に対する $\Delta L_3 = 001$ の平行移動とコピーを 4 回繰り返す (図中 sc3). 上記のグループ化操作を「グルーピング」, 平行移動とコピー操作を「シフトコピー」とよぶ. この一連の操作により式 (6) が構成される. これは任意の N, K で成立する. この操作が生み出す空間/スケール方向の繰返し構造により, 2.2.1 項 (2) で述べた局所的類似性の原因が説明できる.

座標軸 u を単位区間 $0 \leq u \leq 1$ とし, 反復ごとの小区間分割が均等の長さに行われる とすると, 式 (4) の離散値 α^0, α^K に対応する実数値 u^0, u^K は次式となる.

$$\begin{cases} u^0 &= \Delta u + \sum_{i=1}^K \alpha_i^0 \left(\frac{1}{N}\right)^i \\ u^K &= \Delta u + \sum_{i=1}^K \alpha_i^K \left(\frac{1}{N}\right)^i \end{cases} \quad (9)$$

$$\text{ただし, } 0 \leq \Delta u < \left(\frac{1}{N}\right)^K.$$

u^0, u^K は小区間 α^0, α^K 内で先頭から Δu の距離にある座標値である. また, 両端が u_a, u_b の小区間に含まれる u は $u_a \leq u < u_b$ とし, 最後端の $u = 1$ は前方の小区間に含める. 式 (7) に対応する u^0, u^K に関する変換式を以下に示す.

$$\begin{aligned} u^K &= \mathcal{F}_{UN\mathcal{I}}(u^0) \\ &= \mathcal{F}_{UN\mathcal{I}}\left(\Delta u + \sum_{i=1}^K \alpha_i^0 \left(\frac{1}{N}\right)^i\right) \\ &= \Delta u + \sum_{i=1}^K \alpha_{K-i+1}^0 \left(\frac{1}{N}\right)^i \end{aligned} \quad (10)$$

文献 13) では, 実数値 u に対する反復ごとの変換手順をアルゴリズム化し, 不均等な小区間分割も可能とした. 一方, 本論文では, 離散値 α を用いた定式化を行い「均等な分割」という条件のもとで実数値に対する式 (10) を提案した「不均等な分割」に対する定式化は今後の課題である.

u^0 軸上の小区間番号 α^0 も K 桁で表す.

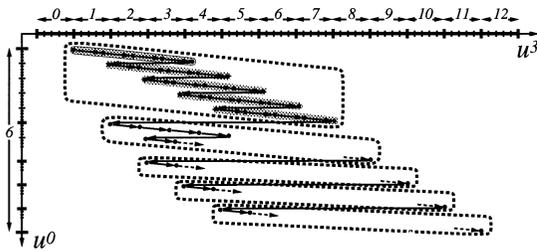


図 12 最密連結-反復交差変換のスケール反転規則: u^0 軸上のベース区間 6 の部分について示す

Fig. 12 Scale reverse rule on fully-connected-Iterated Shuffle Transformation.

式 (10) は、小区間内部では連続な関数 (式中の Δu の部分) となる一方、小区間どうしの接続部分では不連続となる。

2.3.2 最密連結-反復交差変換の定式化

単位-IST と同様、 N 進-最密連結-IST により u^0 軸上の小区間 α^0 が u^K 軸上の α^K に変換されるとする。

$$\begin{cases} \alpha^0 &= \alpha_0^0 \cdot \alpha_1^0 \alpha_2^0 \cdots \alpha_K^0 \\ \alpha^K &= \alpha_0^K \cdot \alpha_1^K \alpha_2^K \cdots \alpha_K^K \end{cases} \quad (11)$$

α_0^0, α_0^K はベース区間番号.

$\alpha_i^0, \alpha_i^K \in \{0, 1, \dots, N - 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, K)$.

図 12 は図 6 (a) の u^*, u^3 軸を抜き出したものである (表現は図 11 と同じ) . これより、単位-IST と同様の考え方で最密連結-IST のスケール反転式が次式で示される (付録 A.2 参照) .

$$\alpha^K = \mathcal{D}_{FULC}(\alpha^0) \quad (12)$$

$$\begin{cases} \alpha_0^K &= \alpha_0^0 + \sum_{j=1}^K (\alpha_j^0 - M) \\ \alpha_i^K &= N - 1 - \alpha_{K-i+1}^0 \quad (i = 1, 2, \dots, K) \end{cases}$$

交差区間数 M , 区間分割数 $N = 2M + 1$.

式 (12) では、 α^K の i 桁目 $\alpha_i^K \quad (i = 1, 2, \dots, K)$ が α^0 の $K - i + 1$ 桁目 α_{K-i+1}^0 により決定され、スケール方向の反転が生じる。また、式 (8) と同様、式 (12) も任意の α に対して次式を満たす。

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{FULC}(\mathcal{D}_{FULC}(\alpha)) &= \alpha \quad (13) \\ (\text{あるいは } \mathcal{D}_{FULC}^{-1}(\alpha) &= \mathcal{D}_{FULC}(\alpha)) \end{aligned}$$

図 12 は、図 11 と同様、最密連結-IST がグルーピングとシフトコピーで構成できることを示しており、2.2.2 項 (2) の局所的類似性の原因を説明する。

各ベース区間の座標軸上での長さを 1 とし、小区間

式 (12) は、両端の閉じた巡回軸に対しては、ベース区間の巡回を考慮した修正が必要となる。また、並進軸の端部でも、端点を越えた小区間移動 (外部交差) は不可能であるため、それを考慮したアルゴリズムの処理が必要となる。

表 1 計算速度の比較: 区間分割数 N , 反復回数 K に対し、擬似乱数による 10^6 個の座標値を変換するのに要する時間を計測した。表中の数値は座標値 1 つあたりの平均である (単位は $\times 10^{-6}$ 秒) . 計算機は Origin2000 (MIPS R10000 250 MHz , 1 GByte) を使用

Table 1 Comparison of performance.

K	$N = 3$		$N = 5$		$N = 7$	
	変換手順	定式化	変換手順	定式化	変換手順	定式化
1	115.45	1.55	130.54	1.55	151.55	1.55
2	224.60	2.48	254.85	2.52	296.85	2.52
3	333.73	2.88	379.11	2.90	442.10	2.89
4	443.06	3.30	503.61	3.30	587.53	3.29
5	552.22	3.71	627.94	3.71	732.84	3.70
6	661.49	4.16	752.34	4.16	878.18	4.16

分割が均等であるとした場合、単位-IST と同様の方法で、式 (12) に対応する実数値 u^0, u^K に関する変換式が定義できる (次式は式 (9) ~ (12) から容易に構成できるため、詳細は省略する) .

$$u^K = \mathcal{F}_{FULC}(u^0) \quad (14)$$

最密連結-IST は一定の M を持つオリジナルの IST と等価な変換である。そこで、上記の定式化による処理速度の向上を検証するため、実数値 u に対する変換手順をそのまま模擬した従来の実装によるもの (変換手順版) と式 (12) による式 (14) を実装したもの (定式化版) との計算速度を比較した実験結果を表 1 に示す。この結果から、定式化による処理の高速化が確認できる。

なお、一般の連結-IST は、最密連結-IST のような数式表現はできないため (実数値 u ではなく) 離散値 α に対するアルゴリズムとして実装した。

3. Wrinkly 曲面

本章では、前章の IST を利用して定義される「wrinkly 曲面 (wrinkly surface : WR 曲面) 」について述べる。3.1 節で既提案の基本的な定義¹³⁾について述べ、3.2 節で前章で提案した各種 IST を取り入れた WR 曲面の形式を提案する。

3.1 Wrinkly 曲面の基本的な定義

文献 13) では、制御点補間¹⁾と手続き的モデリング^{2),3)}を融合した「手続き的補間」の概念を提唱し、その具体例として WR 曲面の提案を行った。従来の連続的補間が C^r, G^r 等の幾何的連続性を満たすように曲面を生成するのに対し、手続き的補間は、幾何的連続性に条件を限定せず、任意の手続きをとりいれて制御点を補間する方法である。特に、従来の連続的補間で生成されたパラメトリック曲面 $F(u, v)$ に多様なパラメータ変換式 $\mathcal{F}_P(u, v)$ を適用して新たな曲面式を生み出す手法は、有効な手続き的補間方法の 1 つ

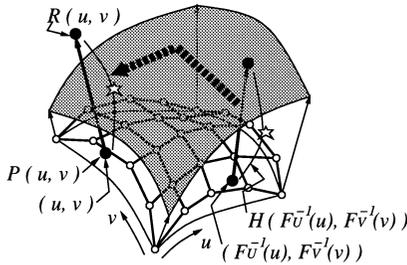


図 13 Wrinkly 曲面の定義：図中の \circ は WR 制御点，下の白い曲面は基準曲面 $P(u, v)$ ，上の色付き曲面は基準曲面の法線方向に高さ関数 $H(u, v)$ の分だけもち上げた曲面である．図中の \circ は同じ高さ値，すなわち，パラメータ $(F_U^{-1}(u), F_V^{-1}(v))$ の位置の高さ値を基準曲面上に沿って (u, v) の位置に移動することを表す

Fig. 13 Definition of wrinkly surface.

である．

WR 曲面は，そのパラメータ変換式として IST を用い「wrinkly 制御点 (WR 制御点)」とよぶ制御点からなる制御メッシュ上に形成される (図 13 参照)．本論文では，メッシュの形状を正方メッシュに限定する．各 WR 制御点 p_i には 3 次元位置座標値 $x_i = (x, y, z)$ と displacement mapping の変位のための高さ値 h_i をデータとして与える．WR 曲面は以下の操作で定義される．

- 1) 連続的補間操作．
- 2) パラメータ変換操作．
- 3) マッピング操作．

1) は，従来の連続的補間により，メッシュ上の $\{x_i\}$ から基準曲面 $P(u, v)$ ， $\{h_i\}$ から高さ関数 $H(u, v)$ を定義する．2) は，高さ関数 $H(u, v)$ の u, v に対し，パラメータ変換として IST を適用する．3) は，2) で変換された高さ関数を基準曲面に対して displacement mapping する．WR 曲面 $R(u, v)$ を次式で定義する．

$$R(u, v) = P(u, v) + H(F_U^{-1}(u), F_V^{-1}(v)) N(u, v) \quad (15)$$

$N(u, v)$ は基準曲面上の単位法線ベクトル， $F_U(u)$ ， $F_V(v)$ は u, v に適用する IST である．図 13 のように， IST によって (u, v) に変換されるパラメータ値，つまり， (u, v) を逆変換した $(F_U^{-1}(u), F_V^{-1}(v))$ での高さ関数 H の値をとる．その高さ値を基準曲面上の位置 $P(u, v)$ から法線方向に displacement mapping で変位させた点を (u, v) に対する WR 曲面上の点 $R(u, v)$ とする．式 (8)，式 (13) より，単位- IST と最密連結- IST では逆変換 $F_U^{-1}(u)$ は $F_U(u)$ に等しく ($F_V(v)$ も同様)，一般の連結- IST ではアルゴリズムとして実現する． F_U, F_V の反復回数 K は，画像生成時の「適応的サンプリング」¹³⁾により，曲面

のポリゴン化が画面上で十分な詳細度となるよう決定する．なお，基準曲面は，曲面上のあらゆる点で法線ベクトルが適切に定義できるものとする．また，基準曲面が凹面となる部分では，法線方向への H 分の変位により WR 曲面が自己交差するが生じるが，本研究で作成した形状モデルについては特に大きな不都合は生じなかったため，その回避を行わなかった．この自己交差の解決は今後の課題である．

前章で述べた IST の局所的類似性により，WR 曲面は従来の補間曲面にフラクタル的な特徴を融合した曲面となる．各 WR 制御点の位置 x_i と高さ値 h_i を直観的に操作することで，つねに面上の凹凸の局所的類似性を保ちながら，目的とする部分を容易に変形することが可能である (図 17，図 18 参照)．WR 制御点に色や透過率等の任意の属性値を与え，高さ値と同様に IST を適用することもできる．

3.2 Wrinkly 曲面の形式化

文献 13) では，3.1 節の 1) 連続的補間操作として各 WR 制御点ごとに区分的な 3 次複合 Bézier 補間を採用し，2) パラメータ変換操作としてオリジナルの IST を適用した．本論文では，変形操作を直観的なものとするため，各制御点の曲面への影響の仕方 (大域的，局所的) が明確である曲面形式を提案する．具体的には，上記の 1) と 2) について，2.2.1 項 (3) と 2.2.2 項 (3) の内容に基づき，連続的補間と IST の対応する形式どうしを組み合わせた WR 曲面形式を提案する．

まず，2.2.1 項 (3) に従い，1) として n 次 Bézier 補間，2) として N 進-単位- IST を採用した WR 曲面を「 N 進- n 次- IST -Bézier 曲面」と定義する．この曲面では，各制御点の影響が曲面全体に対して大域的に及び．また，2.2.2 項 (3) から， n 次 B-spline 補間と N 進-連結- IST を組み合わせたものを「 N 進- n 次- IST -B-spline 曲面」と定義する．その際，B-spline 補間のノット列中の各パラメータ区間を連結- IST のベース区間に一致させる (図 9，図 10，および，図 16 (b) を参照)．2.2.2 項 (3) では B-spline 補間と最密連結- IST を対応させたが， IST -B-spline 曲面には一般の連結- IST も含む．2.2.2 項 (3) の内容を曲面に拡張すれば， IST -B-spline 曲面は複数の IST -Bézier 曲面を接続したものといえ，各制御点の影響は曲面に対して局所的である．

図 14 に IST -Bézier 曲面，図 15 に IST -B-spline 曲面 (最密連結- IST による) の例を示す．各図 (a) 中の各制御点 (メッシュの格子点) には高さ値 h_i と色 $c_i = (r, g, b)$ を与えており， IST を適用せず高さ

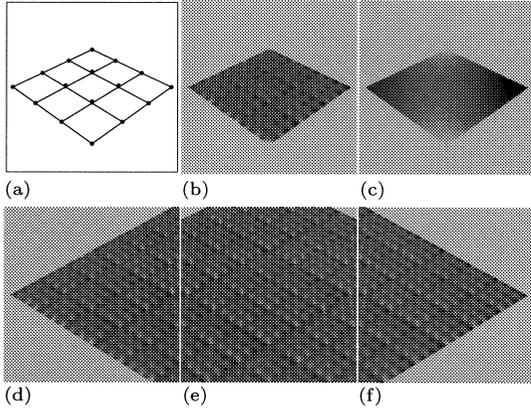


図 14 *IST*-Bézier 曲面: $n = 3$. (a) 制御メッシュ. (b) *IST*-Bézier 曲面 ($N = 3$ の単位-*IST* を適用). (c) 従来の Bézier 曲面. (d), (e), (f) は (b) の左端, 中央, 右端を 3 倍に拡大したもの

Fig. 14 *IST*-Bézier surface.

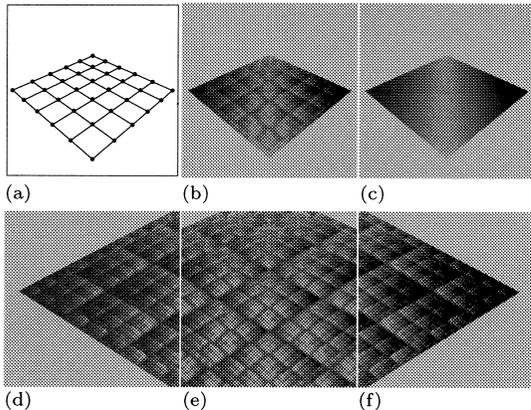


図 15 *IST*-B-spline 曲面: $n = 3$. (a) 制御メッシュ. (b) *IST*-B-spline 曲面 ($N = 3$ の最密連結-*IST* を適用). (c) 従来の B-spline 曲面. (d), (e), (f) は (b) の左端, 中央, 右端を 3 倍に拡大したもの

Fig. 15 *IST*-B-spline surface.

関数と色関数 (連続的補間操作で $\{c_i\}$ から得る) をそのまま基準曲面にマッピングした場合, 各図 (c) の滑らかな曲面が生成される. それぞれ, (b) \rightarrow (d), (e), (f) の拡大により, 各 WR 曲面がスケール変化に対する自己相似性を持つことが分かる. その際, その自己相似性は (従来のフラクタルのように) 曲面上の至るところで大域的に一樣ではなく, 左にいくほど赤が強く, 右にいくほど青が強いという, 位置に依存した局所性を持つことが観察できる. この性質が局所的類似性である (2.2.1, 2.2.2 項 (2)). また, 図 14 と図 15 の各 WR 曲面上の赤緑青の広がり方から, 前者

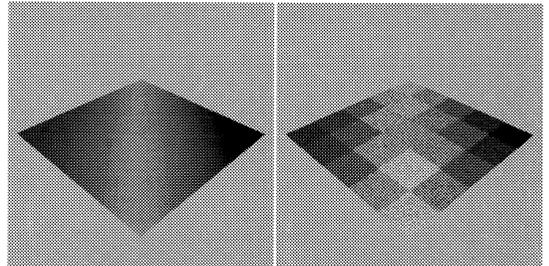
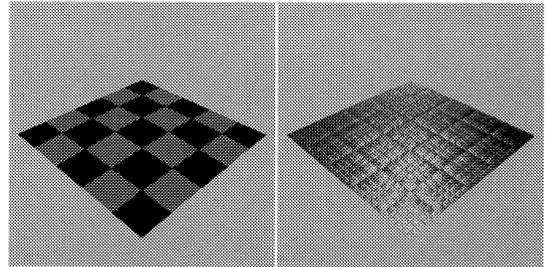
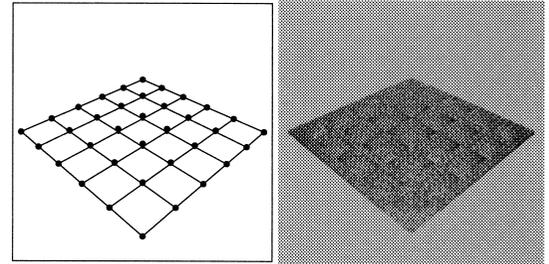


図 16 異なる外部交差による *IST*-B-spline 曲面: $n = 3$. (a) 制御メッシュ. (b) パラメータ区間 (ベース区間) ごとに (c) を色分けしたもの. (c) 従来の B-spline 曲面. (d), (e), (f) 異なる外部交差による *IST*-B-spline 曲面 ($N = 5$)

Fig. 16 *IST*-B-spline surfaces based on different external shuffles.

では各制御点の c_i が曲面全体に大域的に影響するのに対し, 後者では局所的であることが分かる (2.2.1, 2.2.2 項 (3)). これは h_i についても同様である.

図 16 は異なる外部交差による連結-*IST* を適用した *IST*-B-spline 曲面の例である. *IST* を適用しない場合に (c) を生成する共通の (a) に対し, (d) は図 6 (a) の最密連結-*IST*, また, (e) は図 6 (b), (f) は図 7 (b) をそれぞれ適用した. (d) の局所的類似性は文献 13) のオリジナルの WR 曲面と同じであるのに対し, 本論文の提案である外部交差で拡張された *IST* による (e) と (f) には, それぞれ異なる類似性が実現される. 前述のように, (d), (e), (f) を 25 個の *IST*-Bézier 曲面を接続したものとみた場合, (f) \rightarrow (e) \rightarrow (d) の順に接続が密になっていく様子が分かる. これは, 従来の複合 Bézier 曲面で, Bézier 曲面間の幾何的連続性

本論文の画像例中の “従来の Bézier 曲面”, “従来の B-spline 曲面” は, すべてこの方法で生成した.

C^r , G^r が高次になるにつれ, 複合曲面全体が滑らかになっていくことに対応付けられる (2.2.2 項 (3)).

4. 重畳 wrinkly 曲面

本章では, 前章の WR 曲面を重畳化した「重畳 wrinkly 曲面 (superposed wrinkly surface: 重畳 WR 曲面)」を提案する. 4.1 節で基本的な定義を行い, 4.2 節で形状モデルへの応用のための階層的サンプリングについて述べる.

4.1 重畳 wrinkly 曲面の定義

前章の WR 曲面が面方向にだけ局所的類似性をつくり出すのに対し, IST の反復ごとに曲面形状を重ね合わせ(「重畳化」), スケール変化のもとで高さ方向に関しても類似性が実現されるようにしたものが重畳 WR 曲面である. 重畳化しない WR 曲面が高さ値を増すにつれ “トゲトゲした” 形状となるのに対し, 重畳 WR 曲面は重み付けの仕方により凹凸の粗さが異なる “山脈のような” 形状となり, 形状モデルとしての表現力が向上する (図 17, 図 18 参照).

通常の WR 曲面では, 高さ関数に適用する IST (式 (15) 中の $\mathcal{F}_u, \mathcal{F}_v$) は反復回数 K まで実行し, その 1 つの結果だけから変位を決定する. 一方, 重畳 WR 曲面では, 反復 $k = 0, 1, 2, \dots$ の各段階で高さ値を求め, その総和を変位とする. ただし, 総和を求める際, 各高さ値にある規則に従った重み付けを行う. 通常の WR 曲面 $\mathbf{R}(u, v)$ が式 (15) で定義されるのに対し, 重畳 WR 曲面 $\mathbf{R}^\infty(u, v)$ を次式で表す.

$$\begin{aligned} \mathbf{R}^\infty(u, v) = & \mathbf{P}(u, v) \\ & + \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} W^k(u, v) H((\mathcal{F}_u^k)^{-1}(u), \right. \\ & \left. (\mathcal{F}_v^k)^{-1}(v)) \right\} \mathbf{N}(u, v) \end{aligned} \quad (16)$$

式 (16) の $\mathcal{F}_u^k, \mathcal{F}_v^k$ は式 (15) の $\mathcal{F}_u, \mathcal{F}_v$ の反復回数を k としたものである. 特に, $\mathcal{F}_u^0, \mathcal{F}_v^0$ は, 実際には, u, v を変換しないことに対応する. W^k は反復 k 回目の「重み関数」であり, u, v の関数 (曲面上の場所により重みが異なる) として一般性を持たせる.

重畳 WR 曲面は, 中点変位法^{2)~4),7),10),11)} によるフラクタル山脈地形, あるいは, “高木関数” や “Landsberg profile”⁴⁾ に類似する. そこで本論文では, 重畳 WR 曲面が高さ方向の自己相似構造も持つように, 反

復ごとに一定の比率で重みが増加する, 次式の重み関数に焦点を当てる ($0 < \delta(u, v) < 1$ とする).

$$W^k(u, v) = \delta_0(u, v) \cdot \{\delta(u, v)\}^k \quad (17)$$

通常のフラクタルでは, 式 (17) 中の δ がフラクタル次元を決定する. ここで, 以下の制約条件を与える.

$$\sum_{k=0}^{\infty} W^k(u, v) \equiv 1 \quad (18)$$

式 (17) と式 (18) から $\delta_0 = 1 - \delta$ となり, W^k は次式となる.

$$W^k(u, v) = \{1 - \delta(u, v)\} \cdot \{\delta(u, v)\}^k \quad (19)$$

式 (19) は W^k を δ だけから決定する. 式 (18) から, δ の変更は (反復ごとの) 各高さ値の総和に占める相対的影響を変えるだけで, 総和そのものは高さ関数 $H(u, v)$ で決まる. $\delta(u, v)$ を「比率関数」とよび, 各 WR 制御点に与えた比率値 δ_i から連続的補間操作により求める.

色, 透過率等の任意の属性値を扱う際にも, 高さ値と同様の重畳化が可能である.

前章の IST -Bézier 曲面, IST -B-spline 曲面を重畳化したものを「重畳 IST -Bézier 曲面」, 「重畳 IST -B-spline 曲面」とよぶ. その例を図 17, 図 18 に示す. 各図 (a-1), (b-1) のメッシュ上の制御点から突き出る先端が ● の線分は, その制御点に与えた高さ値 h_i を表す. (a-1) から (a-2) ~ (a-5), (b-1) から (b-2) ~ (b-5) が生じる. (a,b-2) は従来の補間曲面, (a,b-3) は式 (15) による WR 曲面である. そして, (a,b-4) と (a,b-5) がそれぞれ異なる比率関数 $\delta(u, v)$ によらず面上で一定値とした) を与えた式 (16) による重畳 WR 曲面である. WR 曲面と重畳 WR 曲面では面上での凹凸の仕方が異なる. WR 曲面 (a,b-3) は面に沿う方向に局所的類似性を持ち, 高さ値を増すにつれ “トゲトゲした” 形状となる. 一方, 重畳 WR 曲面 (a,b-4), (a,b-5) は面方向に加え高さ方向にも局所的類似性を持つ “山脈のような” 凹凸形状となる. (a,b-4) と (a,b-5) は異なる δ により凹凸の粗さを変えた例であり, δ が小さなほど凹凸が滑らかに, 大きなほど激しくなる. 各制御点に異なる比率値 δ_i を与え, δ を u, v の関数とすることで, 凹凸の粗さを場所ごとに変えることもできる. 重畳 WR 曲面の形状は, 制御点に与えた高さ値の変更 (a-1) \rightarrow (b-1) に従い, (a,4,5) \rightarrow (b-4,5) のように “雪崩を打ったように” 変形する. これは, もともと連続している高さ関数の値が, IST により, 局所的類似性の繰返し構造を維持しながら反復ごとに拡

ただし, 図 16 (d), (e), (f) の連続的補間操作は, 複合 Bézier 補間ではなく, すべて B-spline 補間である.

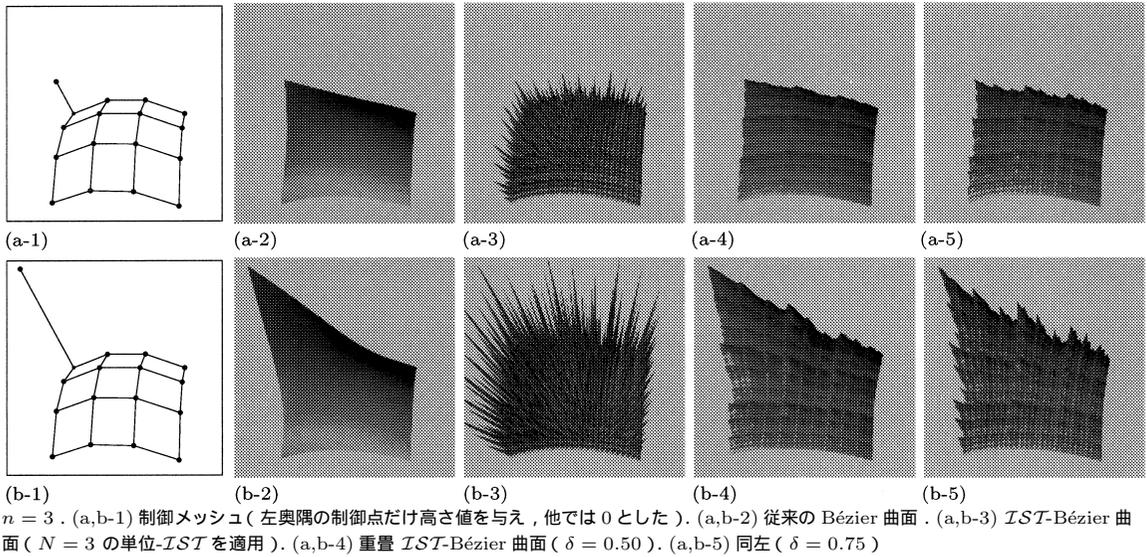


図 17 重畳 *IST*-Bézier 曲面
 Fig. 17 Superposed *IST*-Bézier surfaces.

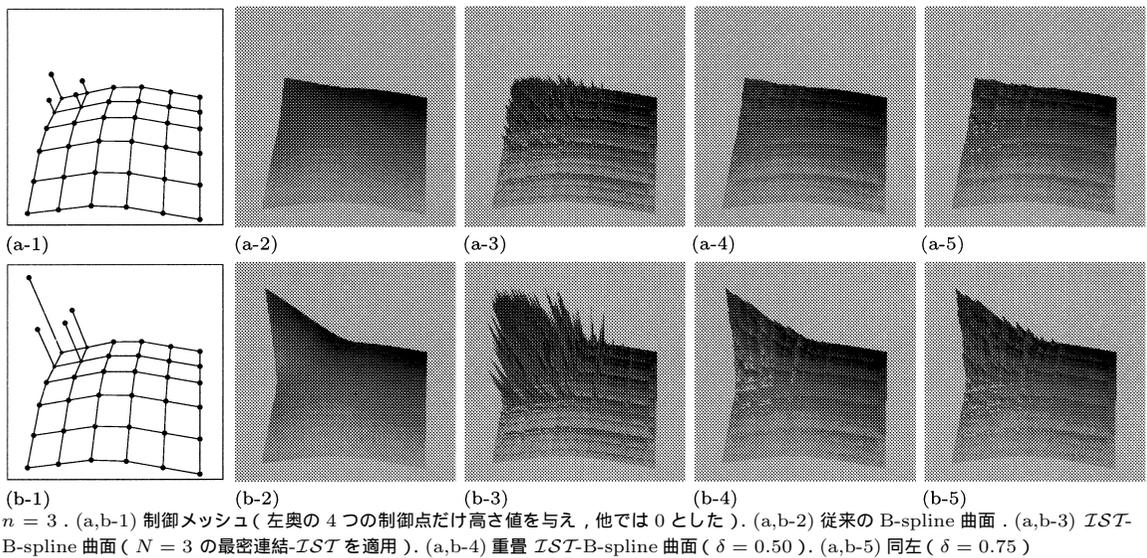


図 18 重畳 *IST*-B-spline 曲面
 Fig. 18 Superposed *IST*-B-spline surfaces.

散するために起こる. これを「雪崩式変形」とよぶ.

4.2 階層的サンプリング

式 (16) をそのまま用いて, $\mathbf{R}^\infty(u, v)$ 中の u, v の値を連続的に変化させた場合, 式中の $H((\mathcal{F}_u^k)^{-1}(u), (\mathcal{F}_v^k)^{-1}(v))$ は図 19 (b) のような階段状の形状をつくり出してしまふ. 形状モデルへの応用を考えた場合, この人工的な階段形状は好ましくない. そこで, 以下に提案する「階層的サンプリング」により, その階段

形状を回避する.

階層的サンプリングは, パラメータ平面上で反復ごとにできる小領域 (u 方向の小区間 $\times v$ 方向の小区間) 単位で 1 点ずつサンプリングを行う. 図 20 の N 進-単位-*IST* の適用例では, 反復 k 回目において, $(N^k)^2$ 個の小領域ごとに 1 点ずつサンプリングし, 高さ値 $H((\mathcal{F}_u^k)^{-1}(u), (\mathcal{F}_v^k)^{-1}(v))$ をとり出す. そして, 図 19 (c), (d) のように, その高さ値 (サン

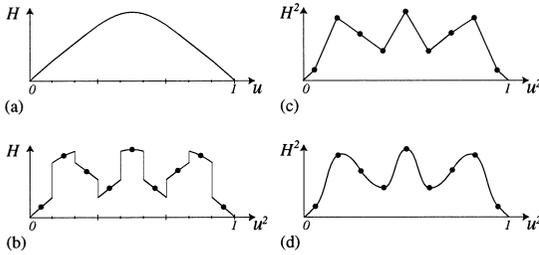


図 19 高さ関数に対する反復交差変換の適用：簡単化のため，高さ関数 H は $u-v$ 平面上ではなく， u 軸上の関数とした．(a) もとの高さ関数 $H(u)$ ．(b) (a) に対して $N=3$ の単位-IST を $k=2$ まで適用した $H((\mathcal{F}_u^k)^{-1}(u))$ ．グラフ上の \bullet は u^2 軸上にできた 9 つの小区間の中点に対する関数値．(c) (b) の \bullet を線形補間した $H^2(u)$ ．(d) より高次の補間をしたもの

Fig. 19 Application of Iterated Shuffle Transformation to height function.

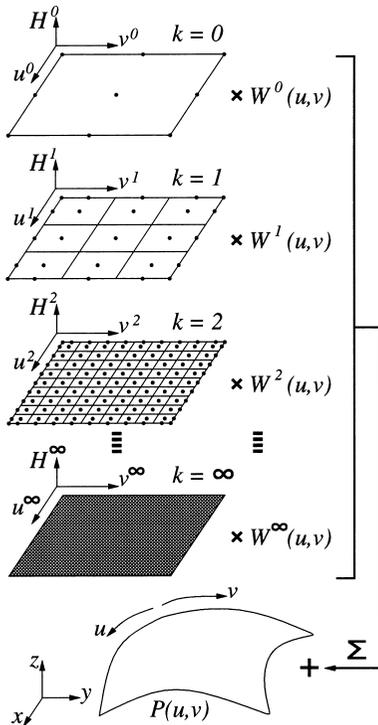


図 20 階層的サンプリング： $N=3$ の単位-IST の場合を示す．反復 k 回目でできる $(3^k)^2 = 9^k$ 個の各小領域に対してサンプリング点 (図中 \bullet) をとる．曲面の端部が開いている場合，その境界边上にもサンプリング点をとる

Fig. 20 Hierarchical sampling.

プル値) をパラメータ平面 $u^k - v^k$ 上で適当に補間し，新たな高さ関数 $H^k(u, v)$ をつくる．最後に，重み W^k を掛け合わせて $k=0, 1, 2, \dots$ の総和をとる．サンプル値を補間する方法には，線形補間，隣接するサンプル値を用いた Hermite 補間等が考えられる．連結-IST の場合にも，やり方は同様である．式 (16) の

定義に対し，階層的サンプリングによる重畳 WR 曲面 $R_D^\infty(u, v)$ を次式で表す．

$$R_D^\infty(u, v) = P(u, v) + \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} W^k(u, v) H^k(u, v) \right\} N(u, v) \tag{20}$$

この階層的サンプリングも任意の属性値に対して有効である．

画像生成時には式 (20) からポリゴン群を生成するが，この際，式中の \sum を実際に ∞ までとることはできない．そこで，適応的サンプリング¹³⁾により，高さ値の加算分が画面上で無視できるほど小さくなった時点で反復を終了する．

図 17，図 18 の (a,b-4) と (a,b-5)，ならびに，図 21 ~ 図 23 の重畳 WR 曲面の応用例は，階層的サンプリングによるものである．図 19 (b) のような人工的階段形状が回避され，より自然な形状が実現されていることが分かる．

5. 実 例

図 21，図 22，図 23 は形状モデルの実例を示す．すべてのモデルで重畳 IST-B-spline 曲面を用い，B-spline 補間の次数は $n=3$ とした．図 22，図 23 では，高さ値の変位を基準曲面の法線方向に限定せず任意方向とし，WR 制御点には高さ値と色の他に透過率も与えた．高さ値，色，透過率の各々に階層的サンプリングを適用し，その際，モデルに自然さを加えるため，サンプル値にガウス乱数によるランダムさを与えた．

図 21 は，重畳化の効果を示す実例である．重畳化しない (d) がトゲ状であるのに対し，重畳化した (e)，(f)，(g) は高さ方向にも局所的類似性を持つ山脈状の凹凸形状となる (ただし，右手前の緑の部分は重畳化していない)．比率関数 δ を変えることで，その凹凸の粗さが変化することが分かる．

図 22 は，連結-IST の外部交差の違いが曲面に与える影響，および，その重畳化を示す実例である．(z) を生み出す共通の (x) に対し，(a-1,2,3,4) は図 6 (a) の $N=5$ の最密連結-IST，(b-1,2,3,4) は図 6 (b) の連結-IST を適用した．外部交差の違いが高さ値の分配を変え，異なる曲面形状をつくり出すことが分かる．また，(a,b-1) のトゲ形状に対し，(a,b-2)，(a,b-3)，(a,b-4) は δ により粗さが変化する凹凸形状となる．

図 23 は，制御点の高さ値とその変位方向の変更 (a-1) \rightarrow (b-1) \rightarrow (c-1) にともなう重畳 WR 曲面の雪崩式変形 (a-3) \rightarrow (b-3) \rightarrow (c-3) を示す．曲面上の局所

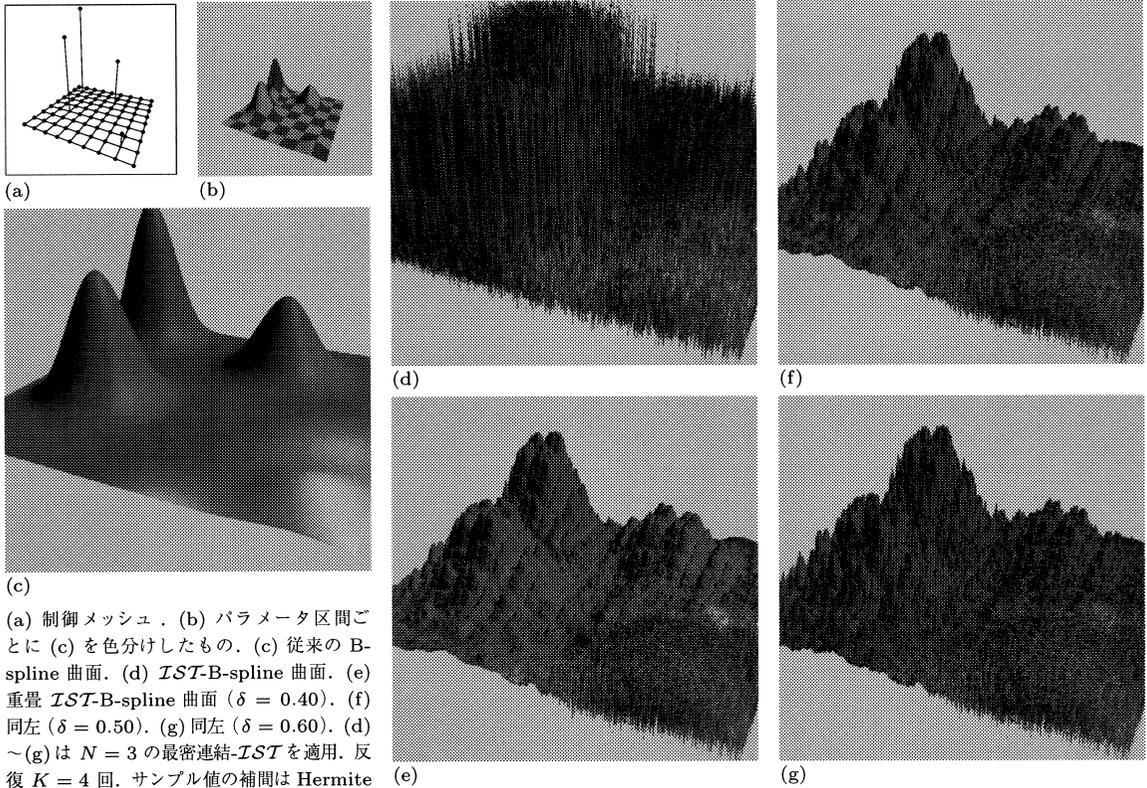


図 21 実例 (山岳地形)

Fig. 21 Examples (terrain).

的類似性を維持したまま直観的な変形が可能であることが分かる。また、この例では高さ値 h_i だけを変えているが、制御点の位置 x_i 自身と色、透過率の変更も含め、連続的に変化する画像を時間軸上で並べることで「炎が燃えている」ようなアニメーションが作成可能ではないかと考えられる。

上記の各画像は、適応的サンプリング¹³⁾で曲面をポリゴン化した後、Zバッファ法でレンダリングを行った (図 14~ 図 18 も同様)。それぞれの計算時間を表 2, 表 3, 表 4 に示す。表中の sam. はサンプリング, pol. はポリゴン化, ren. はレンダリング, total は合計の時間であり、単位は (分:秒) である。計算機は Origin2000 (MIPS R10000 250 MHz, 1 GByte) を使用した。

表 2 図 21 の計算時間・画像解像度 800 × 800

Table 2 Execution times of Fig. 21.

	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
sam.	1:06	1:16	1:49	1:49	1:49
pol.	12	12	12	12	12
ren.	35	16:44	2:02	2:11	2:24
total	1:53	18:12	4:03	4:12	4:25

表 3 図 22 の計算時間・画像解像度 1200 × 600

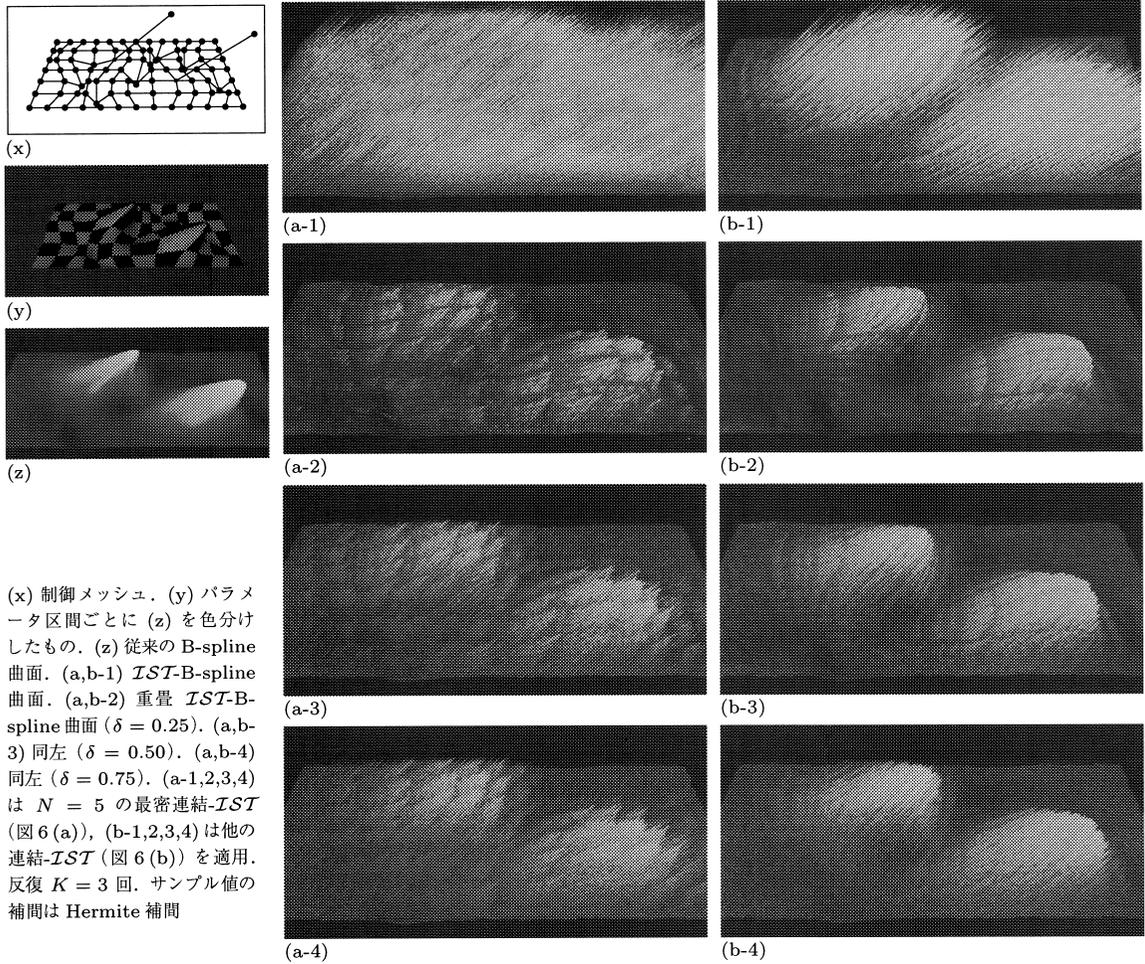
Table 3 Execution times of Fig. 22.

	(z)	(a-1)	(a-2)	(a-3)	(a-4)
sam.	4:23	4:50	10:43	10:42	10:43
pol.	52	52	53	52	52
ren.	1:27	161:24	1:32	2:46	6:46
total	6:42	167:06	13:08	14:20	18:21
		(b-1)	(b-2)	(b-3)	(b-4)
sam.		4:53	10:47	10:48	10:47
pol.		52	52	52	52
ren.		74:53	1:28	2:07	4:09
total		80:38	13:07	13:47	15:48

図 21 (c), 図 22 (z), 図 23 (a,b,c-2) の従来の B-spline 曲面は、比較のため (重量) WR 曲面と同じ基準で詳細なポリゴン化を行った。ポリゴン化を粗くしスムーズシェーディングすれば、計算時間はより短くなる。また、図 21 (d), 図 22 (a,b-1) の WR 曲面は、細長いポリゴンを多数生じるため、レンダリングに時間を要した。

6. 結 論

本論文では、座標空間上に局所的類似性を構築する変換である *IST* に対し、従来の連続的補間との



(x) 制御メッシュ. (y) パラメータ区間ごとに (z) を色分けしたもの. (z) 従来の B-spline 曲面. (a,b-1) *IST*-B-spline 曲面. (a,b-2) 重畳 *IST*-B-spline 曲面 ($\delta = 0.25$). (a,b-3) 同左 ($\delta = 0.50$). (a,b-4) 同左 ($\delta = 0.75$). (a-1,2,3,4) は $N = 5$ の最密連結-*IST* (図 6 (a)), (b-1,2,3,4) は他の連結-*IST* (図 6 (b)) を適用. 反復 $K = 3$ 回. サンプル値の補間は Hermite 補間

図 22 实例 (波)

Fig. 22 Examples (wave).

表 4 図 23 の計算時間, 画像解像度 1200×1200
Table 4 Execution times of Fig. 23.

	(a-2)	(a-3)	(b-2)	(b-3)	(c-2)	(c-3)
sam.	11	32	11	32	11	32
pol.	2	2	2	2	2	2
ren.	29	51	34	1:10	38	1:07
total	42	1:25	47	1:44	51	1:41

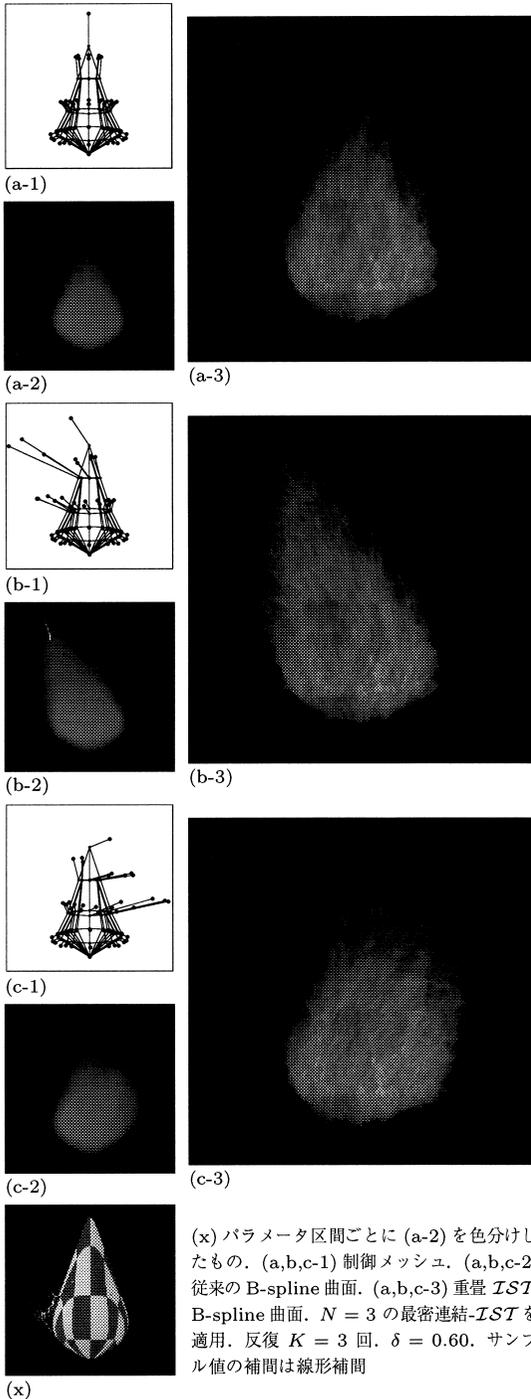
対応を考え, 単位-*IST*, 連結-*IST*, および, 最密連結-*IST* として形式化することでその拡張を行った. また, それらの持つスケール反転規則をもとに, スケール反転式として定式化を行った. そして, その各種 *IST* を (補間曲面とフラクタルを融合した) WR 曲面に導入した *IST*-Bézier 曲面と *IST*-B-spline 曲面, さらに, その重畳化による重畳 WR 曲面を提案した. 重畳 WR 曲面は, WR 制御点の直観的操作により自由な形状変形 (雪崩式変形) が可能であり, 面

上にはつねに局所的類似性が維持される. 実際の形状モデリングにより, 特に, 自然物等のモデルに有効であることが確認された.

本論文では, 制御メッシュを正方メッシュに限定し, 1次元軸上の *IST* を直積の形で適用したが, 任意の不規則メッシュ上での適用 を考えた場合, *IST* の変換構造自体を 2次元に拡張する必要がある. *IST* の不規則メッシュへの一般化, その形式化と定式化, それに基づく WR 曲面の提案が今後の課題である.

謝辞 本研究の一部は文部省科学研究費補助金 (基盤 C 一般 11680369) の援助を受けている.

不規則メッシュへの拡張は文献 (14), (15) で提案しているが, 任意の不規則メッシュには対応できず「グローバル軸の 2 系統化」という制約条件を必要とする.



(x) パラメータ区間ごとに (a-2) を色分けしたものを、(a,b,c-1) 制御メッシュ、(a,b,c-2) 従来の B-spline 曲面、(a,b,c-3) 重畳 *IST*-B-spline 曲面。 $N = 3$ の最密連結-*IST* を適用。反復 $K = 3$ 回、 $\delta = 0.60$ 。サンプル値の補間は線形補間

図 23 実例 (炎)

Fig. 23 Examples (flame).

付 録

A.1 単位-*IST* のスケール反転式の導出

式 (4) に従い、 $u^k (k = 0, 1, \dots, K)$ 軸上の小区間

番号を

$$\alpha^k = \alpha_1^k \alpha_2^k \cdots \alpha_K^k \tag{21}$$

とする。2.2.1 項 (1) の内容と図 3 から、単位-*IST* の反復 $k (k = 1, 2, \dots, K)$ 回目の内部交差は α^{k-1} から α^k を求める次の変換であることが分かる。

$$\begin{aligned} \alpha^k &= \mathcal{D}_U^k(\alpha^{k-1}) \\ &= \alpha_k^{k-1} \alpha_1^{k-1} \alpha_2^{k-1} \cdots \alpha_{k-1}^{k-1} \alpha_{k+1}^{k-1} \cdots \end{aligned} \tag{22}$$

式 (22) は α^{k-1} の k 桁目 α_k^{k-1} を 1 桁目に桁上げする操作である。単位-*IST* は α^0 に対して式 (22) を $k = 1$ から K まで適用する変換といえる。

$$\begin{aligned} \alpha^K &= \mathcal{D}_{UN\mathcal{I}}(\alpha^0) \\ &= \mathcal{D}_U^K(\mathcal{D}_U^{K-1}(\cdots(\mathcal{D}_U^1(\alpha^0))\cdots)) \end{aligned} \tag{23}$$

式 (22) から、結果的に、式 (23) は α^0 の 1 桁目から K 桁目までを反転する操作となる。よって、式 (7) のスケール反転式が成立する。

A.2 最密連結-*IST* のスケール反転式の導出

式 (11) に従い、 $u^k (k = 0, 0.5, 1, 1.5, \dots, K)$ 軸上の小区間番号を

$$\alpha^k = \alpha_0^k \cdot \alpha_1^k \alpha_2^k \cdots \alpha_K^k \tag{24}$$

とする。2.2.2 項 (1) の内容と図 6 (a) から、最密連結-*IST* の反復 $k (k = 1, 2, \dots, K)$ 回目の内部交差 \mathcal{D}_I^k と外部交差 \mathcal{D}_E^k は次式で表される (式中、 $\alpha^{(k-1).5}$ を $\alpha^{.5}$ と記す)。

$$\begin{aligned} \alpha^{.5} &= \mathcal{D}_I^k(\alpha^{k-1}) \\ &= \alpha_0^{k-1} \cdot \alpha_k^{k-1} \alpha_1^{k-1} \alpha_2^{k-1} \cdots \alpha_{k-1}^{k-1} \alpha_{k+1}^{k-1} \cdots \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} \alpha^k &= \mathcal{D}_E^k(\alpha^{.5}) \\ &= (\alpha_0^{.5} + \alpha_1^{.5} - M) \cdot (N - 1 - \alpha_1^{.5}) \alpha_2^{.5} \alpha_3^{.5} \cdots \end{aligned} \tag{26}$$

式 (25) と式 (26) をまとめることで次式が得られる。

$$\begin{aligned} \alpha^k &= \mathcal{D}_F^k(\alpha^{k-1}) \\ &= (\alpha_0^{k-1} + \alpha_k^{k-1} - M) \cdot (N - 1 - \alpha_k^{k-1}) \alpha_1^{k-1} \\ &\quad \alpha_2^{k-1} \cdots \alpha_{k-1}^{k-1} \alpha_{k+1}^{k-1} \cdots \end{aligned} \tag{27}$$

最密連結-*IST* は α^0 に対して式 (27) を $k = 1$ から K まで適用する変換である。

$$\begin{aligned} \alpha^K &= \mathcal{D}_{FUC}(\alpha^0) \\ &= \mathcal{D}_F^K(\mathcal{D}_F^{K-1}(\cdots(\mathcal{D}_F^1(\alpha^0))\cdots)) \end{aligned} \tag{28}$$

式 (27) から、

$$\alpha_0^k = \alpha_0^{k-1} + \alpha_k^{k-1} - M \tag{29}$$

これより、

$$\alpha_0^K = \alpha_0^0 + \sum_{k=1}^K (\alpha_k^{k-1} - M) \tag{30}$$

ここで、式 (27) は α^k の $k+1$ 桁目以降が α^{k-1} の $k+1$ 桁目以降と変わらないことを示しており、よって、以下が成り立つ。

$$\alpha_{k+1}^k = \alpha_{k+1}^{k-1} = \dots = \alpha_{k+1}^1 = \alpha_{k+1}^0 \quad (31)$$

式 (31) の k を 1 つ減らして、

$$\alpha_k^{k-1} = \alpha_k^{k-2} = \dots = \alpha_k^0 \quad (32)$$

式 (32) を式 (30) に代入して、

$$\alpha_0^K = \alpha_0^0 + \sum_{k=1}^K (\alpha_k^0 - M) \quad (33)$$

また、式 (27) の $1 \sim k$ 桁目の操作に注目した場合、 $D_{\mathcal{F}}^k$ は α^{k-1} の k 桁目 α_k^{k-1} を 1 桁目に桁上げし、 α^k の 1 桁目 α_1^k を次式とする操作である。

$$\alpha_1^k = N - 1 - \alpha_k^{k-1} \quad (34)$$

この操作を $k=1$ から K まで行うことは、 α^0 の 1 桁目から K 桁目までを反転し、各桁に式 (34) の変換をほどこす結果となる。よって、

$$\alpha_i^K = N - 1 - \alpha_{K-i+1}^0 \quad (35)$$

$(i = 1, 2, \dots, K)$

式 (33) の k を j に変えたもの、および、式 (35) より、式 (12) が成立する。

参 考 文 献

- 1) Farin, G.E.: *Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design: A Practical Guide*, 2nd ed., Academic Press, Boston, MA (1990).
- 2) Watt, A. and Watt, M.: *Advanced Animation and Rendering Techniques: Theory and Practice*, ACM Press, New York (1992).
- 3) Ebert, D.S. (Ed.): *Texturing and Modeling: A Procedural Approach*, Academic Press, Boston, MA (1994).
- 4) Peitgen, H.O. and Saupe, D. (Eds.): *The Science of Fractal Images*, Springer-Verlag, New York (1988).
- 5) Barnsley, M.F.: *Fractals Everywhere*, 2nd ed., Academic Press, Boston, MA (1993).
- 6) Demko, S.: Construction of Fractal Objects with Iterated Function Systems, *Computer Graphics (SIGGRAPH '85)*, Vol.19, No.3, pp.271-278 (1985).
- 7) Miller, G.S.P.: The Definition and Rendering of Terrain Maps, *Computer Graphics (SIGGRAPH '86)*, Vol.20, No.4, pp.39-48 (1986).
- 8) Oppenheimer, P.E.: Real Time Design and Animation of Fractal Plants and Trees, *Com-*

puter Graphics (SIGGRAPH '86), Vol.20, No.4, pp.55-64 (1986).

- 9) Barnsley, M.F., Jacquin, A., Malassenet, F., Reuter, L. and Sloan, A.D.: Harnessing Chaos for Image Synthesis, *Computer Graphics (SIGGRAPH '88)*, Vol.22, No.4, pp.131-140 (1988).
- 10) Musgrave, F.K., Kolb, C.E. and Mace, R.S.: The Synthesis and Rendering of Eroded Fractal Terrains, *Computer Graphics (SIGGRAPH '89)*, Vol.23, No.3, pp.41-50 (1989).
- 11) Szeliski, R. and Terzopoulos, D.: From Splines to Fractals, *Computer Graphics (SIGGRAPH '89)*, Vol.23, No.3, pp.51-60 (1989).
- 12) Krishnamurthy, V. and Levoy, M.: Fitting Smooth Surfaces to Dense Polygon Meshes, *Computer Graphics (SIGGRAPH '96)*, pp.313-324 (Aug. 1996).
- 13) 藤本, 大野: Wrinkly 曲面: 手続き的補間によるパラメトリック曲面の形成, *情報処理学会論文誌*, Vol.39, No.7, pp.2168-2179 (1998).
- 14) 藤本, 大野: 不規則メッシュ上での wrinkly 曲面の形成, *情報処理学会グラフィクスと CAD 研究報告*, No.88, pp.13-18, (1997).
- 15) 藤本, 大野: 制約付き不規則メッシュ上での wrinkly 曲面の形成, *情報処理学会論文誌*, Vol.40, No.10, pp.3672-3684, (1999).

(平成 11 年 3 月 26 日受付)

(平成 12 年 7 月 5 日採録)



藤本 忠博 (正会員)

昭和 41 年生。平成 2 年慶應義塾大学理工学部電気工学科卒業。平成 4 年同大学大学院理工学研究科計算機科学専攻修士課程修了。同年 (株) 三菱総合研究所入社。平成 7 年慶應義塾大学大学院理工学研究科博士課程入学。平成 11 年単位取得退学。同年岩手大学工学部情報工学科助手。平成 12 年博士 (工学) 取得。コンピュータグラフィクス、特に形状モデル理論に興味を持つ。



大野 義夫 (正会員)

昭和 45 年慶應義塾大学大学院工学研究科修了。同年同大学情報科学研究科助手。昭和 62 年助教授。平成 7 年より同大学理工学部計算機科学専攻教授。コンピュータグラフィクス、DTP 等に関連したアルゴリズムに興味を持つ。工学博士。