6L-2

汎化と枚挙によるモデル推論

石坂裕毅
富士通(株)国際情報社会科学研究所

1. はじめに

Shapiroによるモデル推論システム(*MIS*)の研究[1,2]は，帰納推論の知識情報処理への応用の可能性を示唆している．しかし，*MIS*にも以下のような問題点が指摘される[5]．

1) 正事実(正しい入出力例)が単に枚挙されたプログラムの正当性の検証にしか用いられず，実際に推論を進めるのは負の事実(間違った入出力例)である．
2) 枚挙がプログラム節に制限されていても，その探索空間はかなり大きなものとなるため，複雑なプログラム節を生成することができない．
3) 帰納推論は一般から具体へと進むのではなく，具体から一般へと進むのがより自然である．

筆者はこれらの問題点を克服すべく，汎化(generalization)を用いて*MIS*を改良したシステム*GEMINI*を試作した．本稿でその概要と問題点について述べ，それらを定式化して考察を行う．

2. 準備

以下の議論では，有限個の述語記号と関数記号をもつ一階言語Lが与えられているものとし，プログラムはLから構成される論理プログラムであり，モデルとはLに関するあるHerbrand解釈である．モデルMに関する事実とは，対<*A*, *V*>である．但し，Aはグランドアトムであり，$A \in M$のときV=*True*，それ以外のときV=*False*である．<*A*, *True*>なるグランドアトムAを正事実，<*A*, *False*>なるグランドアトムAを負事実と呼ぶ．モデルMの枚挙とはMに関する事実の無限列$F_1, F_2, \ldots$である．但し，任意のグランドアトムAに対し，あるiが存在してF_i=<*A*, *V*>を満たす．プログラムPの最小Herbrandモデルを$M(P)$で表す．

<u>定義1:</u> Mをモデルとする．グランドアトムA'と節$C = A \leftarrow B_1, \ldots, B_n$に対して，ある代入$\theta$が存在して$A' = A\theta$かつ$B_i\theta \in M$ $(1 \leq i \leq n)$のときCはMにおいてA'を被覆する(C covers A' in M)という．

節CがMにおいて被覆するグランドアトム全体の集合をM_Cで表す．$M_C \subseteq M$のとき節CはMにおいて真であるといい，それ以外のとき偽であるという．

語(word)とは項またはリテラルのことである．W_1, W_2を任意の語とする．$W_1\sigma = W2$なる代入σが存在するとき，$W_1 \leq W_2$("W_1はW_2より一般的である"と読む)と定義する．Wを語，Kを語の空でない集合とする．Wが以下の条件1), 2)を満たすとき，WをKの最小汎化(least generalization)という．

1) $\forall V \in K,\ W \leq V,$
2) $\forall V \in K,\ W_1 \leq V \Rightarrow W_1 \leq W.$

<u>定理2(Plotkin):</u> Kを語の空でない有限集合とするとき，Kの最小汎化が存在するための必要十分条件は，Kの任意の要素W_1, W_2に対し，W_1, W_2が共に項であるか，または同じ述語記号と同じサイン(否定記号)をもつことである．

更にPlotkinは定理の条件を満たすような語の有限集合Kの最小汎化を求めるアルゴリズムを与えている[3]．

3. *GEMINI*の概要と問題点

*GEMINI*における仮説修正の基本的戦略は，現在の仮説がある正の事実を証明できない場合，仮説中の節の頭部とその正事実との最小汎化を基に節の汎化を行う．一方，仮説がある負の事実を証明する場合には，節の本体の部分に新たなアトムを付加したり，本体中のアトムを別のアトムで置き換えたりすることによって節の特殊化を行う．即ち，節の頭部を最小汎化により推測し，本体を枚挙によって推測するのである．本稿では本体を枚挙する装置のことを節枚挙装置と呼ぶ．

以下でこの戦略における仮説修正の基本的な流れと問題点について，リストの連結(append)に対するプログラムの推論を例に挙げて説明してみる．

モデルの枚挙　　　　仮説の変化

(1) <*ap([a,b], [c], [a,b,c]), True*>
　　⟶ (a) *ap([a,b], [c], [a,b,c])*.
(2) <*ap([a], [ ], [a]), True*>
　　⟶ (b) *ap([a|X], Y, [a|Z])*.
(3) <*ap([a], [b], [a]), False*>
　　⟶ (c) *ap([a|X], Y, [a|Z])* ← *ap(X, Y, Z)*.
(4) <*ap([1], [ ], [1]), True*>
　　⟶ (d) *ap([A|X], Y, [A|Z])* ← *ap(X, Y, Z)*.

初期仮説としては最初に与えられた正の事実を採用する(a)．更に正の事実が与えられると，最小汎化を用いて仮説中の節を汎化する(b)．(3)では負の事実が与えられており，それは現在の仮説(b)により証明される．そこで，節枚挙装置を用いて(b)の本体にアトムを付加することにより節の特殊化を行っている(c)．(4)→(d)では更に節の頭部の汎化を行うことにより節(c)の汎化を行っている．

基本的には上のような仮説の変更を行うが，実際には(2), (3)の間に事実<*ap([ ], [ ], [ ]), True*>が入力される場合がある．このような場合，仮説は*ap(X, Y, Z)*となり，その本体に*ap(_, _, _)*をどのような形で付加しても正しいプログラム節を得ることができなくなる．本稿ではこのようなアトムを一

Model Inference by Generalization and Enumeration

Hiroki ISHIZAKA
International Institute for advanced Study of Social Information Science, FUJITSU, Ltd.

般的過ぎるアトムと呼ぶ．この戦略を実現する際，次の二つが重要な問題点となる．

1) 最小汎化をとった結果のアトムが一般的過ぎるか否かをシステムが確認できるかどうか?
2) それが確認できたとき仮説をどのように修正するか?

前者の問題は節枚挙装置の能力と本質的に関係する．後者の問題に対しては，確認された一般的過ぎるアトムを基にして既知の正事実の集合を分割し，それぞれの最小汎化を新たな節の頭部として推論を進める．以下で問題1)について定式化して考察を行う．問題2)に関しては文献[5]を参照されたい．

4. 問題の定式化

汎化を用いたモデル推論においては，プログラム節の頭部を，その節によって被覆されるべき正事実の集合の最小汎化によって推測する．しかし，一般には節の頭部は最小汎化でなくてもよい．以下の定理3はプログラム節の頭部が最小汎化であれば十分であることを示している．以下の補題及び定理の証明は文献[4]を参照されたい。

定理3: Mをモデルとする．任意の節Cに対して，頭部がM_Cの最小汎化であり，かつ$M_{C'}=M_C$を満たす節C'が存在する．

次に，アトムが一般的過ぎるという概念を定義する．

定義4: Aをアトムとし，Pをプログラムとする．Sをプログラムの空でない集合とするとき，

1) AがPに対して一般的過ぎる．
$\Leftrightarrow$ $\forall C \in P$, $head(C) \not\succeq A$.
但し，$head(C)$はCの頭部を表す．
2) AがSに対して一般的過ぎる．
$\Leftrightarrow$ $\forall P \in S$, AはPに対して一般的過ぎる．

更に，節枚挙装置を定義する．節枚挙装置CEとは，アトムAを入力として受けとり，Aを頭部とし，与えられた言語Lから構成されるプログラム節を枚挙する装置である．CEにアトムAを与えたとき枚挙される節全体の集合を$CE(A)$で表す．任意のアトムに対して枚挙されるすべての節の集合をCE^*で表す．モデルMに対し，$M(P)=M$なるCE^*の有限部分集合P全体の集合をCE_Mで表す．

定義5: 任意のアトムAに対して$|CE(A)|<+\infty$のときCEは有限であるという．

定義6: 任意のアトムAとA'に対し，A中の変数のみに作用する代入θが存在して，$A\theta=A'$ならば$CE(A)\theta \subseteq CE(A')$が成立するとき，$CE$は充足的であるという．

定義7: $M(P)=M$なるCE^*の有限部分集合Pが存在するとき，CEはMに対して完全であるという．

補題8: CEをモデルMに対して完全な節枚挙装置とする．アトムAがCE_Mに対して一般的過ぎるならば，$CE(A)$中の全ての節はMにおいて偽である．

定理9: CEをモデルMに対して完全かつ有限な節枚挙装置とする．Mの枚挙が与えられたとき，アトムAがCE_Mに対して一般的過ぎるならば以下の手続きは停止する．

定理10: CEをモデルMに対して完全かつ充足的な節枚挙装置とする．Mの枚挙が与えられたとき，アトムAがCE_Mに対して一般的過ぎないならば以下の手続きの出力はMにおいて真である節に収束する．

Input: An atom A, an enumeration of a model M.
Output: A sequence of clauses in $CE(A)$, or "A is too generl"
Procedure:

```
i := i+1; S_True := {}; S_False := {□};
repeat
   read the next fact <F, V>;
   S_V := S_V ∪ {F};
   while ∃α∈S_False s.t. CE(A)_i covers α in S_True do
      i := i+1;
      if CE(A)_i does not exist then
         output "A is too general"; HALT
   output CE(A)_i
forever
```

上の二つの定理により，推論対象のモデルに対して完全で有限かつ充足的な節枚挙装置が与えられたならば，アトムが一般的過ぎることを判定できることが示せた．節枚挙装置に関するこれらの条件の中で，完全性及び充足性は枚挙手法による推論では当然仮定されるべき性質である．有限性に関してはかなり強い条件のように思われるが，節の本体中のアトムのサイズを制限したり，同じ述語の出現回数に制限を加えることにより実現できる．

5. おわりに

帰納推論の実用的機械化のためには，Shapiroが行ったような枚挙の効率化や，あるいは枚挙に代わる手法を考案しなければならない．今回提案した戦略では，部分的ではあるが，枚挙の代わりに最小汎化を用いて推論を行う．その特徴をまとめると次のようになる．

1) 正事実の最小汎化を求めることにより，プログラム節の頭部を推測する．
2) 1)により，枚挙をプログラム節からプログラム節の本体のみに制限し，枚挙の効率化を行う．
3) 帰納推論にとって自然な推論過程を実現できる．

上の1), 2)は，推論を行う際に正事実が有効に利用されることを意味する．実際*GEMINI*は*MIS*では推論できなかった次のようなプログラム(*MIS*の精密化オペレータでは，本体中のアトムの引き数に複合項が現れるような節を枚挙できない)を推論することができた．

$reverse([X|Y],Z) \leftarrow reverse(Y,U), append(U,[X],Z).$
$reverse([\,],[\,]).$

謝辞

本研究を進めるにあたり御指導頂いた九州大学理学部の有川節夫教授に深く感謝します．

[参考文献]

[1] Shapiro, E. Y. : Inductive Inference of Theories From Facts, Technical Report 192, Yale University, 1981.
[2] Shapiro, E. Y. : Algorithmic Program Debugging, MIT Press, 1982.
[3] Plotkin, G. D. : A Note on Inductive Generalization, Machine Intelligence 6, Edinburgh University Press, 153-163, 1971.
[4] Ishizaka, H. : Model Inference Incorporating Generalization, SSE研究集会(京都大学数理解析研究所)予稿, 1986.
[5] 石坂裕毅：汎化を用いたモデル推論，九州大学大学院総合理工学研究科修士論文, 1986.