

2 分木をアクセスする並列メモリのための スキューイングスキーム

6 D-5

熊谷 毅
名古屋大学

1. はじめに

木構造は、基本的なデータ構造の1つである。本稿では、2分木の任意の部分木をアクセス可能とする並列メモリのためのスキューイングスキームを提案する。

並列メモリとは、複数のプロセッサが複数のメモリモジュールを並列にアクセスし、データ構造の特定の要素群を操作するためのものである。2次元配列の任意の行や列をアクセス可能なEXORスキュー、加算スキューなどがよく知られている⁽¹⁾。ここでは、並列にアクセスするデータ数と等しい数のメモリモジュールにより、任意の部分木をアクセス可能な並列メモリを扱う。なお、これまでに、木をアクセスする並列メモリの提案がいくつかあるが、それらはすべて、アクセスするデータ数よりも多いメモリモジュールを必要とするものである⁽²⁻⁴⁾。

2. 諸定義

完全2分木を考える。各節に、レベルと、各レベルでの節の位置を示す2つ組で構成するインデックスを付け区別することにする。ここで、レベルとは葉の節のレベルを0とし、根に向かって1ずつ増加するように付けた整数である。また、各レベルでの位置とは各レベルの左端の節を0とし、右に向かって1ずつ増加するように付けた整数である。レベル i の位置 j にある節をインデックス (i, j) で表現する。これを図1に示す。

部分木とは、図2に示すように、全体の2分木の任意の節を根とし、ある深さまでに含まれるすべての節から構成される完全2分木とする。深さを n とすると、この部分木に含まれる節の数 N は、 $N=2^n-1$ となる。

ここで考える並列メモリは、深さ n の任意の部分木をアクセスできるものとする。その論理構造を図3に示す。 N 個のメモリモジュールと N 個のプロセッシングエレメントで構成され、並列に N 個のデータをアクセスする。メモリモジュールとプロセッシングエレメントには、0, 1, 2, ..., $N-1$

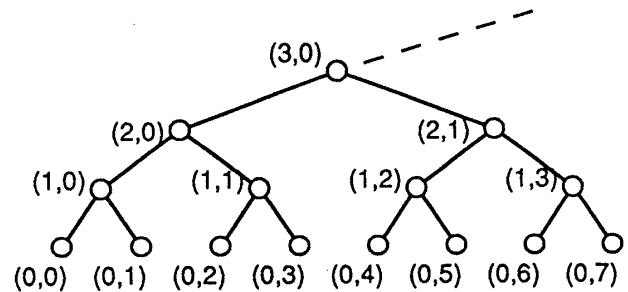


図1. 節のインデックス

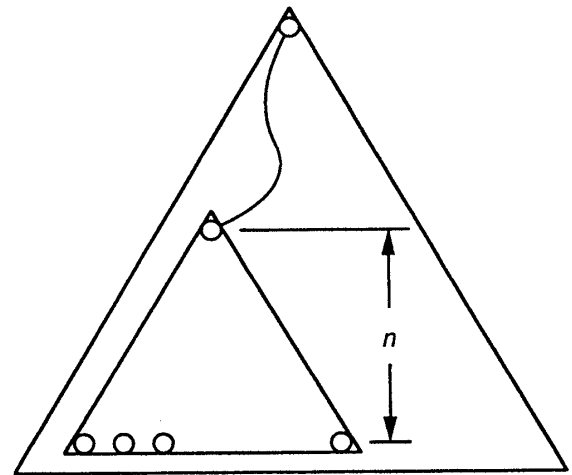


図2. 部分木

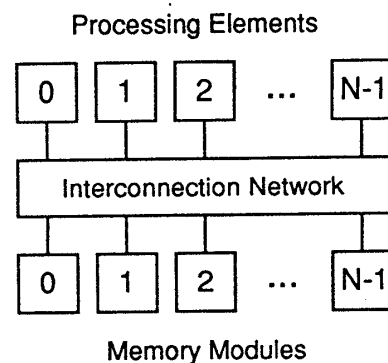


図3. 並列メモリの論理構造

の番号を付けることにする。なお、メモリモジュールとプロセッシングエレメントの間には相互結合網を置き、データの並べ替えを行う。

3. スキューイングスキーム

スキューイングスキームとは、データ構造の各

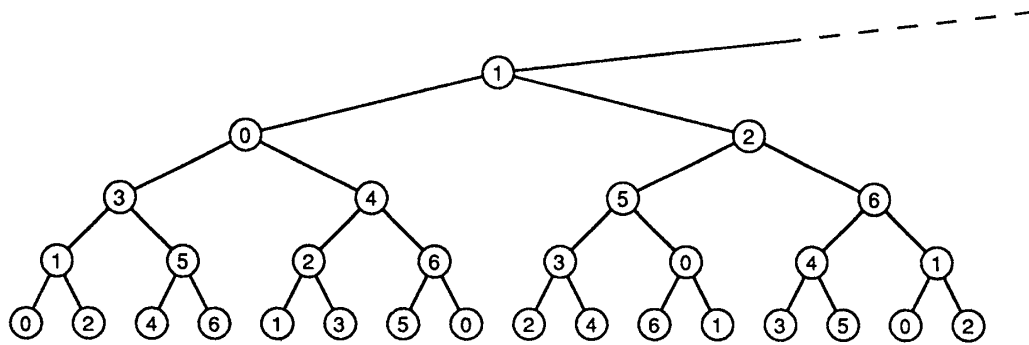


図 4. スキューイングスキーム

スロットと、それが格納されるメモリモジュールの番号の写像である。

さて、任意の位置にある部分木をアクセスできるスキューイングスキームは、次のように定めることができる。まず、すべての節にインオーダで 0 から順番に番号を付ける。このとき、インデックス (i, j) の節に付けられた番号を $s(i, j)$ とすると、この節の情報が格納されるメモリモジュールの番号 $m(i, j)$ を、

$$m(i, j) = s(i, j) \bmod N$$

とする。これは、

$$m(i, j) = 2^i + j \cdot 2^{i+1} - 1 \bmod N$$

と書き直すことができる。

$N=7, n=3$ としたときのスキューイングスキームを図 4 に示す。この図は、任意の位置にある深さ 3 の部分木をアクセスできることを示している。

なお、このスキューイングスキームには、次のような性質がある。

- (1) 各レベルの左端の節が格納されるメモリモジュールの番号は、周期 n の数列となる。
- (2) 各レベルにおいて、節を格納されるメモリモジュールの番号は、 N を法とする剰余系における公差 $2^{i+1} \bmod n$ の等差数列となる。
- (3) 任意の i, j に対して、節 (i, j) が格納されるメモリモジュールの番号を $m(i, j)$ とすると、その左および右の子となる節が格納されるメモリモジュールの番号は、それぞれ、

$$m(i, j) - 2^{i-1} \bmod N$$

$$m(i, j) + 2^{i-1} \bmod N$$

となる。

- (4) 節 (i, j) を根とする部分木と、節 $(i-n, j \cdot 2^n)$ および節 $(i-n, j \cdot 2^n + 2^n - 1)$ を根とする部分木の対応する節は、同じメモリモジュールに格納される。(図 5 参照)

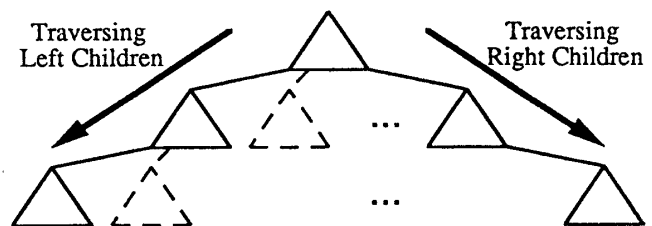


図 5. 左/右の子の辿り

性質 (4) において、 $(i-n, j \cdot 2^n)$ および $(i-n, j \cdot 2^n + 2^n - 1)$ は、節 (i, j) を根とする部分木に続く左右の部分木の根となる節である。木構造の操作には、左の子ばかり、あるいは右の子ばかりを順番に辿ることがある。この場合には、相互結合網の制御を固定したまま連続してアクセスが可能となることを、(4) の性質は示している。

4. おわりに

本稿では、2 分木の並列アクセスが可能な新しいスキューイングスキームを提案し、その性質を示した。ここで述べた性質の証明や、ハードウェアの構成方法などについては、機会を改めて報告する予定である。

参考文献

- (1) Thurber, K.J., Associative and Parallel Processors, ACM Computing Surveys, Vol.7, No.4 (Dec. 1975) pp.215-255.
- (2) Gössel, M. and B. Rebel, Memories for Parallel Subtree-Access, LNCS, Vol.269 (1987) pp.122-130.
- (3) Shirakawa, H., On a Parallel Memory to Access Trees, Memoirs of Res. Inst. Sci. and Eng., Ritsumeikan University, No.46 (1987) pp.57-62.
- (4) Creutzburg, R., Parallel Linear Conflict-Free Subtree Access, LNCS, Vol.269 (1987) pp.89-96.