6C−3 帰納的に可算な言語の線形言語の小さいクラスによる特性化

大川 知
八戸工業大学

1．はじめに　言語理論の大きな課題の1つである言語の族の特性化について、小さな言語の族で準同型写像を用いることによって大きな言語の族を特性化する研究がなされている。帰納的に可算な言語の族の特性化について2つの決定性言語の共通部分の準同型写像による像[1]、2つの線形言語の共通部分の準同型写像による像[3]、あるいは、Dyck言語と極小線形言語との共通部分の準同型写像による像[4]で表わすもの、線形言語の部分族である右長、同長、左長言語の族を用いた特性化[6]などが知られている。

本稿においては、文献(6)の特性化の結果の証明に用いられている文法について検討し、さらに小さい言語の族による特性化が可能であることを示す。すなわち、任意の帰納的に可算な言語は、(1，2)線形言語[5]と(1，1)極小線形言語との共通部分の準同型写像で表わすことができることを示す。

2．準備　この節では、文法などの基本的事項と本稿で扱う線形言語の部分族の定義等を与える。ここで定義されない用語等は、文献(7)等を参照されたい。

［定義1］　句構造文法とは、$G=(V,\Sigma,P,S)$である。ここで、V、Σは非終端記号、終端記号の集合、Pは生成規則　$\alpha\rightarrow\beta$　$(\alpha\in(V\cup\Sigma)^{*}V(V\cup\Sigma)^{*},\beta\in(V\cup\Sigma)^{*})$の集合、$S$は初期非終端記号である。この文法によって生成される言語を帰納的に可算な言語という。

なお、句構造文法Gの生成規則としては、$A\rightarrow DE$，$A\rightarrow a$，$A\rightarrow\varepsilon$，$AB\rightarrow DE$ $(A,B,D,E\in V,a\in\Sigma)$の4種類の型で十分であることが知られているので、本稿では、句構造文法は、このようになっているものとする。

［定義2］　すべての生成規則が、$A\rightarrow\alpha B\beta$　$(A,B\in V,\alpha,\beta\in\Sigma^{*})$または、$A\rightarrow\alpha$　$(A\in V,\alpha\in\Sigma^{*})$のいずれかの形をしている文法を線形文法といい、この文法で生成される言語を線形言語という。

［定義3］[5]線形文法$G=(V,\Sigma,P,S)$において、$A\rightarrow\alpha B\beta$の型の生成規則について$|\alpha|=i$，$|\beta|=j$であり、$A\rightarrow\alpha$の型の生成規則について$|\alpha|<i+j$であるとき、$G$を$(i,j)$文法といい、この文法によって生成される言語を$(i,j)$言語という。

［定義4］[2]線形文法$G=(V,\Sigma,P,S)$において、$V=\{S\}$であるき、Gを極小線形文法といい、それによって生成される言語を極小線形言語という。

さらに、(i,j)言語でかつ極小線形言語を(i,j)極小線形言語という。

3．帰納的に可算な言語の特性化　本節では前節で定義した(1，2)言語と(1，1)極小線形言語を用いて帰納的に可算な言語を特性化する。

［定理］　アルファベットΣ上の任意の帰納的に可算な言語Lに対して、アルファベットΣ'、準同型写像$h:(\Sigma')^{*}\rightarrow\Sigma^{*}$が存在し、$L=h(L_1\cap L_2)$なる$\Sigma'$上の

A Homomorphic Characterization of Recursively Enumerable Languages by Small Subclasses of Linear Context-Free Languages.
Satoshi OKAWA, Hachinohe Institute of Technology

(1,2)言語L_1と、(1,1)極小線形言語L_2が存在する。

(略証)　Lを生成する句構造文法を$G=(V,\Sigma,P,S)$とし、次の(1,2)文法$G_1=(V_1,\Sigma',P_1,\sigma_1)$と(1,1)極小線形文法$G_2=(\{\tau\},\Sigma',P_2,\tau)$を構成する。アルファベット$\Sigma'$を、$\Sigma'=\Sigma\cup V\cup\{x'\mid x\in\Sigma\cup V\}\cup\Sigma\cup\hat{\Sigma}\cup\{c,c',\#,\#',\$\}$ ($\hat{\Sigma}=\{\hat{a}\mid a\in\Sigma\}$, c, c', #, #', $ は新記号)とし、準同型写像: $h(\Sigma')^*\to\Sigma^*$を$h(\hat{a})=a\ (a\in\hat{\Sigma})$, $h(x)=\varepsilon\ (x\notin\hat{\Sigma})$と定める。

G_1の構成: $V_1=\{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3,\sigma_4,\sigma_5\}\cup\{\pi\mid\pi:AB\to DE\in P\}$とし、

$P_1=\{\sigma_1\to c\sigma_2c'c',\ \sigma_2\to c\sigma_3\#'s'\}$
$\cup\{\sigma_3\to x\sigma_3x'c'\mid x\in\Sigma\cup V\cup\{c\}\}$
$\cup\{\sigma_3\to A\sigma_4E'D'\mid A\to DE\in P\}$
$\cup\{\sigma_3\to A\sigma_4a'c'\mid A\to a\in P\}$
$\cup\{\sigma_3\to A\sigma_4c'c'\mid A\to\varepsilon\in P\}$
$\cup\{\sigma_3\to A\pi c'c',\ \pi\to c\pi c'c',\ \pi\to B\sigma_4E'D'\mid\pi:AB\to DE\in P\}$
$\cup\{\sigma_4\to x\sigma_4x'c'\mid x\in\Sigma\cup\hat{V}\cup\{c\}\}\cup\{\sigma_4\to\#\sigma_3\#'c',\ \sigma_4\to$
$\sigma_4\to\#\sigma_5\$c'\}\cup\{\sigma_5\to a_1\sigma_5a_2a_3,\ \sigma_5\to a_1a_2,\ \sigma_5\to a_1,$
$\sigma_5\to\varepsilon\mid a_1,a_2,a_3\in\hat{\Sigma}\cup\{c\}$とする。

G_2の生成規則: $P_2=\{\tau\to x\tau x'\mid x\in\Sigma\cup V\cup\{c,\#\}\}$
$\cup\{\tau\to\hat{x}\tau x'\mid x\in\Sigma\}\cup\{\tau\to\$\}$とする。

すると、$L=h(L(G_1)\cap L(G_2))$となることが示される。

<u>4.むすび</u>　本稿では、帰納的に可算な言語の族をできるだけ小さい言語の族を用いて特性化することを考え、(1,2)言語と(1,1)極小線形言語との共通部分の準同型写像で特性化することができることを示した。定理で特に言及しなかったが、証明で構成した言語を受理する決定性プッシュダウンオートマトンを構成することができるから、この結果は決定性(1,2)言語と決定性(1,1)極小線形言語との共通部分の準同型写像で特性化することができると言うことができる。2つの(i,i)線形言語の共通部分の準同型写像は線形言語であることが知られており[6]、(i,i)線形言語を(i,j)言語としても線形言語となることが、同様に示される。従って、本稿で用いた(1,2)言語の族、(1,1)極小線形言語の族をより小さい言語の族でおきかえるというのは困難であると考えられる。

<u>文献</u>(1)B.Baker and R.Book : “Reversal-bounded multipushdown machines”,J.CSS,8,pp.315-332(1974).
(2)N.Chomsky and M.P.Schuzenberger, “The algebraic theory of context-free languages”,Computer Programming and Formal Systems pp.118-161(1962).
(3)S.Ginsburg,S.Greibach and M.Harrison : “One-way stack automata”,J.ACM14,pp.389-418(1967).
(4)S.Hirose,S.Okawa and M.Yoneda : “A Homomorphic characterization of recursively enumerable languages”,Theoret.Comput.Sci.35(2,3),pp.261-269(1985).
(5)A.Yehudai : “The decidability of equivalence for a family of linear grammars”,Inf.& Control 47,pp.122-136(1980).
(6)大川 知、広瀬貞樹、“線形言語の部分族と言語の特性化”、信学論D-1採録決定。
(7)本多波雄:“オートマトン・言語理論”、コロナ社(1972)。