6B-2

自然アルゴリズムによる自然シミュレータ
（２）解法戦略の基礎理論

中谷賢一　窪田　誠　川合敏雄
慶應義塾大学理工学部物理学科

1. はじめに

著者らが提案している自然アルゴリズムによる自然シミュレータ[1]は、自然から導かれた連続モデルを，自然アルゴリズムによって離散化し，解法プログラムを生成し，計算機で数値解を得るものである.

本研究では，この連続モデルにおける境界条件が適切かどうか診断するための基礎として、線形連立偏微分方程式の境界条件の適切な与え方について考察した。また、自然アルゴリズムでは、発展解法を用いて問題を解いている。しかし、stiffな問題を解こうとすると、多くの計算ステップを要する。この問題を解決するために、仮想慣性法を用いて計算ステップ数を減らすことを検討した。これにより、Cavitiy Flow の一例では、計算量を 2.7×10^{-7}倍に減らすことが出来た。

2. 偏微分方程式における境界条件の適切性判定法[2]

境界条件は、本来ユーザーの物理的考察により与えられるものである。しかし、数学的に適切な境界条件の従うべき枠があれば、これを頼りに問題仕様書の診断が出来る。この方法は、一般の非線形偏微分方程式を局所的に線形化し、任意の境界面の近傍の解のフーリエ成分を考察して、解が、因果性・適切性の規則を満たすべき要請から、与えるべき境界条件の数を定めるものである。

本方法を適用して，代表的な偏微分方程式および Navier-Stokes方程式について，与えるべき境界条件の数を求めた結果を以下に示す。

微分方程式		初期面	終期面	空間境界面
$\partial u/\partial t + C\nabla u = 0$	$(Cn > 0)$	1	0	1
	$(Cn < 0)$			0
$\partial u/\partial t - \Delta u = 0$		1	0	1
$\partial u/\partial t + C\nabla u - \Delta u = 0$		1	0	1
$\partial^2 u/\partial t^2 - \Delta u = 0$		2	0	1
$C\nabla u = 0$	$(Cn > 0)$	－	－	1
	$(Cn < 0)$			0
$\Delta u = 0$		－	－	1
$C\nabla u + \Delta u = 0$		－	－	1

Nature Simulator by Nature Algorithm (2)Bases for Simulation Strategy
Ken-ichi NAKATANI, Makoto KUBOTA, Toshio KAWAI
KEIO University

Ｎａｖｉｅｒ－Ｓｔｏｋｅｓ方程式

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -\mathrm{div}(\rho \mathrm{v}) \\ \dot{\mathrm{v}} = -(\mathrm{v}\nabla)\mathrm{v} - \nabla P + \nu \Delta \mathrm{v} \end{cases}$$

粘　性	圧縮性	次　元	初　期	終　期	入　口	出　口	壁
あ　り	あ　り	2	3	0	3	2	2
		3	4	0	4	3	3
	な　し	2	1	0	2	2	2
		3	2	0	3	3	3
な　し	あ　り 亜音速	2	3	0	2	1	1
		3	4	0	3	1	1
	な　し	2	1	0	2	1	1
		3	2	0	3	1	1

３．仮想慣性法[3]

仮想慣性法とは、stiffな偏微分方程式を発展解法で解くときに、元の方程式

$$\frac{\partial u_m}{\partial t} = f_m(u_n,\ u_n\text{の空間微分})$$

の代わりに、仮想慣性C_mを左辺にかけた

$$C_m \frac{\partial u_m}{\partial t} = f_m(u_n,\ u_n\text{の空間微分})$$

という方程式を解く方法である。C_mは定常解には影響しないので、C_mの値を計算量を最小化するように選ぶことが出来る。

流体の数値解析で圧力を陽に解くとき、ふつうの状態では音速と流速の比が非常に大きく，stiffな問題となる。仮想慣性法を用いて、

$$\dot{p} = -\rho_0 c^2 div\mathrm{v}$$

のかわりに、

$$C\ \dot{p} = -\rho_0 c^2 div\mathrm{v}$$

として解くと、

$$C = \left(\frac{c\Delta x}{\nu\pi}\right)^2$$

としたときに計算量が最小となり、計算量を $\frac{\nu\pi}{c\Delta x}$ 倍に減らすことが出来る。たとえば0℃の空気の値、

$c = 331.4[\mathrm{m/s}]$, $\nu = 1.792\times10^{-6}[\mathrm{m^2/s}]$, $\Delta x = 1/16[\mathrm{m}]$

を代入すると、計算量は2.7×10^{-7}倍となる。

４．今後の課題

これらの方法を自動化して，自然シミュレータに実装するための研究を行っている。

５．参考文献

［１］村田、窪田、川合：自然アルゴリズムによる自然シミュレータ（１）概要
第３８回情報処理学会全国大会(1989)
［２］窪田、川合：線形連立偏微分方程式の境界条件の適切な与え方
第１７回数値解析シンポジウム論文集(1988)p.22-26
［３］中谷、窪田、川合：非圧縮性流体における仮想慣性の最適化
第２回数値流体力学シンポジウム論文集(1988)