ボルツマンマシンによるポリオミノパズルの解法

5F-7

梶浦　正浩　　秋山　泰　　安西 祐一郎

慶応義塾大学 理工学部

0．はじめに

古くから親しまれているペントミノやテトロミノなどのパズルを、相互結合型ニューラルネットワークの一種であるボルツマンマシン[1]で解いた例を紹介する。

1．ポリオミノパズル

ポリオミノとは、図1のように単位となる正方形を複数個接合したものをいう。様々な形のペントミノを長方形の枠に詰めるパズルをおもちゃ屋などで見かけた方もいらっしゃるであろう。

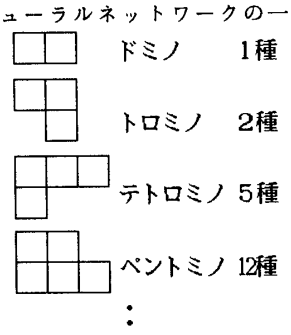

図1　ポリオミノの種類

2．ポリオミノパズルのエネルギー関数

ポリオミノパズルの制約条件は以下の通りである。

a) 1つのピースは同時に1つだけ盤上に存在する（0個でも2つ以上でもない）
b)盤上の各位置には1つだけピースが存在する

各ピースについて、そのピースの置き方それぞれに1つのニューロンを割り当てる。ニューロンは発火によって対応するピースの対応する盤上の位置に存在することを表現するものとする。例えば図2でのピース1(2)は、全部で36通りの置き方があるので36個のニューロンを要する。同様にピース3(4)は16ニューロン、ピース5は48ニューロンである。よってこのパズルでは合計152個のニューロンを要することになる。

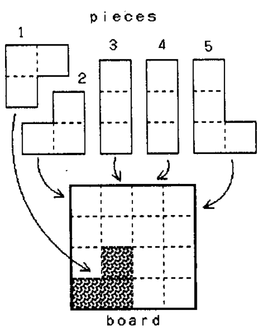

図2　ペントミノパズルの例

上記の制約を満足したときにエネルギーが最小になるような関数を構成すると次のようになる。

$$E = \frac{A}{2}\sum_{p_m}\Big(\sum_{p_m \ni u_i} O_i - 1\Big)^2 + \frac{B}{2}\sum_{l_n}\Big(\sum_{l_n \in u_j} O_j - 1\Big)^2 \qquad (1)$$

p_m: piece, l_n: location, u_i, u_j: neuron unit

これより結合荷重W_{ij}及びバイアスθ_iは、

$$W_{ij} = \begin{cases} -A - B \times (\mathrm{overlap}) & \text{(i, jが同じピースに属すとき)} \\ -B \times (\mathrm{overlap}) & \text{(i, jが異なるピースに属すとき)} \\ 0 & \text{(i=jのとき)} \end{cases} \qquad (2)$$

$$\theta_i = \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \times M_i \qquad (3)$$

overlap:ニューロンiとjが表わすピース同士の重なり量
M_i:ニューロンiが表わすピースの大きさ

となる。ただしA，Bは適当な正定数である。

3．実験

4×4（図3）及び5×5（図4）のパズルついて以下のような実験を行った。

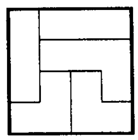
図3

・エネルギー関数のパラメータ
A＝B＝1
・焼きなましスケジュール

$$T(t) = \frac{T_0}{1 + t/\tau} \qquad (4)$$

初期温度　$T_0 = 10$
減衰の時定数　$\tau = 5, 10, 20, 30$

ただし、時間の単位（ステップ）は全てのニューロンが発火状態を平均して1回更新されるだけの時間とする。（ランダム更新を採用）

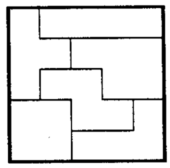
図4

4．結果と検討

ステップ数と収束率

・4×4（図3）のパズル

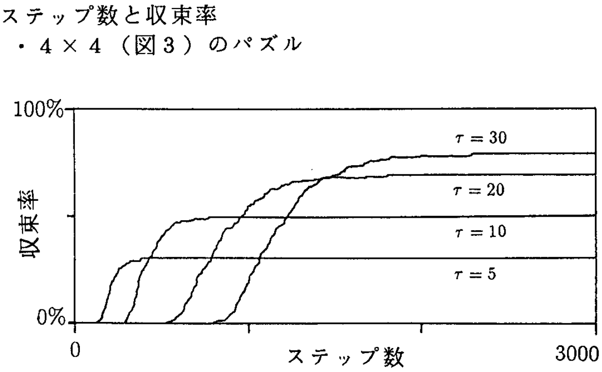

図5　4×4パズルでのステップ数と収束率の関係

4×4のパズルでは、時定数τが大きくなるにつれて最終的な収束率が増大している。これは、時定数が小さい場合、ノイズが早い段階で減少し決定的な動作になってしまい、局所的極小に陥りやすいためである。

Solving Polyomino puzzles with Boltzmann Machines
Masahiro Kajiura, Yutaka Akiyama and Yuichiro Anzai
Faculty of Science and Technology, Keio Univ.

この点では、時定数は大きい程よい特性を得ることができるといえる。ただし、同じ収束率を得るまでのステップ数も増大している。

・5×5（図4）と4×4のパズルの比較

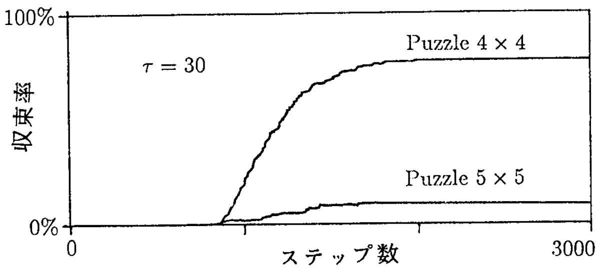

図6　4×4パズルと5×5パズルの収束率の比較

5×5(図4)のパズルについても、時定数τが大きくなるほど最終的な収束率は増大した。ここで、同じ時定数τ=30における収束の様子を4×4(図3)と比べてみると、全体的にかなり悪くなっていることがわかる。これはピースの形が複雑になり、ニューロン数が増えているのに対して、解の個数は少なくなっているためであろう(図3のパズルの解は全部で160、図4は56である）。

5．おわりに

ポリオミノパズルは、一般的にはLispやPrologなどの記号処理言語を用いて木の探索問題として解かれるが、本論ではこれを相互結合ニューラルネットワークにおけるエネルギー最小化に置き換えて解く手法について議論した。

[2]において紹介したn-クイーン問題では、問題規模が増大した場合、ボルツマンマシンの方が逐次探索よりも短時間で解の1つに到達する。

しかし、ポリオミノパズルでは、現在のところ記号処理による逐次探索の方が効率がよい。本論の手法を改良するため、アニーリング・スケジュールや、エネルギー関数の係数A，Bの比率の変更を検討中である。

ただし、ポリオミノパズルでも、今回の実験範囲よりも大規模な問題においてはボルツマンマシンの方が逐次探索よりも早く解に到達する可能性がある。

参考文献

[1] G. Hinton, T. Sejnowski, and D. Ackley: “Boltzmann Machines: Constraint satisfaction networks that learn”, Tech. Rep. CMU-CS-84-119, Carnegie-Mellon Univ., 1984

[2] 梶浦，秋山，安西: “ボルツマンマシンによるn-クイーン問題の解法”，情報処理学会　本全国大会予稿集