

高速フォン・シェーディングの新方式と マッハバンドの除去

1K-8

甲斐 直行

(株) 東芝 半導体技術研究所

1. はじめに

コンピュータグラフィックスのレンダリングでポリゴンのシェーディングの方式として、Phongシェーディング^[1]が有力であるが、これは、各点での法線を求める際に平方根の計算が必要であり、リアルタイムのシェーディングは困難であった。

Phongシェーディングの高速化の手法として、Duff^[2]により、平方根の計算にルックアップテーブルを用いる手法が提案され、またBishop^[3]により、Taylor展開を用いる手法が提案されている。後者は速度の点では有力な手法であるが、誤差のために本来のPhongシェーディングに比べひどいマッハバンドを生じてしまう上に、前処理の計算が複雑である。Bishopと同様に、 x , y についての多項式展開ではあるが、簡単でより精度のよい展開方式によるPhongシェーディングの近似方式を考案した。この方式は、法線を法線空間内の3次曲面として近似しており、これをさらに一般化することで、Phongシェーディングでは取り除くことのできなかったマッハバンドを除去できるシェーディング方式が得られることを示す。

2. 基本的なアイデア

Phongのライティングモデルでは、反射光の輝度は次式のように、環境光、拡散光、鏡面光の和で表される。

$$I = I_0 K_a + I_1 K_d \vec{n} \cdot \vec{T} + I_2 K_s (\vec{n} \cdot \vec{r})^m \quad (1)$$

ここで、 I_0 , I_1 は環境光、点光源光の強度、 K_a , K_d , K_s は環境光、拡散光、鏡面光の反射係数、 $\vec{n}$ は法線ベクトル、 $\vec{T}$ は光線方向、 $\vec{r}$ は反射方向の単位ベクトル、 m は適当な指数である。

Bishopによる高速Phongシェーディングは、このモデルで拡散光の項を、ポリゴンの中心でスクリーン座標 x , y について2次までTaylor展開を行うというものである。これにより、輝度は x , y の多項式で表されるので前進差分のハードウェアにより高速に輝度計算を行える。しかし、Taylor展開を行ったものは、展開の中心では正しい値を与えるが、一般にポリゴンの頂点及び辺上で正しい輝度の値を与えない。これは次のようにして、簡単な場合で示すことができる。

スキャン方向に沿って、法線が $\vec{n}_0$ から $\vec{n}_1$ に変化する場合を考える。又、スキャンライン方向の変数 x から0から1の値をとる変数 t に変換して考える。Phongシェーディングでは、次式のように法線ベクトルを線形補間した後、長さを正規化したものを法線 $\vec{n}$ として用いる。

$$\begin{aligned} \vec{n}' &= \vec{n}_0 \cdot (1-t) + \vec{n}_1 \cdot t \quad (0 < t < 1) \\ \vec{n} &= \vec{n}' / |\vec{n}'| \end{aligned} \quad (2)$$

これをポリゴンの中心(この場合は線分の中心) $t = 1/2$ で展開するのが、Bishopの方法であるが、2次までの展開結果は、

$$\vec{n} = (5 - \vec{n}_0 \cdot \vec{n}_1) (\vec{n}_0 \cdot (1-t) + \vec{n}_1 \cdot t) / 4 \quad (3)$$

となり、 $t = 1/2$ では正しい値を与えるが $t = 0, 1$ では誤った値を与える。ここで2次の項が落ちてしまうのは1変数にしたため、 x , y 2変数についての展開を行えば一般に2次の項は残るが、やはり境界では正しい値を与えない。

Phongシェーディングを用いる理由は、鏡面光の項を扱えることと、Gouraudシェーディングに比べてマッハバンド効果を抑えることの2点であり、ポリゴンの辺上の輝度及び輝度の1次微分の値を正しく与えることは、ポリゴン内部での値を正しく与えることよりも重要である。Taylor展開によるPhongシェーディングは、マッハバンド効果については、連続な輝度を与えるGouraudシェーディングよりさらに悪い結果を与えることになる。そこで、本論文ではTaylor展開ではない別の多項式展開を提案する。(2)より、

$$\begin{aligned} 1/|\vec{n}'| &= (1 - 2A(1-t)t)^{-1/2} \\ &\approx 1 + A(1-t)t \end{aligned} \quad (4)$$

$$A = 1 - \vec{n}_0 \cdot \vec{n}_1$$

これは A についての展開で、 $A \ll 1$ の場合に正当化されるが、 $t = 0, 1$ の値、1次微分の値は A に依らず正しい。この近似のもとで、 $\vec{n}$ は次のようになる。

$$\vec{n} = \vec{n}_0(1-t)^3 + \vec{n}_A(1-t)^2t + \vec{n}_B(1-t)t^2 + \vec{n}_1t^3 \quad (5)$$

但し、

$$\begin{aligned} \vec{n}_A &= \vec{n}_0 + (\vec{n}_1 - (\vec{n}_0 \cdot \vec{n}_1) \vec{n}_0) / 3 \\ \vec{n}_B &= \vec{n}_1 + (\vec{n}_0 - (\vec{n}_0 \cdot \vec{n}_1) \vec{n}_1) / 3 \end{aligned} \quad (6)$$

これは、法線ベクトルを、Bernstein多項式を混ぜ合わせ関数として用いた $\vec{n}_0$, $\vec{n}_A$, $\vec{n}_B$, $\vec{n}_1$ の4ベクトルの、加重平均で近似する、即ち、法線の軌跡を $\vec{n}_0$, $\vec{n}_A$, $\vec{n}_B$, $\vec{n}_1$ の4点を制御点とする法線空間内のBezier曲線^[4]で近似することになる。 $t = 0, 1$ での $\vec{n}$ の1次微分の値は次

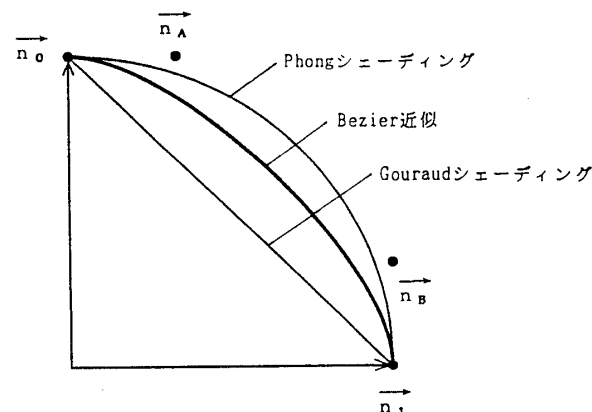


図1 法線の軌跡

で与えられる。

$$\begin{aligned} d\vec{n}/dt|_{t=0} &= 3(\vec{n}_A - \vec{n}_B) \\ d\vec{n}/dt|_{t=1} &= 3(\vec{n}_1 - \vec{n}_B) \end{aligned} \quad (7)$$

図1に、Bezier近似、本来のPhongシェーディング、Gouraudシェーディングの各々での法線の軌跡を示す。

$t = 0, 1$ での値、1次微分の値の4条件を満たすための最低次数は3次であるが、1次微分の条件を緩めると、次のように2次のBezier曲線で近似することもできる。この近似でもTaylor展開よりは良い近似になっている。ここでは、制御点 $\vec{n}_c$ は、両端点での1次微分の誤差が最小になるように選んである。

$$\begin{aligned} \vec{n} &= \vec{n}_0(1-t)^2 + \vec{n}_c 2(1-t)t + \vec{n}_1 t^2 \\ \vec{n}_c &= (3-\vec{n}_0 \cdot \vec{n}_1) (\vec{n}_0 + \vec{n}_1) / 4 \end{aligned} \quad (8)$$

以上は1方向のみに法線が変化する場合であるが、実際のポリゴンの場合は、スクリーン座標 x, y を適当な0から1の値をとる2変数 t, s に1次変換し、 t, s の3次Bezier曲面として法線を近似し、さらに x, y に逆変換して x, y の双3次形式として表せば良い。

3. マッハバンドの除去

輝度の1次微分の不連続によるマッハバンド効果は、Gouraudシェーディングに比べてPhongシェーディングでは改善されるが、無くなるわけではない。簡単な例として、図2のように、スキャンラインにそって、3点 P_0, P_1, P_2 があり、各点での法線が $\vec{n}_0, \vec{n}_1, \vec{n}_2$ で与えられるときに、Phongに従って、この $\vec{n}$ を補間すると、 P_1 で法線の1次微分の不連続は次のようになる。

$$(3/b) (\vec{n}_1 - \vec{n}_{1B}) - (3/a) (\vec{n}_{1A} - \vec{n}_1) \quad (9)$$

ここで、Phongシェーディングを離れ、 $\vec{n}_A, \vec{n}_B$ を自由なパラメータとして、(5)で法線を定義することにする。マッハバンドを除去するために $\vec{n}$ の1次微分が連続という条件で、 $\vec{n}_{1A}, \vec{n}_{1B}$ は、図3に示すように法線空間の単位球の $\vec{n}_1$ での接平面内で、(9)を0にするように選ばばよい。

さらにスキャンライン全体に渡って、ポリゴン境界で2次微分まで連続の条件を付け、法線空間内の一種の3次スプライン曲線とすることも可能であるが、これは係数の決定に多変数の方程式を解くことが必要で、 x, y の2変数への拡張が難しいので、一般的には(5)のBezier曲線で十分と考えられる。

4. インプリメンテーション

法線 $\vec{n}$ が法線空間内の3次または2次のBezier曲面で良好に近似できるので、輝度は結果的に x, y の双3次(2次)形式であらわされる。従って、光線ベクトルとの内積を取った形で、Bishopの方法と同様に前進差分のハードウェアで実現する事ができる。1点あたり、4回の加算が必要で、4つのアダプターを備えた前進差分のハードウェアを用いれば、1クロックで1点のシェーディング計算ができる。従来、Gouraudシェーディングをこの速度で行えるLSIはあったが^[5]、Phongシェーディングについても同様の性能が期待できる。

5. まとめ

高速なPhongシェーディングの方式を提案した。この方式では、ポリゴンの境界でPhongシェーディングと同じ輝

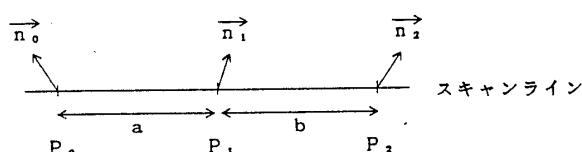


図2 スキャンライン上での3点の法線ベクトル

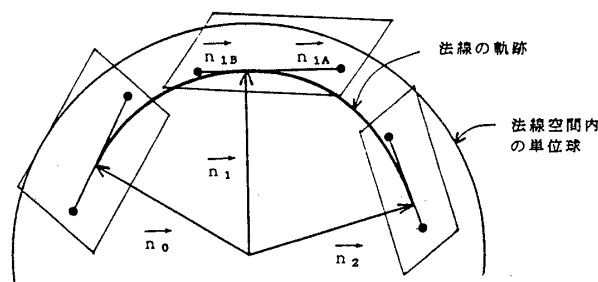


図3 マッハバンドを生じない法線の補間

度、及びその1次微分を与える。さらに、この方式を一般化し、ポリゴン内の法線を頂点の法線空間内でのBezier曲面で近似する方法を提案した。これにより、Phongシェーディングで除去できなかったマッハバンドを除去できる。

参考文献

- [1] Phong, B.T. "Illumination for Computer-Generated Images," Ph.D. Dissertation, University of Utah, 1973.
- [2] Duff, T. "Smooth Shaded Rendering of Polyhedral Objects on Raster displays," Computer Graphics, Vol.13, pp.270-275, 1979 (Proc. SIGGRAPH 79)
- [3] Bishop, G. and Weimer, D.M. "Fast Phong Shading" Computer Graphics, Vol.20, pp.103-106, 1986 (Proc. SIGGRAPH 86).
- [4] Newman, W.N. and Sproull, R.F. Principles of Interactive Computer Graphics, McGraw-Hill, 1979.
- [5] Ohhashi, M. et al., "A 32b 3-D Graphics Processor Chip with 10M Pixels/s Gouraud Shading", ISSCC Digest of Technical Papers, pp.168-169, 1988