

4K-8

ボトルネックに着目した
ジョブショップ問題の解法

猪岡 保裕 木村 文宏

NTT情報通信処理研究所

1. はじめに

ジョブショップ問題は組合せ最適化問題の中でも、極めて困難な問題として知られ、従来から多くの研究がなされている^{1,2,3)}。これらの研究の中で、Brooks-Whiteの分枝限定法が有名である⁴⁾。しかしながら、この解法は計画を時間軸方向に順次成長させるために、評価値に影響を与えない部分を早期に割り付けるという欠点を持つ。

本稿では評価値への影響の有無を考慮して、最も制約の強い部分から優先的に割り付ける方法を提案する。更に、提案した解法と従来の解法を比較し、前者の有効性を示す。

2. 従来解法とその問題点

ジョブショップ問題とは図1に示すように、あるジョブのあるマシンにおける処理(以下手順と呼ぶ)の先行関係と処理時間が与えられたとき、総所要時間を最小とする各マシンでの手順の処理順序を決める問題である。

最適解を得るためには分枝限定法が使用される。問題を部分問題に分割する分枝操作と、部分問題の評価値を計算し、最適解が得られないと判断される部分問題を除去する限定操作とを繰り返し、最適解を求める。部分問題への分割方法はいろいろあるが、ここでは、手順の一部が割り付けられた部分計画として捉える。よって分枝操作では、同一マシンを同時期に占有しうる手順の集合(以下コンフリクト集合と呼ぶ)を求め、各手順を新たに割り付ける(以下展開と呼ぶ)ことにより部分計画を成長させる。

ジョブショップ問題の分枝限定法として有名なBrooks-Whiteの方法は、分枝操作に特徴があり、時間軸方向に手順を順次割り付ける。つまり、完了時刻が最早の手順を含むコンフリクト集合のみが展開される。この方法はコンフリクト集合が1つしか作成されないため、先に他のマシンに手順を割り付けた部分計画を作成する自由がない。しかも、時間軸にのみ着目して分枝操作を行なうために、評価値に影響を与えない部分計画も早期に作成する。その結果、枝刈りが遅れバックトラックの効率も悪くなるので、効率よい探索ができない。

3. ボトルネックに着目したスケジューリング

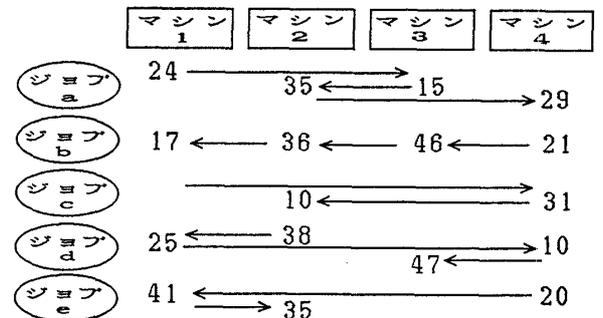
部分問題を評価すると、評価値を与える特定のマシンまたはジョブ(以下ボトルネックと呼ぶ)が判定できる。ボトルネックに関係する手順の割り付けは、評価値に大きな影響を与える。よって、ボトルネックに着目して部分計画を作成する分枝操作は、探索の効率を向上させる。このために、本稿では以下の2つの手続きを導入する。

その一つは、展開の自由度の向上を図った確定部分検出である。従来は、コンフリクト集合が1つのみ作成され展開の自由度がなかった。それに対して本提案では、矛盾なく展開可能なコンフリクト集合が検出され、複数のコンフリクト集合が展開候補となる。他の一つは、ボトルネックに着目してコンフリクト集合を選択する展開制御である。

両者の手続きにより、従来とは異なるコンフリクト集合を展開することができる。従来方法とは展開順序のみが異なり、他の分枝限定操作は同じである。

3.1 確定部分検出

確定部分検出では、展開の無矛盾性を判定するために、コンフリクト集合間の独立性を調べる。具体的には、あるコンフリクト集合が、他のコンフリクト集合に含まれる手順の後続手順を含むか否かを調べる。後続手順を含まないコンフリクト集合は互いに独立している。なぜなら、どのコンフリクト集合の手順から割り付けたとしても、他のコンフリクト集合が、割り付けられた手順の影響を受けないからである。独立したコンフリクト集合を確定部分と呼ぶ。確定部分の検出例を図2に示す。



(←) : 先行関係, 数値: 処理時間)

図1 ジョブショップ問題

確定部分検出の手順を以下に示す。

- (STEP1)全ての未割り付け手順について、他の未割り付け手順に阻害されない条件で、開始時刻と完了時刻を求める。
- (STEP2)各マシン m について、完了時刻が最早の手順を選択し、その完了時刻を T_m とする。
- (STEP3)各マシン m 上でコンフリクト集合を求める。マシン m 上で開始時刻が T_m より小さい未割り付け手順がコンフリクト集合をなす。
- (STEP4)他のコンフリクト集合に含まれる手順の後続手順を含むコンフリクト集合を除く。

3.2 展開制御

コンフリクト集合の選択は、評価値に影響を与えずに割り付け可能な手順数に基づく。本手順数が最少なコンフリクト集合を選択する。本展開戦略によれば、探索木の分枝数が常に最小に抑えられ、効率よく探索が進められる。また、分枝限定法の探索過程が、現在の評価値を制約とする制約充足問題を解いていると考え、この戦略は最も制約の強いコンフリクト集合を優先する戦略となる。

ある手順が評価値に影響を与えるか否かは、ボトルネックに着目した簡単な手続きにより判定できる。判定方法を表1に示す。ボトルネックは部分計画の評価段階で明らかになる。評価値が、マシンペースとジョブペースの両者から与えられるとする。詳しくは文献1を参照されたい。評価値を与えるマシンあるいはジョブがボトルネックであり、それぞれを区別して、クリティカルマシン、クリティカルジョブとする。判定は、コンフリクト集合に含まれるクリティカルジョブの数と、コンフリクト集合がクリティカルマシンへの割り付けを行なうか否かによってなされる。例えば、クリティカルジョブ数が0で、クリティカルマシンへの割り付けの場合を考える。この場合、コンフリクト集合に含まれる全手順の開始時刻の最小値よりも大きい開始時刻をもつ手順を割り付けると、評価値は増加する。なぜならクリティカルマシン上に遊び時間が発生するので、マシンペースの評価値が増加するからである。

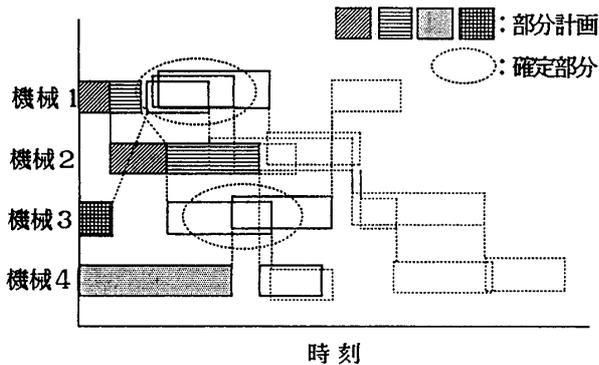


図2 確定部分の検出例

4. 評価

ランダムに生成した問題数十例について、従来解法と本解法を比較する。図3は、マシン数を6に固定し、ジョブ数を4~8と変化させたときの、最適解探索に要した総展開数の削減効果を示したものである。1点が1問題に対応する。縦軸は従来方法に対する相対比で示す。削減効果はジョブ数の増加とともに大きくなり、8ジョブでは、平均32%、最大66%の削減効果が得られた。

5. まとめ

ボトルネックに着目したジョブショップ問題の解法を示した。本解法ではBrooks-Whiteの分枝限定法の展開順序を変更し、制約の強い部分から割り付ける。そのために展開の自由度を向上させる確定部分検出と、制約の強さを判定する展開制御を導入した。本解法により探索木の分枝数が常に最小に抑えられ、探索空間を削減できる。実験の結果、総展開数を平均約20%、最大約70%削減できた。

参考文献

- [1] 鍋島：スケジューリング理論，森北出版（1974）
- [2] 今野，鈴木：整数計画法と組合せ最適化，日科技連（1982）
- [3] 茨木：組合せ最適化，産業図書（1983）
- [4] Brooks and White：“An Algorithm for Finding Optimal or Near-Optimal Solutions to the Production Scheduling Problem”，Journal of Industrial Engineering,16,pp.34-40(1965)

表1 評価値に影響を与えない手順数の判定方法

クリティカルジョブ	クリティカルマシン	評価値に影響を与えない手順数	
0	YES	開始時刻が最早開始時刻*に等しいジョブの数	
	NO	全部	
1	YES	クリティカルジョブの開始時刻が最早開始時刻に等しい場合	1
	NO	上記以外の場合	0
>1		1	0

*) 最早開始時刻とはコンフリクト集合に含まれる全手順の開始時刻の最小値である

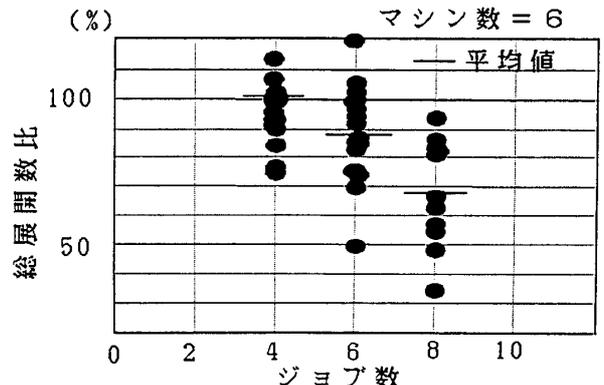


図3 展開ノード数削減効果