4M－10　多重３次元剛体運動のパラメータ推定法

志沢雅彦
ＮＴＴヒューマンインタフェース研究所

1. はじめに

人間の視覚系は，複数の異なる剛体運動をする物体が画像内に存在し，たとえそれらが半透明で重なり合っていても，それらの運動と形状を瞬時に知ることができる[1]．画像内に剛体が１個しか存在しないという仮定のもとでは，時間をおいた２フレーム間で点あるいは直線の対応が追跡などによって与えられていれば，比較的少ない計算量で，剛体の３次元運動パラメータと３次元構造を復元することができる[2]．しかし，複数の異なる運動をする物体が画像内に存在する場合，従来の計算理論では，セグメンテーションあるいは，対応点集合のパラメータ空間におけるクラスタリングが終了していることを前提としているので，点あるいは，直線の対応のみが情報として与えられるという条件のもとで瞬時に複数の物体の運動と形状を求めることは困難である．本稿では，著者らが多重オプティカルフロー抽出において提案したパラメータのテンソル積空間を用いるアプローチ[3]を金谷[2]の透視投影像からの一般３次元剛体運動の最小２乗法による解析に適用して多重化し，２個の独立な物体による剛体運動と構造を閉形式で与えるアルゴリズムを提案する．

2. アルゴリズム

以下では，記号などは，[2]の4.5,4.6節における定式化に準ずる．[2]ではカメラが運動するとして定式化しているが，物体が運動するとしても，意味は同じなので，そのまま用いることにする．すなわち，剛体運動の関係は，$r\mathbf{m} = r'\mathbf{R}\mathbf{m}' + \mathbf{h}$ によってあらわす．ここで，$\mathbf{m}$, $\mathbf{m}'$ はＮベクトル，$\mathbf{R}$ および $\mathbf{h}$ はそれぞれ剛体運動の回転行列，並進ベクトル，r, r' はそれぞれ視点から $\mathbf{m}$, $\mathbf{m}'$ までの距離である．２フレーム間で，N 組の対応が与えられたと仮定する．この N 組の中には，各物体について少なくとも 8組の対応点が含まれると仮定する．この仮定は，各物体のパラメータを不定にしないために必要な条件である．対応点のＮベクトルを$\{\mathbf{m}_\alpha\} = (m_{\alpha(1)}, m_{\alpha(2)}, m_{\alpha(3)})$, $\{\mathbf{m}'_\alpha\} = (m'_{\alpha(1)}, m'_{\alpha(2)}, m'_{\alpha(3)})$ $(\alpha = 1, \ldots, N)$ とする．

2.1 ２重剛体運動の拘束条件と最小２乗当てはめ

２個の剛体の回転運動と並進運動パラメータを $\{\mathbf{R}^A, \mathbf{h}^A\}$, $\{\mathbf{R}^B, \mathbf{h}^B\}$ とする．ここで，$\mathbf{R}^A = (\mathbf{r}_1^A, \mathbf{r}_2^A, \mathbf{r}_3^A)$ および $\mathbf{R}^B = (\mathbf{r}_1^B, \mathbf{r}_2^B, \mathbf{r}_3^B)$ は回転行列，$\mathbf{h}^A$, $\mathbf{h}^B$ は並進ベクトルである．それぞれの剛体運動に対応する基本行列を $\mathbf{G}^A = (\mathbf{h}^A \times \mathbf{r}_1^A, \mathbf{h}^A \times \mathbf{r}_2^A, \mathbf{h}^A \times \mathbf{r}_3^A)$ および$\mathbf{G}^B = (\mathbf{h}^B \times \mathbf{r}_1^B, \mathbf{h}^B \times \mathbf{r}_2^B, \mathbf{h}^B \times \mathbf{r}_3^B)$ とする．以下，説明のために，$\{\mathbf{m}_\alpha\}$, $\{\mathbf{m}'_\alpha\}$ の右肩に ^{A} または^B を付けて区別することがあるが，実際の計算では，この区別は与えられないことに注意する．

パラメータ推定のもとになる拘束条件は，

$$(\mathbf{m}_\alpha^A, \mathbf{G}^A \mathbf{m}_\alpha'^A) = \sum_{i,j=1}^{3} m_{\alpha(i)}^A m_{\alpha(j)}'^A G_{ij}^A = 0, \quad (1)$$

$$(\mathbf{m}_\alpha^B, \mathbf{G}^B \mathbf{m}_\alpha'^B) = \sum_{k,l=1}^{3} m_{\alpha(k)}^B m_{\alpha(l)}'^B G_{kl}^B = 0, \quad (2)$$

である．すなわち，対応の各組に対して，これらの拘束条件のどちらか一方が成り立つ．拘束条件(1), (2)を合成した拘束条件は次の様にかける．

$$\begin{aligned}
&(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{G}^A \mathbf{m}'_\alpha)(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{G}^B \mathbf{m}'_\alpha) \\
&= \sum_{i,j=1}^{3} m_{\alpha(i)} m'_{\alpha(j)} G_{ij}^A \sum_{k,l=1}^{3} m_{\alpha(k)} m'_{\alpha(l)} G_{kl}^B = 0 \\
&\sum_{i,j,k,l=1}^{3} m_{\alpha(i)} m'_{\alpha(j)} m_{\alpha(k)} m'_{\alpha(l)} G_{ij}^A G_{kl}^B \quad (3)
\end{aligned}$$

Ｎベクトルの組 $\{\mathbf{m}_\alpha\}$ と $\{\mathbf{m}'_\alpha\}$ が$\alpha = 1, \ldots, N$ に対して(1)または(2)を満たせば，(3)も満たすことは明らかである．

そこで，まず，拘束条件(3)を次の最小２乗法を用いて当てはめる．

$$\begin{aligned}
\text{min.} \quad & \{(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{G}^A \mathbf{m}'_\alpha)(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{G}^B \mathbf{m}'_\alpha)\}^2 \\
\text{s.t.} \quad & \mathrm{Tr}[(\mathbf{G}^A)(\mathbf{G}^A)^T]\mathrm{Tr}[(\mathbf{G}^B)(\mathbf{G}^B)^T] \\
& = \sum_{i,j,k,l=1}^{3} G_{ij}^A G_{ij}^A G_{kl}^B G_{kl}^B = 4 \quad (4)
\end{aligned}$$

Simultaneous Multiple Three-dimensional Rigid Motion Parameter Estimation
Masahiko SHIZAWA
NTT Human Interface Laboratories

この最適化問題は固有値問題に帰着される．最小固有値の縮退をなくすためにG^A と G^B の対称化を行う．すなわち，

$$\mathbf{G}^{AB} = (G^{AB}_{ijkl}) = \frac{1}{2}(\mathbf{G}^A \otimes \mathbf{G}^B + \mathbf{G}^B \otimes \mathbf{G}^A)$$
$$= (\frac{1}{2}(G^A_{ij}G^B_{kl} + G^B_{ij}G^A_{kl})) \qquad (5)$$

とする．このとき，この固有値問題は $9 \times 9 = 81$ 次元から 45 次元に下がる．(4) を解くための固有値問題は $\mathbf{G}^{AB}$の 45 個の成分に関する45 次元の一般化固有値問題となる．この固有値問題の係数行列は，係数の数は 45×45 であるが，その独立な成分は次式で定義される 2 重相関テンソルの成分の定数倍を配置したものである．

$$C_{ijkl,i'j'k'l'} = \sum_{\alpha=1}^{N} m_{\alpha(i)}m_{\alpha(j)}m_{\alpha(k)}m_{\alpha(l)}$$
$$\times m_{\alpha(i')}m_{\alpha(j')}m_{\alpha(k')}m_{\alpha(l')} \qquad (6)$$

この 2 重相関テンソルは，添字 i, k, i', k' 間，および j, l, j', l' 間の置換に対する対称性から，独立な成分は $15 \times 15 = 225$ 個である．最小固有値に対応する固有ベクトルをノルム 2 に正規化したものを，$\tilde{\mathbf{G}}^{AB} = (\tilde{G}^{AB}_{ijkl})$ とする．このテンソルを添字 i,j を列方向に並べ，添字 k,l を行方向に並べた 9×9 行列に変形し，この行列を固有値分解する．すると，最小固有値λ_- は負，最大固有値 λ_+ は正となる．λ_-, λ_+ に対応する単位固有ベクトルをそれぞれ $\mathbf{e}_- = (e_{-(ij)})$, $\mathbf{e}_+ = (e_{+(kl)})$ とする．このとき，$\mathbf{G}^A$ および $\mathbf{G}^B$ の解 $\tilde{\mathbf{G}}^A$ および $\tilde{\mathbf{G}}^B$ は，次の様に求められる．

$$\tilde{G}^A_{ij} = \sqrt{\frac{-2\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-}}e_-(ij) + \sqrt{\frac{2\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-}}e_+(ij)$$
$$\tilde{G}^B_{kl} = -\sqrt{\frac{-2\lambda_-}{\lambda_+ - \lambda_-}}e_-(kl) + \sqrt{\frac{2\lambda_+}{\lambda_+ - \lambda_-}}e_+(kl) \quad (7)$$

ここで，それぞれのノルムは $\sqrt{2}$ に正規化した．次に，こうして得られた基本行列$\tilde{\mathbf{G}}^A$ と $\tilde{\mathbf{G}}^B$ から，運動パラメータおよび，奥行き r_α, r'_α を求める．

2.2 運動パラメータの推定

運動パラメータの推定は，単一剛体運動の場合とほぼ同じである [2]．まず，並進ベクトル $\mathbf{h}^A, \mathbf{h}^B$ は，それぞれ，3 次行列$(\tilde{\mathbf{G}}^A)(\tilde{\mathbf{G}}^A)^T$, $(\tilde{\mathbf{G}}^B)(\tilde{\mathbf{G}}^B)^T$の最小固有値に対応する単位固有ベクトルによって与えられる (並進速度の大きさと距離の絶対値は不定)．単一の剛体運動の場合にはここで符号まで決定できるが，多重運動の場合にはこれができないので，以後は，符号の異なる 2 通りの並進ベクトルについて計算し，最後に奥行きの正値性を用いて解を一意に決める．得られた並進ベクトルを $\mathbf{h}^A_\pm$, $\pm\mathbf{h}^B_\pm$ とする．$\pm$ で符号の違いをあらわす．

回転行列 $\mathbf{R}^A, \mathbf{R}^B$ は，極分解，特異値分解などによって閉形式で計算できる [2]．計算された回転行列を $\mathbf{h}^A_\pm$, $\mathbf{h}^B_\pm$ に対応して $\tilde{\mathbf{R}}^A_\pm$, $\tilde{\mathbf{R}}^B_\pm$ とおく．すなわち，回転行列の推定は 4 回行なわれる．

2.3 距離パラメータの推定とセグメンテーション

対応 α の視点からの距離パラメータ (並進運動の大きさと共に絶対距離は求められない) r_α, r'_α は，

$$\text{min.} \quad \|r_\alpha \mathbf{m}_\alpha - r'_\alpha \tilde{\mathbf{R}}\mathbf{m}'_\alpha - \tilde{\mathbf{h}}\|^2 \qquad (8)$$

によって求まる．この解は四則計算のみを含む [2]．

ところが，2 重剛体運動の場合には点 α の運動パラメータとして 4 通りのうちどれをとるかを決定しなければ，正しい値は得られない．そこで，各対応点 α に対して，まず，$r_\alpha > 0$, $r'_\alpha > 0$ となる符号をもつ運動パラメータを選択し，さらに (8) 式の 2 乗誤差が小さい方の運動パラメータをその対応点の運動パラメータとして選択する．

この様にして，対応点のセグメンテーションも同時に行うことができる．対応点のセグメンテーションが終了したら，分離されたそれぞれの対応点集合に対して，従来の単一剛体運動のためのアルゴリズムを適用すれば，より精度のよい推定値が得られると考えられる．

3. まとめ

画像内に複数の異なる剛体運動をする物体が存在するときに，セグメンテーションを前提とせずに，複数の運動パラメータを同時に推定する方法を透視投影下の 2 重剛体運動の場合について提案した．本方法では，画像内に存在する独立な運動をする物体の個数は決定できない．しかし，多重オプティカルフローでは，これを行う方法が成功している [4] ので，今後は，3 D剛体運動についても，実験により効果を確認してゆきたい．また，ノイズのあるデータに対するアルゴリズムの振舞いの解析もおこなってゆきたい．

参考文献

[1] S.Ullman: The Interpretation of Visual Motion, MIT Press (1979).

[2] 金谷: 画像理解 - 3 次元認識の数理 -, 森北出版 (1990.5).

[3] M.Shizawa & K.Mase:"Simultaneous Multiple Optical Flow Estimation," Proc. 10th ICPR (1990.6).

[4] 志沢, 間瀬: 多重オプティカルフロー抽出における多重度の判定, 情処 CV 研資 64-3 (1990.1).