

5U-10 2重ループ計算機ネットワークの複数 ノード故障耐久能力

増山 博¹一森 哲男²

宮崎大学工学部

大阪工業大学

1. はじめに

計算機ネットワーク(有向グラフ)が与えられた時、それが単ループしか含まなければ、複数個のノード(計算機のこと)に故障が生じた時、正常ノード間での通信がほとんど不可能になる。そこでこのネットワークに、いくつかのリンクを追加して冗長性を持たせ、故障に対処する信頼性を高める。そのために「2重ループ構造のネットワーク」を考える。これは前進ループと後退ループと呼ばれる2種類の「ループ」を有する。前進ループは、先の単ループのことで、図に示す場合、各ノードから片側の隣りのノードにリンクを出して描いている。後退ループについて説明する。2重ループ・ネットワークでは、各ノードに、前進ループに沿ってS本のリンクを通過したノードから、リンクが入ってくるように作られている。このリンクを後退リンクと呼ぶ。後退リンクに沿ったパスは一般にループになるが、これを後退ループと呼ぶ。またこのSをスキップ距離という。

このような構造にしておけば、1つのノードが故障しても、他の正常ノード間の通信は全て可能のままとなり、信頼度が高くなっている。ここでは、このような2重ループ構造のネットワークを対象に議論する。

複数個のノードが故障した時の、ネットワークの耐久能力を定義しなければならぬがこれは次式で評価する。 n をノードの総数、 m を故障ノード数、 O^m をシステム稼働率として、

$$O^m = \frac{\text{あらゆる } m \text{ ノード故障時での、通信可能なノードの順序対の総数}}{2nC_m \cdot nC_2}$$

とする。ただし順序対なので (i, j) と (j, i) とは別と考える。

2. 2ノード故障について

ノード総数8, スキップ距離3, 故障ノード数2の場合を考えてみる。ノードに番号(名前)を0から7まで反時計回りにうつ。

(i) 故障ノードが1と2の時

通信不能な順序対は、対の一方が1または2の時なので、その数は $2 \cdot 6C_2 = 30$ となる。故に通信可能な順序対の総数は $2(8C_2 - 6C_2) = 26$ である。

(ii) 故障ノードが1と5の時

通信不能な順序対は、対の一方が1または5の時、及び $(3, 7)$, $(7, 3)$, $(i, 0)$; $i = 2, 3, 4, 6, 7$, $(j, 4)$; $j = 0, 2, 3, 6, 7$, $(2, k)$; $k = 0, 3, 4, 6, 7$, $(6, l)$; $l = 0, 2, 3, 4, 7$ である。逆に言えば通信可能な順序対は、 $(0, 2)$, $(0, 3)$, $(0, 6)$, $(0, 7)$, $(3, 2)$, $(3, 6)$,

(4,2), (4,3), (4,6), (4,7), (7,2), (7,6) の12個である。

この2つの例で分かるように、通信可能なノードの順序対の総数は、故障ノード間の距離に依存することが分かる。この距離を D_f と書き、故障ノードを i, j とする。前進ループに沿って i から j までのパスに含まれるリンク数と、 j から i までのパスに含まれるリンク数を s とし、このノード対の距離とすれば、 D_f はその値の小さい方で定義される。先の (i) では $D_f = 1$ 、(ii) では $D_f = 4$ である。

3. 3ノード以上の故障について

3ノード故障について考える。故障ノードを i, j, k とする。次の3つの場合に分けて考える。ノード i, j 間の距離 $D(i, j)$ を D_f と同様にして定義する。今 $d = \min(s+1, n-s-1)$ として

(A) $D(i, j) = D(i, k) = d$ の時：3ノードは条件下にあるという、

(B) $D(i, j) = d, D(i, k), D(j, k) \neq d$ の時：2ノードは条件下にあるという、

(C) $D(i, j), D(i, k), D(j, k) \neq d$ の時：3ノードは条件下にないという。

これらの場合分けに応じてシステムの稼働率を求めると下記の表が得られる。

一般の複数ノード故障時のシステム稼働率は

$$O^n = \frac{(n-m) C_2}{n C_2}$$

で近似できることが示せる。

注：ルーティン・アルゴリズムに関しては、スペースの関係上略する。

表 3.1 3ノード故障時のシステム稼働率を求めるための場合の数

* は故障ノードのうち2つが指定された時の総数を表す

システム稼働率はこの表より直ちに求まる

n	the skip distance s in the backward loop	the distance between faulty nodes	the number of communicable node pairs in a triple-node failure	the number of triple-node failures with the distance
偶	$s = \lfloor n/2 \rfloor$	three nodes are under the condition	$(n^2 - 8n + 14)/2$	n
		two nodes are under the condition	$(n^3 - 9n^2 + 24n - 14)/2$ *	$n(n-3)$
		nobody is under the condition	$n^3/2 - 6n^2 + 22n - 24$ *	$n(n-6)/2$
		two nodes are $D_f = s$ otherwise	$2(n-3)C_2$	$nC_3 - (n+n(n-3)+n(n-4))/2$
	$s = \lfloor n/2 \rfloor - 1$	three nodes are under the condition	0	0
		two nodes are under the condition	$2(n-3)C_2 - 3(n-4)$	$n(n-2)/2$
		nobody is under the condition	$2(n-3)C_2$	$nC_3 - n(n-2)/2$
	$s = \lfloor n/2 \rfloor + 1$	three nodes are under the condition	$n^2 - 13n + 48$	n
		two nodes are under the condition	$2(n-3)C_2 - 2(n-4)$	$n(n-4)$
		nobody is under the condition	$2(n-3)C_2$	$nC_3 - (n+n(n-4))$
	other distances	three nodes are under the condition	$2(n-3)C_2 - 4(n-4)$	n
		two nodes are under the condition	$2(n-3)C_2 - 2(n-4)$	$n(n-3)$
		nobody is under the condition	$2(n-3)C_2$	$nC_3 - (n+n(n-3))$
奇	all distances	three nodes are under the condition	$2(n-3)C_2 - 4(n-4)$	n
		two nodes are under the condition	$2(n-3)C_2 - 2(n-4)$	$n(n-3)$
		nobody is under the condition	$2(n-3)C_2$	$nC_3 - (n+n(n-3))$