

Slotted ALOHA方式の一評価手法

7T-5

一境界条件を考慮した拡散近似モデル一

吉野秀明 高橋敬隆

NTT 電気通信研究所

1. まえがき

Slotted ALOHA方式は、計算機網等の無線パケット通信システムにおける代表的なランダムアクセス方式の1つである。従来その性能評価は、マルコフ解析^[1]、平衡点解析^[2]、拡散近似解析^[3,4]等の手法を用いて行われてきた。従来手法では、評価尺度が閉じた形で与えられておらず、数値計算上の制約が生じる。

本稿では、従来と異なる拡散近似法を提案する。すなわち、①離散化拡散パラメータを用いることにより、スループット・接続遅延時間等の性能評価尺度を閉じた形で導出する。また、②基本復帰境界を導入し近似精度の向上を図る。そして、従来手法及び厳密解との比較により本近似の精度検証を行う。

2. 解析モデル

文献[3]と同様なモデル(図1)を用いる。すなわち、

1)システムはM個の局からなり、各局は、新たなパケットの送出状態を表すTHモード(Thinking mode)及び、衝突したパケットの再送状態を表すRTモード(Retransmission mode)のいずれかの状態をとる。

2)THモード及びRTモードにいる局からのパケットの生起間隔は、それぞれ、平均 p_0^{-1} 、 p_R^{-1} の幾何分布に従う。

3)チャンネルは、パケット長によりスロット化されており、各局はスロットの開始時点のみにパケットを送出する。1スロットを単位時間とし、伝搬遅延時間を0とする。

4)1スロットに、同時に2つ以上のパケットがアクセスした場合、それらのパケットは衝突し、局の状態はRTモードに移る。

解析を容易にするため、上述モデルを図1

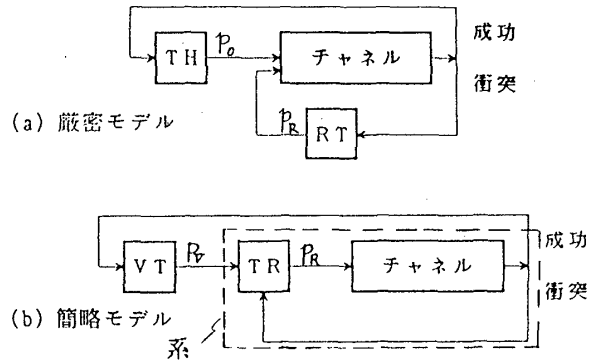


図1 ALOHA方式のモデル

(b)のモデルに変形する。すなわち、THモードの状態をVT及びTRモードとの2つの状態に分割し、TRモードからの生起間隔をRTモードのそれと一致させる。このとき、VTモードにいる局からの生起間隔分布は次式で与えられる。

$$f_v(k) = \begin{cases} \frac{p_0}{p_R} & , k=0, \\ (1 - \frac{p_0}{p_R}) p_0 (1-p_0)^{k-1} & , k \geq 1. \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{平均: } p_v^{-1} = 1/p_0 - 1/p_R. \quad (2)$$

簡単のため、TRモード及びチャンネルをまとめて系と呼ぶ。以下、この系内局数過程を拡散過程で近似し、系内局数分布 $\{\pi_k\}$ を導出する。

3. 拡散近似解析

3.1 拡散方程式

系内局数過程 $\{Q(t)\}$ を拡散過程とみなし、 $x=0, M$ に基本復帰境界を置く。 $x=0, M$ における滞在時間を、それぞれ平均 h_0^{-1} 、 h_M^{-1} の幾何分布で近似すると、 $Q(t)$ の密度関数 $p(x, t)$ は、次の拡散方程式を満たす^[5]。

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \alpha(x) p(x, t) - \frac{\partial}{\partial x} \beta(x) p(x, t) = \frac{\partial p}{\partial t} - h_0 \pi_0(t) \delta(x-1) - h_M \pi_M(t) \delta(x-M+1) \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \pi_0(t) + h_0 \pi_0(t) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \alpha(x) p(x, t) - \beta(x) p(x, t) \Big|_{x=0} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \pi_M(t) - h_M \pi_M(t) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \alpha(x) p(x, t) - \beta(x) p(x, t) \Big|_{x=M} \quad (5)$$

以降、定常状態を考え、 $p(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} p(x, t)$ 等と略す。

An Evaluation Method for a Slotted ALOHA System
— Diffusion Process Approximation Model with Boundary Conditions —

Hideaki YOSHINO, Yoshitaka TAKAHASHI

NTT Electrical Communications Laboratories

3. 2 拡散パラメータ

状態空間 $[0, M]$ を M 個の切片 $l_n = (n-1, n]: n = 1, \dots, M$ と $l_0 = \{0\}$ に分割し, 各切片上で拡散パラメータは一定とすると, 次式を得る.

$$\beta(x) \triangleq \beta_n = \lambda_a(n) - \lambda_d(n), \quad n-1 < x \leq n, \quad (6)$$

$$\alpha(x) \triangleq \alpha_n = \lambda_a(n)c_a^2(n) + \lambda_d(n)c_d^2(n), \quad n-1 < x \leq n. \quad (7)$$

ここで, $\lambda_a^{-1}(n), c_a^2(n)$ ($\lambda_d^{-1}(n), c_d^2(n)$) は, 系内局数が n のときの入力 (出力) 過程の平均及び (変動係数)² であり,

$$\lambda_a(n) = (M-n)p_v, \quad c_a^2(n) = (1 - \frac{p_0}{p_R})\{2 - (M-n)p_0\} - 1, \quad (8)$$

$$\lambda_d(n) = np_R(1-p_R)^{n-1}, \quad c_d^2(n) = 1 - np_R(1-p_R)^{n-1}. \quad (9)$$

で与えられる. ここで, 出力過程は文献[6]による. また, 入力過程は, 生起間隔分布を次式で近似することにより求まる.

$$f_v(k) = \begin{cases} \frac{p_0}{p_R}, & k=0, \\ (1 - \frac{p_0}{p_R})(M-n)p_0\{1 - (M-n)p_0\}^{k-1}, & k \geq 1. \end{cases} \quad (10)$$

更に, 文献[6]と同様の議論により, $x=0, M$ における滞在時間の平均が次式で与えられる.

$$h_0^{-1} = \frac{(1-p_v)^n}{1 - (1-p_v)^n}, \quad h_M^{-1} = \frac{1}{Mp_R(1-p_R)^{n-1}}. \quad (11)$$

3. 3 系内局数分布

l_k における $p(x)$ を $p_k(x)$ とする. $t \rightarrow \infty$ における式(3)-(5)に式(6)-(9), (11)を代入し, $p(x)$ の連続条件:

$$\lim_{x \downarrow k-1} p_k(x) = p_{k-1}(k-1), \quad k=2, \dots, M \quad (12)$$

を用いて, $p_k(x)$ が得られる[7]. 更に, 離散化式:

$$\pi_k = \int_{k-1}^k p_k(x), \quad k=1, \dots, M-1 \quad (13)$$

により, 系内局数分布 $\{\pi_k\}$ が, 次式で与えられる (但し, $\beta_k \neq 0$ を仮定する).

$$\pi_1 = \frac{h_0 \pi_0}{\beta_1} \left[\frac{\alpha_1}{2\beta_1} \{ \exp(\frac{2\beta_1}{\alpha_1}) - 1 \} - 1 \right], \quad (14)$$

$$\pi_k = \frac{\alpha_k \pi_0}{2\beta_k} (\theta_k - \theta_{k-1}), \quad k=2, \dots, M-1. \quad (15)$$

$$\pi_M = \pi_0 \beta_M \theta_M / [h_M \{ \exp(\frac{2\beta_M}{\alpha_M}) - 1 \}]. \quad (16)$$

ここで, θ_k は, 次の漸化式で与えられる.

$$\theta_1 = \frac{h_0}{\beta_1} \{ \exp(\frac{2\beta_1}{\alpha_1}) - 1 \}, \quad (17)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k \exp(\frac{2\beta_{k+1}}{\alpha_{k+1}}); \quad k=1, 2, \dots, M-1. \quad (18)$$

式(14)-(16)における π_0 は正規化条件から決定される.

表1 従来の拡散近似法との比較

$M=50, p_R=0.05$

		本手法	文献[3]	厳密解
$p_0=0.007$	平均再送局数	4.74	3.98	4.78
	スループット	0.317	0.322	0.317
	平均遅延時間	15.0	12.4	15.1
$p_0=0.01$	平均再送局数	13.1	12.4	13.5
	スループット	0.365	0.376	0.365
	平均遅延時間	35.8	32.9	36.9

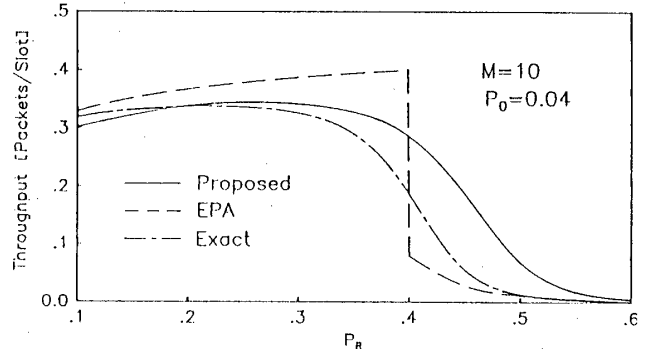


図2 平衡点解析(EPA)との比較

4. 評価尺度

系内局数分布 $\{\pi_k\}$ を用いて, 本方式に対する評価尺度が以下のように求まる.

a) 平均スループット: $S = \sum_{k=0}^M \lambda_d(k) \pi_k, \quad (19)$

b) 平均再送局数: $E(N) = \sum_{k=0}^M k \pi_k - \frac{S}{p_R}, \quad (20)$

c) 平均接続遅延時間: $D = \frac{E(N)}{S}. \quad (21)$

5. 数値例

本手法と従来手法との比較を表1, 図2に示す. ここで, 厳密解は, 図1(a)のモデルに対するマルコフ解析により求めた.

6. むすび

Slotted ALOHA方式の評価法として基本復帰境界・離散化パラメータを用いた拡散近似法を示した. 今後, Buffered ALOHA方式等に本手法を用い, 適用域を明確にする予定である.

参考文献

[1] Kleinrock, L. and S. Lam: IEEE Trans. Commun., COM-23, 4, pp. 410-423 (1975). [2] Tasaka, S.: Performance Analysis of Multiple Access Protocols, MIT Press (1986). [3] Kobayashi, H. et al.: IEEE Trans. Commun. COM-25, 1, pp. 148-157 (1977). [4] 松本, 高橋: 電波研季報 24, 127, pp. 191-203 (1978). [5] Gelenbe, E. and Mitrani, I.: Analysis and Synthesis of Computer Systems, Academic Press (1980). [6] Takagi, H.: (Chap. 3) Report No. CSD-830523, UCLA-ENG-8326 (1983). [7] Kimura, T.: Opns. Res. 31, 2, pp. 304-321 (1983).