Vol. 43 No. 10 情報処理学会論文誌 Oct. 2002

N 人ゲームにおける最良優先探索

篠原拓嗣[†] 石田 亨[††]

我々は，N 人ゲームにおける，選択的深化を用いた探索アルゴリズムを 2 つ提案し，その有効性についての検証を行った．1 つ目は，最良優先マックス N 探索と呼ばれ，マックス N 値という評価値を用いた最良優先探索であり，LuckHardt らによるマックス N と Korf らによる最良優先ミニマックス探索の自然な拡張である．2 つ目は，手番を考慮した最良優先マックス N 探索と呼ばれ，先のアルゴリズムにさらに変更を加えたものである．このアルゴリズムでは，異なる手番の局面の比較を避け，評価値の更新を同一手番の子孫の局面の評価値のみによって行う．インクリメンタルランダムゲームによる実験では，マックス N は深く読んでも性能が上がらず，逆により悪くなるという結果が得られた．Sturtevant らの提案したパラノイド探索は，マックス N よりも優れた性能を示したが，我々の提案した，2 つの最良優先探索アルゴリズムは，より安定した強さを示し，特に，最良優先マックス N 探索は十分な数の節点を展開できるときに，また，手番を考慮した最良優先マックス N 探索はわずかな数の節点を展開するだけで手を決定しなければならないようなときに，より良い成績を収めた．ダイアモンドゲームを例題にした実験でも，2 つの最良優先探索について同様の結果を得ることができた．マックス N 値（ミニマックス値）を基準とした最良優先探索は，2 人ゲームのみならず，一般の N 人ゲームにおいても有効であることが示された．

Best-first Search for N-player Games

Takuji Shinohara[†] and Toru Ishida[††]

We propose two selective-deepening search algorithms for N-player games. Our first algorithm, which we call Best-First Max-N search, is a natural extension of Max-N with the selective-deepening mechanism similar to that of the Best-First Minimax for two-player games. The second algorithm, which we call Turn-Considered Best-First Max-N search, is a further modification of Best-First Max-N search. This algorithm compares and backs up only the values of the game positions at the same player's turn to move. We have implemented these algorithms for incremental random game trees and the game of Chinese Checker, a popular three-player perfect-information game also known as Diamond Game, and experiments are conducted to evaluate their effectiveness. When applying to random game trees, Max-N didn't perform well with deeper search. Paranoid performed better than Max-N. Nonetheless, Best-First Max-N search with enough expanded nodes and Turn-Considered Best-First Max-N search especially with the small number of expanded nodes presented high performance. When applying to Chinese Checker, we obtained similar results about two best-first algorithms. The experimental results show that the best-first node selection criterion works for N-player games as well as two-player zero-sum games.

1. はじめに

ゲームの探索に関する研究は過去数十年にわたってさかんに行われているが，それらの研究はおおむね 2 人ゲームを対象としており，2 人以上が参加して行う一般の N 人ゲームに関しての研究は非常に少ない．そこで我々は，N 人ゲームの探索について以下のような提案を行い，その評価をする．

- 2 人ゲームおいてその有効性が示された最良優先ミニマックス探索[1)]の N 人ゲームへの適用を考える．N 人ゲームの均衡点を求めるアルゴリズムとして，ミニマックス手続きを N 人ゲームに適用したマックス N 手続き[2)]があるが，その自然な拡張としての N 人ゲームにおける最良優先探索アルゴリズムを提案する．
- さらに，最良優先ミニマックス探索に幅優先性を持たせ，探索のバランスをとるために機能するテンポ効果が，N 人ゲームでは過剰に現れる可能性を考慮し，テンポ効果の影響を受けない新しい最

† 国立民族学博物館地域研究企画交流センター
The Japan Center for Area Studies, National Museum of Ethnology
†† 京都大学大学院情報学研究科
Graduate School of Informatics, Kyoto University

良優先探索アルゴリズムを提案する．

- マックスN手続きを探索深さ固定で用いた場合とともに，マックスN評価を用いた場合より優れた性能を示すとされるパラノイド探索[4)]を比較の対象とし，新しい2つの探索手法を，抽象化されたゲームであるインクリメンタルランダムゲームと，完全情報3人ゲームのダイアモンドゲームを例題として実験を行い，新しい探索手法の有効性を検証する．

以下，本稿では，まず従来の研究として，2人ゲームにおける最良優先探索およびN人ゲームに関する探索について述べる．次に，新しく提案する探索手法について述べ，さらに，インクリメンタルランダムゲームによる実験とダイアモンドゲームによる実験の結果を示し，新しい探索手法を評価，検討する．

2. 従来の研究

2.1 ミニマックス手続き

通常の複雑さを持つゲームにおいては，ゲーム木すべてにわたって探索を行うことは不可能であり，通常は与えられた根節点から適当な深さまでの木に対してのみ探索を行う．切り出された部分ゲーム木の葉節点には，対応する状態（局面）に対しての何らかの評価関数の値を付与する．この値を，その状態の静的評価値と呼ぶ．評価関数の値はプレイヤの有利さの目安であり，プレイヤが有利なほど大きい値を，不利なほど小さい値を返すようにする．また，実際に勝ちが決定している状態の節点には，勝ちが決定していないいずれの葉節点よりも大きい値を割り当てる．同様に，負けが決定した節点には負け節点以外の他のどの節点よりも小さい値を割り当てる．任意の内部節点に対するプレイヤAの評価値は以下のように計算する．

- Aの手番における評価値は，その子節点の評価値の最大値とする．
- Bの手番における評価値は，その子節点の評価値の最小値とする．

このため，プレイヤAはMAXプレイヤ，プレイヤBはMINプレイヤとそれぞれ呼ばれる．各節点にこのように評価値を割り当てる手続きをミニマックス手続きという．また，ミニマックス手続きによって計算された評価値をミニマックス値と呼ぶ．

2.2 最良優先ミニマックス探索

文献1)で，Korfらは，ミニマックス値に基づいた最良優先探索である最良優先ミニマックス探索を提案している．そこでは，インクリメンタルランダムゲームおよびオセロによる実験と評価を行い，最良優先ミニマックス探索の有効性を示している．

最良優先ミニマックス探索は次のように行われる．葉節点の静的評価値が分かっている部分的に展開されたゲーム木が与えられたとき，ミニマックス値の計算を行うと，根節点から葉節点に至るまで同じミニマックス値を持つ節点を順にたどる経路が必ず存在する．この経路を**主経路**（**principal variation**）と呼ぶ．この経路の葉節点は，根節点のミニマックス値を決定する静的評価値を持つ葉節点であり，この葉節点を**主節点**（**principal leaf**）と呼ぶ．最良優先ミニマックス探索では，つねに主節点を展開する．これは，主節点が根節点のミニマックス値に最大の影響を与えていると考えられるからである．

最良優先ミニマックス探索は，以下の手続きを繰り返すことで動作する．

(1) **展開節点の選択，展開**：主節点を選択し，展開する．

(2) **ミニマックス値の更新**：展開した節点から根節点に向かってミニマックス値を更新する．各内部節点 l に対し，l がMAX節点なら最大，MIN節点なら最小の評価値を持つ子節点 m を選択し，その節点 m のミニマックス値を節点 l のミニマックス値とする．

2.3 マックスN手続き

マックスN手続きは，N人ゲームにおいて，与えられたゲーム木の葉節点の評価値を根節点に向かって繰り上げていくことにより，そのゲーム木で表現されるゲームの均衡点を求める手続きであり，このときの各節点での評価値の繰り上げ方，すなわち子節点の選択の仕方の組が，そのゲームの均衡戦略となる[2)]．

手続きそのものはミニマックス手続きを，N人ゲームに自然に拡張したものである．N人ゲームでは，節点の評価値は各プレイヤそれぞれに対応したN個の評価値からなるベクトルになる．与えられたゲーム木において，葉節点の静的評価値が与えられたとき，内部節点の評価値は次のようにして計算される．

> プレイヤ i が手番の内部節点に対しては，その子節点の評価値のうちプレイヤ i に関する値が最大となる評価値を，その節点の評価値とする[☆]．

☆ これは，ゲーム理論でいう最適反応戦略であり，プレイヤ i に関する値が同点の場合は，いずれの節点を選択した場合にも，ゲームの均衡点・均衡戦略が決まり，均衡点は複数存在する可能性がある．ここでいう均衡点はナッシュ均衡点であり，複数の均衡点がある場合，一般にはどの均衡点が最適であるかを判断するのは難しいとされている．そこで，より合理的，精緻な均衡点を求める研究が，主としてゲーム理論の分野で行われている[5)]．

2 人ゲームと同様に，マックス N 手続きを用いてゲームをプレイするときには，与えられた局面に対応する節点を根節点とし，適当な深さまで展開した部分木に対して，マックス N 手続きを適用し，着手を決定する方法が考えられる．以下では，探索深さを固定してマックス N 手続きを用いて手を決定する探索アルゴリズムをマックス N 探索と呼ぶ．

2.4　パラノイド探索

文献 4) では，N 人ゲームの探索アルゴリズムにおける枝刈りによる探索の効率化に関する文脈の中で，パラノイド探索と呼ばれるアルゴリズムを提案している．パラノイド探索では，根節点でのプレイヤ以外のプレイヤは，根節点でのプレイヤの評価値が低い節点を選択する．文献 4) では，その性能についての記述はないが，著者の HP において，マックス N 探索よりも優れているという記述があり，今回の比較の対象として取り上げた．探索の深さはマックス N 探索と同様，固定深さとする．

3.　N 人ゲームにおける最良優先探索

3.1　最良優先マックス N 探索

我々が提案するアルゴリズムは，最良優先ミニマックス探索とマックス N 手続きの自然な拡張になっている．N 人ゲームの部分ゲーム木に対しても，2 人ゲームと同様に，主経路および主節点が定義できる．**最良優先マックス N 探索**は，以下のような手続きの繰返しによって動作する．なお，最良優先マックス N 探索アルゴリズムの擬似コードを付録に示す．

(1)　**展開節点の選択，展開**：主節点を選択し，展開する．

(2)　**マックス N 値の更新**：展開した節点から根節点に向かってマックス N 値を更新する．各内部節点 l に対し，l がプレイヤ i の手番であれば，プレイヤ i に関する評価値が最大になるマックス N 値を持つ子節点 m を選択し，その節点 m のマックス N 値を節点 l のマックス N 値とする．

最良優先ミニマックス探索や最良優先マックス N 探索は，つねに主節点を展開するため，1 つの経路しか探索しないように見える．しかし，実際にはこのようなことは起こらない．なぜなら，節点の展開によってその節点が悪く見えるような傾向があり，その節点の下の部分木がそれ以上探索されなくなるからである．

たとえば，最良優先ミニマックス探索において，MAX 節点はその値が兄弟節点の中で最小の場合にのみ展開される．これは，MAX 節点の親が MIN 節点であるためである．節点を展開すると節点の値はその子節点の最大値に変更される．さらに，静的評価関数は，最後にプレイしたプレイヤに関して過大評価される傾向があり[3)]，展開された節点は，兄弟節点の中で最小でありつづけにくくなる．同様に MIN 節点は展開されたときに，親 MAX 節点の値を下げる傾向がある．このため MIN 節点の子節点が続けて展開されにくくなる．

この効果は，文献 3) などではテンポ効果（tempo effect）と呼ばれており，最良優先ミニマックス探索に適度な幅優先性を与え，探索される木のバランスをとる役目を果たしている．分岐因子の増加にともなって，この効果は大きくなるが，N 人ゲームでは，自分以外のプレイヤの節点が $N-1$ 段連続するため，さらにこの効果が大きく現れると考えられる．その結果，最良優先マックス N は，少ない展開節点数では，十分な深さの探索ができなくなる恐れがある．

3.2　手番を考慮した最良優先マックス N 探索

我々は，テンポ効果の原因となる異なる手番での静的評価値に基づいた評価値の比較を避け，同一プレイヤの局面での静的評価値のみを比較の対象とする修正を考えた．最良優先マックス N 探索では，主経路上の節点は手番にかかわらず，すべて同じマックス N 値を持っていたが，異なる手番での評価値を比較しないために，最良優先マックス N 探索における主経路と主節点の定義とマックス N 値の更新方法を変更する．最良優先マックス N 探索を，手番を考慮するようにして改良して得られる手法を，**手番を考慮した最良優先マックス N 探索**と呼ぶ．

通常の最良優先マックス N 探索ではゲーム木に対して定義されていた主経路および主節点を，手番を考慮した最良優先マックス N 探索では，各節点に対し定義する．節点 l の主経路とは，節点 l 以下のゲーム木において，各節点で，その手番のプレイヤの評価値が最大になるような子節点をたどり，葉節点に達するまでの経路である．節点 l の主節点とは，節点 l の主経路の終端にある葉節点である．

手番を考慮した最良優先マックス N 探索の動作は次の繰返しである．

(1)　**展開節点の選択，展開**：主節点を選択し，展開

本稿では勝者が唯一に決まるゲームを対象としているため，自身に関する値が同点の場合，他のプレイヤのうち高い値がより低いものを，その値が同点の場合は残った値が低いものを選択する戦略が合理的であると考え，以下のすべてのアルゴリズムでこの戦略をとっている．また，自身以外の値が $(0, 6)$，$(6, 0)$ のような場合には，次のプレイヤの値が低いものを選択する．

する．

（2） **マックス N 値の更新**：展開した節点から根節点に向かってマックス N 値を更新する．プレイヤ i の手番の内部節点 l に対し，節点 l の主経路上にプレイヤ i の手番の節点があれば，節点 l に最も近い節点のマックス N 値を節点 l のマックス N 値とし，節点 l の主経路上にプレイヤ i の手番の節点がなければ，節点 l の静的評価値をマックス N 値とする．

ただし，ゲームが終了した節点の評価値は，推定評価値ではなく正しい評価値なので，プレイヤにかかわらずバックアップされなくてはならない．

節点の評価値は，もはや節点ごとに子節点の最大値をそのままとっているわけではないので，厳密にはマックス N 値と呼ぶのは不正確であるが，本稿では便宜上，手番を考慮した最良優先マックス N 探索においても，節点の評価値をマックス N 値と呼ぶ．

手番を考慮した最良優先マックス N 探索では，同一プレイヤの手番の時点での評価関数のみが比較の対象になる．いったん得られたある節点の評価値は，その節点が主節点となってから少なくとも N 段深く読み進み，その節点と同一プレイヤに関連した節点が生成されるまでは変化しないので，テンポ効果により兄弟節点間で行きつ戻りつを繰り返す最良優先マックス N 探索より深く読むことが期待できる．

主節点となった節点 l_1 の評価値が下がり，兄弟節点 l_2（もしくは祖先節点の兄弟節点）までバックトラックが生じるには，節点 l_1 から $N-1$ 段後の節点 m を展開したときの子節点（節点 l_1 と同じ手番の節点）の評価値の最大値が節点 l_2 の評価値より小さいときである．すなわち，節点 l_1 の後に敵プレイヤのうまい手により，節点 m からはどのような手を選択しても，高い評価値が得られないような状況になったときである．

4. インクリメンタルランダムゲームによる評価

4.1 インクリメンタルランダムゲーム

我々はまず，インクリメンタルランダムゲームを用いて，各アルゴリズムの評価を行った．インクリメンタルランダムゲームは文献 1) などでも用いられており，実ゲームに比べて，実装が簡単であり，また分岐因子やゲームの深さ，評価関数の制御が可能であるという特徴を持つ．

インクリメンタルランダムゲームのゲーム木は，以下のようにして生成する．ゲーム木の各枝にランダムな値を与え，内部節点の評価値および葉節点の値を，根節点からその節点までの枝のコストの和とする．節点から出る枝のコストを，その節点の祖先節点が持っている値を使って初期化した擬似乱数によって決定することで，最初に与える初期値が同じであれば，生成されるゲーム木は完全に同じゲーム木となる．

N 人非ゼロ和ゲームでは，枝のコストは N 個組みの値になる．我々は枝のコストを次のように設定した．ある節点から出る枝に対して，手番のプレイヤに関する値として -2^{14} から $2^{14}-1$ までの範囲に均質に分布する値を，それ以外のプレイヤに関する値として -2^{10} から $2^{10}-1$ までの範囲に均質に分布する値を与えた．すなわち手番のプレイヤに関して，評価値が変化する範囲が大きくなるように設定をした．これは，手番のプレイヤがプレイすることによって，局面の評価が他のプレイヤに比べて，手番のプレイヤに関してより大きく変化するようなゲームを想定している．

さらに，根節点からの枝のコストの和によって得られる値から，各プレイヤごとに，自分に関する値と自分以外のプレイヤに関する値のうち最大のものとの差を求め，これを内部節点の静的評価値および葉節点の値とした（**図 1**）．たとえば，図 1 の右下の節点の根節点からのコストの和は $(-2,-4,4)$ となるが，このとき静的評価値は $(-6,-8,6)$ とする．このような設定により，ゲームは他のプレイヤよりいかに多くの値を得ることができるかというゲームになる．

4.2 実験の設定

今回行った実験では $N=3$，すなわち 3 人ゲームを対象とした．1 回のゲームは，各プレイヤが順に 20 手ずつ手を進め，合計 60 手で終了する．実験は，すべての節点での分岐因子が同じ均質なゲーム木と，分岐因子が節点ごとに異なる不均質なゲーム木に対して行った．均質なゲーム木に対しては，分岐因子 b は 2，3，5 と変化させて実験を行った．また，不均質なゲーム木に対しては，分岐因子 B を 3，5，10 と変化させて実験を行った．不均質なゲーム木では，分岐因子 B に対して，1 から B までの範囲に均質に分布する乱数により各節点での分岐因子を決定した．したがって，平均分岐因子は $(B+1)/2$ となる．

ゲームの勝敗は次のようにして決定する．同一のゲーム木を持つゲームに対して，3 人のプレイヤがプレイできる順序のすべての組合せでゲームをプレイする．各プレイにおいて得た値を合計し，その値が最も大きいプレイヤをそのゲームにおける勝者とした．ただし，最も大きい値を持つプレイヤが 2 つあった場合は，それぞれ 1/2 勝，すべて同じ値のときは，それ

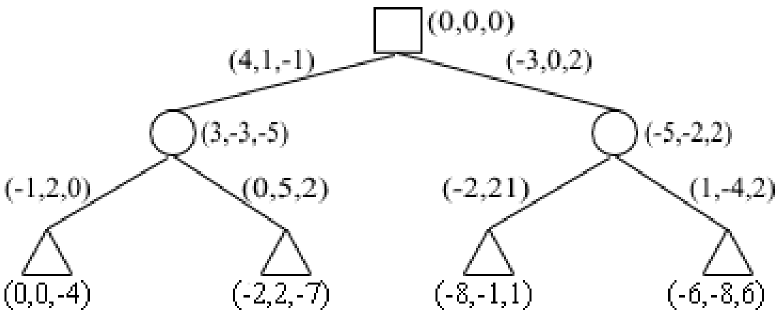

図 1　インクリメンタルランダムゲーム木
Fig. 1　Incremental random game tree.

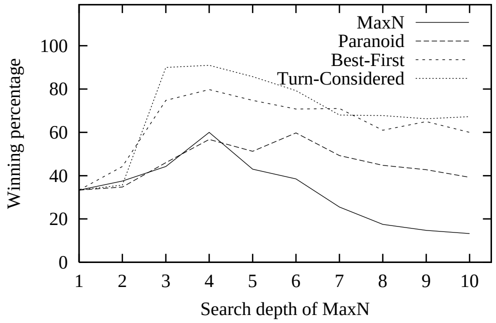

図 2　ナイーブ 2 つとの対戦結果
Fig. 2　The result of games played versus two Naives.

ぞれ 1/3 勝とした．

マックス N を含めた 3 つのアルゴリズムを評価するため，2 種類の組合せで実験を行った．1 つは，各アルゴリズムのプレイヤ 1 つと，1 手読みのプレイヤ（以下，ナイーブと呼ぶ）2 つの組合せで，いま 1 つは，各アルゴリズムのうち 2 つとナイーブ 1 つとの組合せである．マックス N 探索およびパラノイド探索の探索深さは 2 から最大 10 まで変化させ，最良優先探索アルゴリズムは，与えられた局面においてマックス N 探索が展開する節点数を超えない，最大の深さまで探索させる．各実験において，400 ゲームをプレイさせて，各プレイヤの勝率を求めた．勝率の 95%の信頼区間は最大プラスマイナス 4.9%である．

4.3　実験結果および評価

分岐因子の影響については，分岐因子が大きいほど，また不均質な分岐因子であるほど，静的評価値が不正確になり，先読みの効果が現れず，先読みすると逆に勝率が悪くなるという傾向にある．この傾向はすべての場合にわたって同様に見ることができた．また，以下ではすべての分岐因子についての結果をグラフに示すことはしていないが，どの分岐因子でもおおむね同様の傾向が見られたため代表的なものをとりあげている．

まず，各アルゴリズムをナイーブ 2 つと対戦させた結果のうち，$B = 5$ のときの各アルゴリズムの勝率を**図 2** に示す．3 人ゲームであるため，33%の勝率が基準となる．

マックス N 探索は深さ 4 までは，先読みの効果が現れ，手番が後のナイーブの勝ちが減り，勝率が上昇するが，それ以降は勝率が下がっていく．非零和ゲームにおいては，均衡戦略は必ずしも最適戦略とはならないため，ただ闇雲に読みの深さを深くするだけでは意味のないことを示している．一方，パラノイド探索は読みの深さが深くなっても，勝率はあまり下がらない．パラノイド探索はいわば最悪のケースを想定してプレイしているため，このゲームでの勝敗の決め方のように，総得点を争うゲームではナイーブのようなプレイヤがいても，うまくプレイすることができる．

これに対し，2 つの最良優先探索アルゴリズムは，どちらも高い勝率をあげている．これは，ナイーブが選択しそうな静的評価値が高い節点が深く探索される結果と見ることができる．特に手番を考慮した最良優先マックス N 探索は，良いと思われる節点をより深く読むようなアルゴリズムであるため，わずかな数の節点を展開して手を決定しなければならないような場合に，より高い勝率をあげている．

次に，2 つのアルゴリズムにナイーブを加えて対戦させた結果について評価を行う．まず，マックス N 探索とその他のアルゴリズムとの対戦の結果を**図 3** に，パラノイド探索とその他のアルゴリズムとの対戦結果を**図 4** に示す．いずれも，$B = 5$ のときの結果である．

ここでも，先の実験での評価がそのまま反映されており，すべての対戦で 2 つの最良優先探索はマックス N 探索，パラノイド探索より高い勝率をあげている．また，手番を考慮した最良優先マックス N は少ない展開節点数でも勝率がより高い．マックス N 探索やパラ

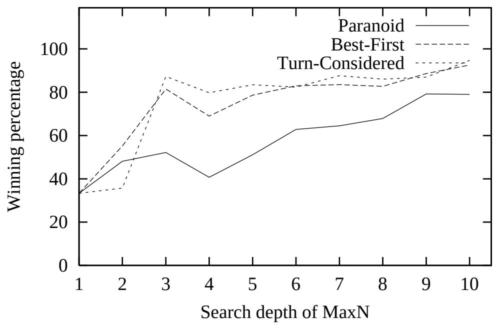

図 3 マックス N 探索，ナイーブとの対戦結果
Fig. 3 The result of games played versus MaxN and Naive.

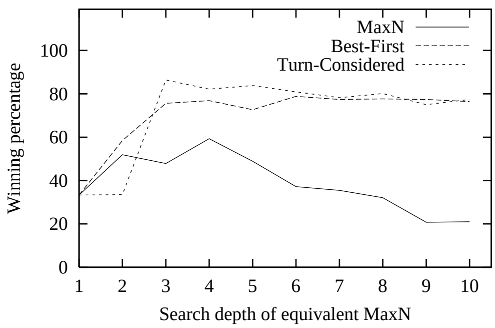

図 4 パラノイド探索，ナイーブとの対戦結果
Fig. 4 The result of games played versus Paranoid and Naive.

ノイド探索の深さが 2 のときに，手番を考慮した最良優先マックス N の勝率が低いのは，次のような原因による．この実験では，マックス N 探索が展開した節点数を探索の打ち切り条件にしている．したがって，分岐因子が小さいとき，深さが 2 のときには許される展開節点数が極端に少なくなる．このような状況では，手番を考慮した最良優先マックス N が，深さ 4（次の自分の手番）まで展開して手を決定することができず，結局ナイーブと同じ手を選択するようになるためである．分岐因子が大きいとき，たとえば $B = 10$ のときは，深さ 2 のときにおいても，マックス N 探索とナイーブとの対戦において勝率 75.7%，パラノイド探索とナイーブとの対戦において勝率 73.7%であった．

最良優先マックス N 探索と手番を考慮した最良優先マックス N 探索との対戦結果については，最も差が小さかったケース $B = 3$（**図 5**）と差が大きかったケース $b = 3$（**図 6**）を示す．深さ 2 で手番を考慮したアルゴリズムの勝率が悪いのは前述したとおりであるが，展開節点数が少ないときには，手番を考慮したアルゴリズムが高い勝率をあげている．展開節点数が増えるに従って，差がなくなるのはゲームが 60 手で

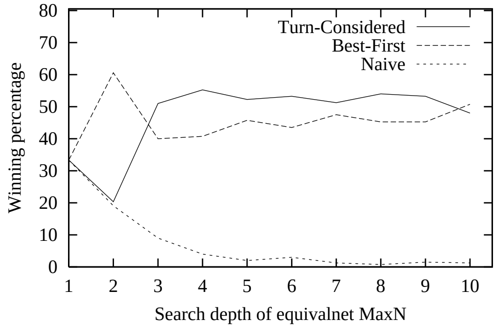

図 5 手番を考慮した最良優先マックス N 探索，最良優先マックス N 探索，ナイーブの対戦結果 1
Fig. 5 The result of games played by Turn-Considered Best-First MaxN Search, Best-First MaxN Search and Naive, No.1.

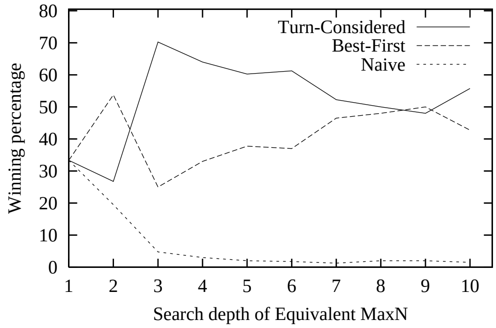

図 6 手番を考慮した最良優先マックス N 探索，最良優先マックス N 探索，ナイーブの対戦結果 2
Fig. 6 The result of games played by Turn-Considered Best-First MaxN Search, Best-First MaxN Search and Naive, No.2.

終了することが原因である．展開節点数が十分に与えられたとき，双方ともゲームの早い段階で，60 手目まで読みが到達し，手番を考慮したアルゴリズムがより深く読めるという利点がなくなるためである．

5. ダイアモンドゲームによる評価

5.1 ダイアモンドゲーム

ダイアモンドゲームは，**図 7** のような，盤と駒を用いてプレイする完全情報 3 人ゲームである．プレイヤは手番ごとに任意の駒を 1 つ移動させ，すべての駒をゴール地点に収めたプレイヤが勝者となる．

5.2 評価関数

局面の静的評価関数は，以下のように 2 段階に分けて構成した．

(1) まず，各プレイヤごとに，ゴールしていない駒とゴールの空きマスとの組合せを考え，駒と空きマスとの距離の合計の最小値を求める．この値が小さいほど，目的状態に近いことになる．

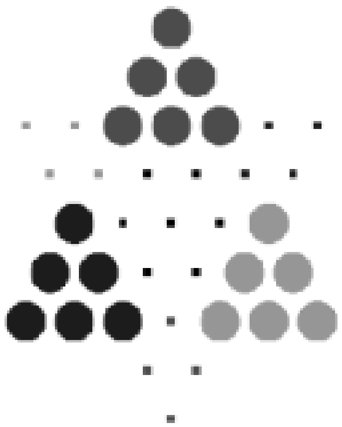

図 7　ダイアモンドゲーム
Fig. 7　Diamond Game.

（2）　次に，上の値について，自分と，自分以外のプレイヤで最も値の小さいプレイヤとの差を求め，符号を逆転する．

5.3　実験の設定

対戦させるアルゴリズムの組合せは，先のインクリメンタルランダムゲーム木と同じとする．マックス N 探索，パラノイド探索の先読みの深さは 2 から 4 まで変化させる．最良優先探索アルゴリズムは，与えられた局面においてマックス N 探索が展開する節点数を超えない，最大の深さまで探索させる．

ナイーブ 2 つと対戦させる場合は各プレイ順に対して 200 ゲーム，計 600 ゲームを行い勝率を求めた．また，2 つのアルゴリズムの比較では，各プレイ順に対して 100 ゲーム，計 600 ゲームを行い勝率を求めた．95%の信頼区間は最大プラスマイナス 4.0%である．

5.4　実験結果および評価

各アルゴリズムをナイーブ 2 つと対戦させた結果を**図 8** に，マックス N 探索とナイーブとを他のアルゴリズムと対戦させた結果を**図 9** に示す．

おおむねランダムゲームでの結果と同じような結果が得られた．ダイアモンドゲームの平均分岐因子はナイーブどうしの対戦では 13 であり，また 1 プレイヤあたりの手数の平均は 22 であった．インクリメンタルランダムゲームでの実験とは勝ちの判定の違いがあるため，単純には比較できないが，より大きな分岐因子を持つダイアモンドゲームで，先読みの効果が得られていることは，評価値のとりうる値や 1 手での変化の幅が小さいことが一因と考えられる．

ランダムゲームでの結果と大きく違うところは，深さ 4 においてパラノイド探索が最良優先探索より高い勝率をあげていることである．これは以下ような理由

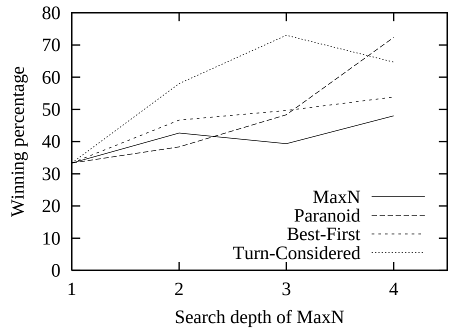

図 8　ナイーブ 2 つとの対戦結果
Fig. 8　The result of games played versus two Naives.

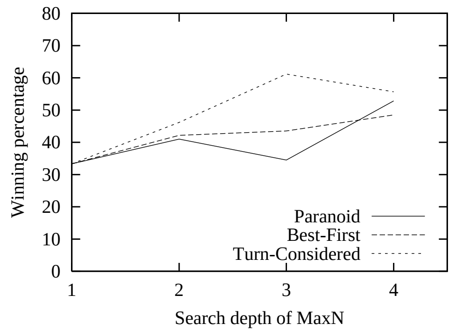

図 9　マックス N 探索，ナイーブとの対戦結果
Fig. 9　The result of games played versus MaxN and Naive.

による．最良優先探索では，静的評価関数が不正確な場合，最初に不当に低く評価された節点は，その後展開されることがない．今回用いた評価関数は比較的正確なものであるが，ゲームが終盤になったときには，じゃまになっている駒を移動させることによって勝ちになる場合があり，このような手は今回用いた静的評価関数では正確に評価できない．このような場合は，パラノイド探索のようにしらみつぶしに探索し，かつ安全な手を選択するアルゴリズムがうまく働くと考えられる．

また，最良優先マックス N 探索と手番を考慮した最良優先マックス N 探索の差が次第に小さくなくなるのも同様の理由である．十分な数の展開節点数が与えられた場合には，幅優先性と最良優先による深さ優先性のトレードオフが存在する．ちなみに，マックス N 探索の読みの深さが 2，3，4 のときの最良優先マックス N 探索と手番を考慮した最良優先マックス N 探索の 1 手あたりの読みの深さの平均はそれぞれ 2，7，15 と 6，11，18 である．

次に最良優先探索アルゴリズムを，パラノイド探索および Naive と対戦させた結果を**図 10**，**図 11** に

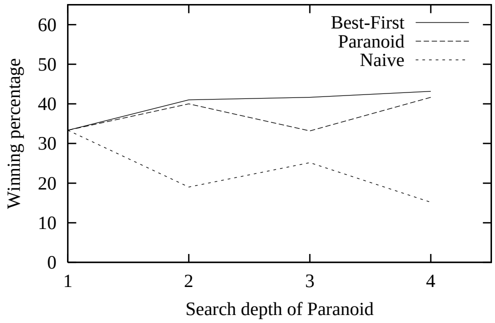

図 10 パラノイド探索，最良優先マックス N 探索，ナイーブの対戦結果

Fig. 10 The result of games played by Paranoid, Best-First MaxN Search and Naive.

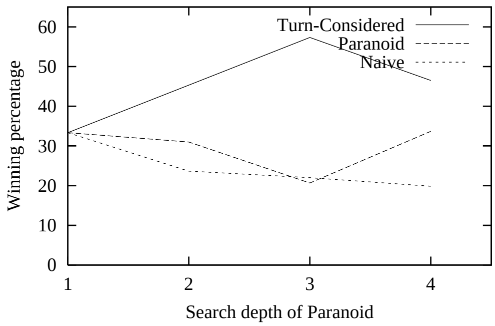

図 11 パラノイド探索，手番を考慮した最良優先マックス N 探索，ナイーブの対戦結果

Fig. 11 The result of games played by Paranoid, Turn-Considered Best-First MaxN Search and Naive.

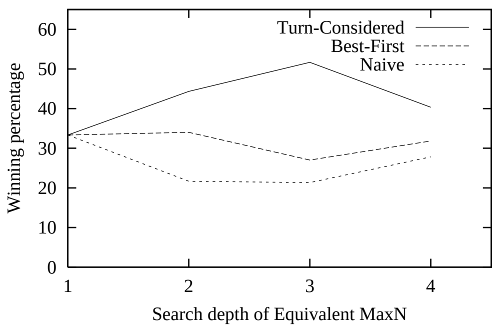

図 12 手番を考慮した最良優先マックス N 探索，最良優先マックス N 探索，ナイーブの対戦結果

Fig. 12 The result of games played by Turn-Considerd Best-First MaxN Search, Best-First MaxN Search and Naive.

示す．

ここでもやはり，深さ 4 においてパラノイド探索の勝率が高くなっている．ただし，ゲームの序盤では，評価関数が正確であるため，最良優先探索がリードし，そのリードを守りきる形で勝率はパラノイド探索を上回っている．

最後に，手番を考慮した最良優先マックス N 探索と，最良優先探索マックス N 探索，Naive を対戦させた結果を**図 12** に示す．

手番を考慮した最良優先マックス N 探索は，最良優先マックス N 探索に対してもいずれの深さにおいても勝ち越している．ただし，深さ 4 ではその差は小さくなっている．

以上，ダイアモンドゲームによる実験においても，手番を考慮した最良優先マックス N 探索は，わずかな数の節点を展開するだけで手を決定しなければならないときに有効であり，また最良優先マックス N 探索は十分な数の節点を展開できるときに有効であることが示された．

6. おわりに

本稿では，N 人ゲームにおける最良優先探索アルゴリズムの提案と，その有効性を検証した．以下に，本稿で得られた結論をまとめる．

- N 人ゲームにおける最良優先探索アルゴリズムとして，最良優先マックス N 探索を提案した．これは，2 人ゲームにおける最良優先探索である最良優先ミニマックス探索と，N 人ゲームにおけるマックス N 手続きの自然な拡張により得られるアルゴリズムである．
- 異なる手番の局面の比較を避け，テンポ効果の影響を受けない最良優先探索アルゴリズムとして，手番を考慮した最良優先マックス N 探索を提案した．このアルゴリズムは 2 人ゲームへの適用も可能である．
- インクリメンタルランダムゲームやダイアモンドゲームでの実験によって，N 人ゲームにおける最良優先探索が有効であることを示した．特に，最良優先マックス N 探索は，十分な数の節点を展開できるときによく機能する．また，何らかの制約によりわずかな数の節点を展開するだけで手を決定しなければならない場合には，手番を考慮した最良優先マックス N 探索が効果的であることも示した．

謝辞 本稿を書くにあたって，基礎となる部分について深くご検討いただいた和田洋征氏に深く感謝いたします．また，京都大学石田研究室の皆様には，在籍中も含め，有益なご教示・ご討論をいただきました．深く感謝いたします．

参 考 文 献

1) Korf, R.E. and Chickering, D.M.: Best-first

minimax search, *Artificial Intelligence*, Vol.84, pp.299–337 (1996).
2) Luckhardt, C.A. and Irani, K.B.: An algorithmic solution of n-person games, *Proc.AAAI-86*, Philadelphia, pp.158–162 (1986).
3) Nau, D.S.: The last player theorem, *Artificial Intelligence*, Vol.18, pp.53–65 (1982).
4) Sturtevant, N.R. and Korf, R.E.: On pruning techniques for multi-player games, *Proc.AAAI-00*, Austin, pp.201–207 (2000).
5) 鈴木光男：新ゲーム理論，勁草書房 (1994).

付 録

A.1 最良優先マックス N 探索

ここで示すアルゴリズムは再帰手続きによるもので，文献 1) における再帰最良優先ミニマックスアルゴリズムを N 人ゲームに拡張したものである．

```
 1:RBFMaxN(Node, SecondBest[])
 2:   if (first time) for each Child[i] of Node {
 3:      Eval[i] = Evaluate(Child[i]);
    }
 5:   Sort Chlid[i], Eval[i]
        in decreasing order with CurrentPlayer;
 7:   if (only one chlid)
       Eval[2] = { − INFINITY, ... };
 9:   NextSecondBest = SecondBest;
10:   while (
      SecondBest[i] ≤ Eval[1] with each player i
      ) {
13:      NextSecondBest[CurrentPlayer]
         = max with CurrentPlayer
         (SecondBest[CurretPlayer], Eval[2]);
16:      Eval[1]
         = RBFMaxN(Chlid[1], NextSecondBest);
18:      Insert Child[1], Eval[1] in sorted order;
    }
21:   return Eval[1];
```

手続き RBFMaxN は，引数として，訪問する節点 $Node$ と，その節点が主経路上にありつづけるための下限となるマックス N 値の組 $SecondBest[]$ を与えられる．下限値の組はプレイヤの数だけあり，根節点から $Node$ にいたるまでの各節点において，その節点での手番のプレイヤに関して 2 番目に大きい評価値のうち最大のものが，各プレイヤに関する下限値となっている．$Node$ の評価値がこの下限値を下回ったとき，新たにその下限値を持つ節点が主経路上の節点となる．このとき，その節点までバックトラックが生じる．

$Node$ が初めて訪問されたときには，子節点 $Child[]$ を展開し静的評価値 $Eval[]$ を求める（2–3）．この $Eval[]$ は RBFMaxN を抜けるときに保存せずに毎回静的評価値によって初期化してもよいが[1]，ここでは探索中は値を保持しつづけるものとする．

現在のプレイヤに関して評価値が最大になる節点を選択するために，子節点を現在のプレイヤに関して評価値の降順に並べ替える（5）．$Node$ の評価値は先頭の子節点の評価値 $Eval[1]$ となる．

$Node$ の評価値 $Eval[1]$ が各プレイヤに対する下限値を下回らない間，$Node$ は主経路上にあり，評価値最大の子節点を訪問する（10，16）．ただし，子節点を訪問するときには，新たに下限値の設定が必要になる（13）．現在のプレイヤに関する新たな下限値は，それまでの下限値と 2 番目に大きい値を持つ子節点の評価値のうち大きいほうである．最大の子節点が下限値を下回ったとき，RBFMaxN は $Node$ の評価値 $Eval[1]$ を持って終了する（21）．

(平成 14 年 2 月 20 日受付)
(平成 14 年 9 月 5 日採録)

篠原 拓嗣（正会員）
1969 年生．1992 年京都大学工学部情報工学科卒業．1995 年同大学院工学研究科修士課程情報工学専攻修了．1997 年京都大学大学院工学研究科博士課程情報工学専攻中退．同年国立民族学博物館地域研究企画交流センター助手，現在に至る．探索，ゲームプログラミング，特にコンピュータ将棋に興味を持つ．

石田 亨（正会員）
1976 年京都大学工学部情報工学科卒業，1978 年同大学院修士課程修了．同年日本電信電話公社電気通信研究所入所．米国コロンビア大学計算機科学科客員研究員，ミュンヘン工科大学客員教授，パリ第六大学招聘教授等．1993 年より京都大学教授．現在，情報学研究科社会情報学専攻．工学博士．IEEE Fellow．人工知能，コミュニケーション，社会情報システムに興味を持つ．