階層型有向ハイパーグラフを用いた知識表現における推論

3R－5

久保正男　　嘉数侑昇
北海道大学

1　はじめに

ルールベースシステムはエキスパートシステムなどを構成する上で，最も手軽に利用できるといった利点から一般に良く知られた推論システムであるが，ルールを用いる性格上，概念間の密接な関係が表現できない，ルールの競合，計算量の爆発といった問題点が知られている．ルールベースシステムは多くの分野で活用されているが，知識が階層性を持つならばどのような時に上記のような問題が生まれるか明らかにすることは有効だと思われる．以下では提案する知識表現に対してルールを用いて前向き探索を行い検証を行う．

2　階層型有向ハイパーグラフを用いた知識表現

提案する階層型有向ハイパーグラフを用いた知識表現において，概念はノードとしてまた概念間関係はアークとして表現する．すべての概念はラベルと同一の長さからなるコード列を持つ．抽象レベルの高い概念はいくつかの抽象レベルの低い概念をまとめることによって得ることが出来る．また逆も可能である．これら操作は構造化有向ハイパーグラフの抽象化操作，詳細化操作に対応している．この操作によりアークは抽象レベルに応じて結合が変化し概念の抽象レベルに適した概念間関係を得ることが出来る．以下ではこれらの形式的な表現を述べる．

2.1　知識の形式的表現

Definition 2.1 Concepts Set$\mathcal{V}$

理想概念集合 : $\mathcal{V}^{\mathcal{A}}$

理想概念 : $\mathrm{V^A}_i \in \mathcal{V}^{\mathcal{A}}$

概念集合 $\mathcal{V} = \{V_i| \quad i = 1, \ldots, |\mathcal{V}^{\mathcal{A}}|\}$

概念 : $\mathrm{V}_i = \mathrm{P}(\mathrm{V^A}_i)$

$$\mathrm{V}_i = \{\mathrm{v}_{ij} \mid \mathrm{v}_{ij} = \mathrm{p}_j(\mathrm{V^A}_i), \mathrm{p}_j \in \mathrm{P}, j = 1, \ldots, \mathrm{N}\} \quad (1)$$

where

$\mathrm{P} : \mathcal{V}^{\mathcal{A}} \to \mathrm{S}^{|I|}$

直積空間の任意の軸 S^i は状態値 True,False から成る．またVの状態が双方どちらでもかまわないときは両方を選択したこととし，この状態を*で表現する．

Definition 2.2 State S

$$\mathrm{S} = \{\mathrm{True}, \mathrm{False}, *\}$$

Definition 2.3 Sの抽象レベルに関する順序 $\ll$

$$\mathrm{True}, \mathrm{False} \ll * \quad (2)$$

Reasoning On Knowledge Base Represented By Hierarchical Directed Hypergraph

Masao KUBO Yukinori KAKAZU
Hokkaido University

Definition 2.4 Functional Property Set P

$$\mathrm{P} = \{\, \mathrm{p_j} \mid \mathrm{v_{ij}} = \mathrm{p_j}(\mathrm{V_i^A}), \mathrm{V_i^A} \in \mathcal{V}^{\mathcal{A}}, \mathrm{v_{ij}} \in \mathrm{S^j}\} \quad (3)$$

where

属性関数 : $\mathrm{p_j} : \mathrm{V_i^A} \to \mathrm{S}.$

概念 V : $\mathrm{V} = \{\mathrm{v_{ij}}\} \quad \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{N}$

一般に上位概念の性質を下位概念が受け継ぐ継承(Inheritance)という概念を践むことによって知識全体をより低規模にすることが出来る．

そこで次に任意の概念の抽象レベルを上げるキャラクタリスティックマスクJを定義する．またJによって作られる概念は知識空間上で元の概念を含有することになるので，このことを利用し以下のように概念間の半順序を定める．

Definition 2.5 Characteristic Mask J

$$J : I \times S^{|I|} \to S^{|I|}$$

$$J(C_\alpha, V_i) = \left\{ \begin{array}{ll} * & if\ j \in C_\alpha \\ v_{ij} & otherwise \end{array} \right\} \quad (4)$$

where Filter : $C_\alpha \subset 2^I, \mathrm{v}_{ij} \in \mathrm{V}_i, j = 1, \ldots, \mathrm{N}$

I : 添え字集合　$N = |\mathrm{P}|$

Theorem 2.1 Partial Order

$$\mathrm{V}_j \ll \mathrm{V}_i \to \mathrm{V}_i = \{\mathrm{v}_{ik} | \mathrm{v}_{ik} = \mathrm{v}_{jk}\ or\ \mathrm{v}_{ik} > \mathrm{v}_{jk}, k = 1, \ldots, \mathrm{N}\} \quad (5)$$

(証明略)

アーク(概念間関係)を定義域と値域を持つ写像として定義する．定義域，値域はそれぞれアークの成立領域からなる集合である．定義域は接続にその要素数だけの概念が必要である．

Definition 2.6 概念間の関係

概念間関係集合 $\mathcal{A} = \{\mathrm{A}_i\}$

概念間関係 $\mathrm{A}_i \in \mathcal{A}, \mathrm{A}_i = (\partial^+\mathrm{A}_i, \partial^-\mathrm{A}_i)$

定義域　$\partial^+\mathrm{A}_i = \{a_{ij}^+\} \quad j = 1, \ldots, |\partial^+\mathrm{A}_i| \quad a_{ij}^+ \in \mathrm{S}^N$

値域　$\partial^-\mathrm{A}_i = a_i^- \quad a_i^- \in \mathrm{S}^N$

where $\partial^+\mathrm{A}_i \subset (\mathrm{S}^N)^m, \partial^-\mathrm{A}_i \subset \mathrm{S}^N,$

$m = Max(\{|\partial^+\mathrm{A}_i| \quad |i = 1, \ldots, |\mathcal{A}|\} \leq |\mathcal{V}|)$

次にアーク A_k の入力域 $\partial^+\mathrm{A}_k$ と出力域 $\partial^-\mathrm{A}_k$ が概念群 $\mathcal{V}_I, \mathrm{V}_o$ に関して下記の特性関数DがTrueのとき，$\mathcal{V}_I, \mathrm{V}_o$ とアーク A_k が接続することを定義する．

Definition 2.7 概念関係成立に関する特性関数 D

$$\mathcal{V}_I, \mathrm{V}_o \subset \mathcal{V}, \mathrm{A}_k \in \mathcal{A}$$

$$D(\mathcal{V}_I, \mathrm{V}_o, \mathrm{A}_k) = \left\{ \begin{array}{ll} True: & if\ a_{ki}^+ \gg \mathrm{V}_i^I, i = 1, \ldots, m \\ & and \\ & a_k^- \gg \mathrm{V}_o \\ & a_{ki}^+ \in \partial^+\mathrm{A}_k, a_k^- \in \partial^-\mathrm{A}_k \\ False: & otherwise \end{array} \right. \quad (6)$$

$$where\ |\partial^+\mathrm{A}_k| = |\mathcal{V}_I| = m$$

$\mathrm{V}_i^I \in \mathcal{V}_I$(入力概念集合)，$V_o$出力概念

ハイパーグラフの特徴は抽象化操作と詳細化操作にある．ここでは抽象化コンセプトは部分ハイパーグラフ内のすべてのコンセプトを含むようなコンセプトとし，境界ハイパーアークは新たに作られた抽象化コンセプトが含むすべての概念について成立するときのみ残すことにする．このときに部分的にしか成り立たなくなった境界ハイパーアークはその存在のみを抽象化コンセプト上で知ることができる．

Definition 2.8 フィルター $\mathrm{C_M}$ と抽象化ノード $\mathrm{V_M}$ が 与えられた時の部分有向ハイパーグラフの形成

$$H' = (\mathcal{V}', \mathcal{A}')$$

$$\mathcal{V}' = \{\mathrm{V}_j | \mathrm{V}_M = J(C_M, \mathrm{V}_j), C_M \in 2^I\} \quad (7)$$

$$\mathcal{A}' = \{\mathrm{A} \in \mathcal{A}' \mid \delta^+\mathrm{A} \in \mathcal{V}', \delta^-\mathrm{A} \in \mathcal{V}'\} \quad (8)$$

where $\delta^{\pm}$ は A の接続しているコンセプトを与える写像である．

H'：部分ハイパーグラフ，A'：部分ハイパーグラフのアーク集合，

抽象化操作に必要な境界ハイパーアーク BH(Boundary Hyper Arc) を定義する．

Definition 2.9 Boundary Hyper Arc

$$BH(H, H') = BHI(H, H') \cup BHO(H, H')$$

$$BHI(H, H') = \{A \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}' \mid \exists \mathrm{V} \in \delta^+ A, \mathrm{V} \in \mathcal{V}'\} \quad (9)$$

$$BHO(H, H') = \{A \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}' \mid \exists \mathrm{V} \in \delta^- A, \mathrm{V} \in \mathcal{V}'\} \quad (10)$$

抽象化操作後における Bundary Hyper Arc の性質に関する定理を示す．

Theorem 2.2

$$\mathrm{V}_M = \{\mathrm{V}_M \ll a^+_{ti} | a^+_{ti} \in \partial^+ \mathrm{A}_t\} \quad and \quad \delta^- a_t \notin \mathcal{V}' \quad and \quad D(\mathcal{V}_I, \mathrm{V}_o, \mathrm{A}_t) = \mathrm{True} \quad (11)$$

$$\rightarrow$$

$$D(\mathrm{V}_M \cup \mathcal{V}_I \setminus \mathcal{V}', \mathrm{V}_o, \mathrm{A}_t) = \mathrm{True}$$

（証明略）

where

$$\partial^+ \mathrm{A}_t = \cup \{a_{tj} \mid \delta^+ a_{tj} \in \mathcal{V}'\}$$

2.2 事実と判断規則の表現

提案する知識表現では概念と概念の関係を，事実に対応させる．以下ではこの事実の形式的な定義を行い，このことから判断規則としてのルールを定義する．

2.2.1 事実空間の定義

事実空間 FS を以下のように定義する．

$$\mathrm{FS} = \{FS_{ij}\}\ i, j = 1, \ldots, |\ \mathrm{RS}^N\ |$$

$$FS_{ij} = (\omega^{-1}(i), \omega^{-1}(j), EF_{ij}) \quad (12)$$

$$EF_{ij} = \{Label_1, Label_2, \ldots, Label_p, \ldots\}\ Label_p \in ALS \quad (13)$$

$ALS =$ アークのもつすべてのラベルの集合

$\mathrm{RS} = \mathrm{S} \setminus *$

$\mathrm{CS} = \{CS_l\},\ l = 1, \ldots, |\ \mathrm{RS}^N\ |$

$CS_l = \{cs_{lm}\},\ cs_{lm} \in \mathrm{RS}\ l = 1, \ldots, N$

すべての n について以下のようなωが存在する

$$\exists \omega : RS^N \rightarrow R$$

$$\omega(CS_n) = n,\ n \in R \quad (14)$$

$$\omega^{-1}(\omega(CS_n)) = n$$

$$R = 1, \ldots, |\ RS^N\ |$$

EF_{ij}：i 番目と j番目の概念間にあるアークのラベル集合，

2.2.2 事実の定義

知識表現に存在する事実は事実空間では以下のように表現される．入力概念 ($\mathrm{Label1}, \mathrm{V}_x$)，出力概念 ($\mathrm{Label2}, \mathrm{V}_y$)，概念間関係 ($\mathrm{label3}, \mathrm{A}_k$) という概念と概念間関係が知識表現内に存在したならば，以下のことが成り立つとする

$$\exists Label_p = Label_3, Label_p \in EF_{ij}$$

$$\forall FS_{ij} \doteq (\omega^{-1}(i), \omega^{-1}(j), EF_{ij}) \quad (15)$$

$$\omega^{-1}(i) \ll \mathrm{V}_x), \omega^{-1}(j) \ll \mathrm{V}_y)$$

2.2.3 ルールの定義

ルールは事実空間に定義される n 入力 1 出力のアークと定める．このアークをルールアーク Rarc と呼ぶ．ルールアークの各入力端子は定義域をもち，出力端子は値域を持つ．ルールアークの各入力端子に事実が与えられ，それぞれの定義域を満たすならば，ルールアークは発火し，出力端子の持つ値域に含まれる事実が作業領域に記録される．

$$\mathrm{Rarc} : ALS^n \rightarrow ALS \quad (16)$$

2.2.4 n to 1 アーク

今，事実空間を 2 次元平面と仮定している為に知識表現空間内での概念間関係が 1 入力 1 出力であるときには，この事実は事実空間の一点とそれが持つアークラベルと単射な関係にある．しかし，n 入力 1 出力の概念間関係が成り立っている事実と，事実空間の点群とそれらが持つアークラベルは単射ではない．これを成り立たせるためには制約条件としてルールアークが必要になる．また多くの場合アークラベルとアークには単射が成り立たないと考えられる．

3 まとめ

提案する知識表現において概念は階層性を持っているので抽象レベルが高い概念は成立する概念間関係が抽象レベルが低い概念よりも少ない．このことはルールアークにも成り立つので，より高い抽象レベルで推論を行うことは探索の効率性の観点から有効であることが予想される．一方，抽象レベルが低い概念を用いて推論することはもし事実空間が一定ならば綿密な推論を行えることが期待される．しかし，事実空間が変化したならば，抽象レベルの異なるルールアークが適用されることが考えられるので推論結果の妥当性に疑問が残ることが予想される．

参考文献

[1] 成瀬継太郎，嘉数侑昇，“構造化超グラフに関する研究—有向超グラフの階層化，” 電気関係学会北海道支部連合大会講演論文集 (1990).

[2] Sowa,J “Principles of Semantic Networks” Morgan Kaufman (1991)

[3] Touretzky,D. "The Mathematics of Inheritance Systems." PITMAN PUBLISHING (1986)