

3C-7

試作BCプロセッサアレイによる
軸選択ガウス消去小畑正貴、宮垣嘉也
(岡山理科大学)金田悠紀夫
(神戸大学)

1. まえがき

1次元バス型のプロセッサアレイで軸選択を伴う線形連立方程式の消去計算を実行した。軸選択に必要な最大値計算とこれを用いた消去計算方法を述べ、試作機による実行時間を示す。

2. 試作BCプロセッサアレイ

試作機の構成を図1に示す。全体で256台のプロセッサを1次元的に接続した形になっている。プロセッサエレメント(PE)は、8ビットマイクロコンピュータZ8をCPUに使い、2KバイトのRAMと256バイトのROMを備えている。また、ホストコンピュータにはPC-9801を用いている。

8ビットの入力バス(BI)と1ビットのオープンコレクタ出力バス(BO)をホストコンピュータに接続する。各PE間には8ビットの入力(LI)と出力(RO)で直列接続する。

データ転送には以下の3種のモードがある。

(1) バイブラインモード

LIとROを用いてアレイ全体のデータを右にシフトする。

(2) ダイレクトモード

ホストはPEアドレスによって特定のPEを選択し、BIとBOを使ってデータ転送を行う。

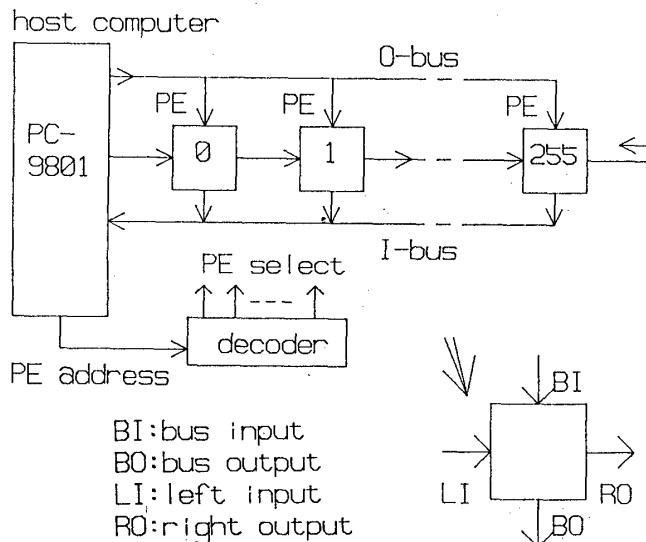


図1 BCプロセッサアレイ

(3) ブロードキャストモード

ホストが出力したデータは同時に全PEに放送される。また全PEの出力データはバス上で論理和がとられ、ホストに読み込まれる。

3. 最大値計算

ブロードキャストモードにおける以下の手順によって全PEの持つデータの最大値を求めることができる(図2)。

(1) 全PEはデータの第1ビット(MSB)をBOに出力する。このとき、論理和がとられるためMSB=1はMSB=0に優先する。

(2) ホストはこれを入力し、最大値の第1ビットとする。同時に、この値を全PEにブロードキャストする。

(3) 各PEは出力したデータ(MSB)とブロードキャストされてきたデータ(MSB)とを比較し、違っていれば計算を中止する。

(4) 以上の操作を第2ビット以降LSBまで繰り返して行くとホスト上に最大値が求められる。また、計算を最後まで続行できたPEが最大値を持つPEであることがわかる。

以上によりmビットデータの最大値をmステップで求めることが出来る。計算時間はデータの数に依存しない。試作機は8ビットデータの最大値を約310μsで求めている。最大値を持つPEが複数ある場合には、データの後にPE番号をつないで上記の操作を行うことにより1台だけを決定できる。

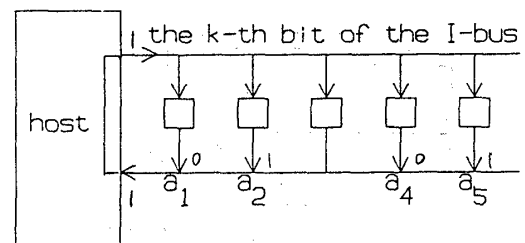


図2 最大値計算

4. 消去計算

n 元連立一次方程式 $Ax = b$ が与えられた場合、ガウス消去法における前進消去は $k = 1 \sim n$ に対する以下の操作で与えられる。

- (1) $a_{ik} (i=k \sim n)$ の最大値を求め第 k 行と第 i 行とを交換する。
- (2) $j=k+1 \sim n$ に対して $a_{kj} = a_{kj} / a_{kk}$ を計算。
- (3) $i=k+1 \sim n, j=k+1 \sim n$ に対して $a_{ij} = a_{ij} - a_{ik} * a_{kj}$ を計算。

BCプロセッサアレイへの実装ではPEを n 台用意し、係数行列 A の第 i 行とベクトル b の第 i 要素を i 番目のPEに割り当てる(図3)。この場合、上の(2)(3)の計算時には $PE_1 \sim PE_k$ が遊んでしまうことになるので(3)の計算は $i=1$ から行うことにしても計算時間は変わらない。これはいわゆる掃き出し法であり後退代入がいらなくなる。

また(1)での行の交換は実際に行うとデータ転送が多くなるため、データを動かさずにピボット行を換えるようにする。最終結果は図4のようになるが、各PEが何回目にピボットになったかを記憶しておくことにより、結果の回収時に正しく並べ換えることが出来る。以上より計算アルゴリズムは次のようになる。

- (1) ホストは行列 A とベクトル b を行方向に分解し、各PEに分配する。
- (2) k 回目の消去時にはいまままでにピボットになったことのないPEのうちの最大値をもとめ、そのPEがピボットPEとなる。この時、 k の値をインデックス値として記憶しておく。
- (3) ホストはピボットPEからのピボット要素を全PEにブロードキャストし、ピボットPEを除く全PEは並列に消去計算を行う。
- (4) 上の(2)(3)を n 回繰り返す。
- (5) ホストは結果とインデックス値を回収し、インデックスによって結果を並べ換える。

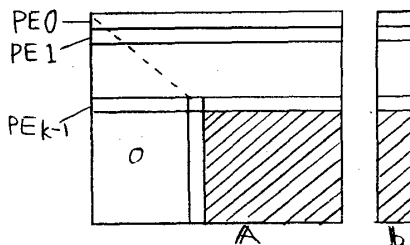


図3 消去法の計算

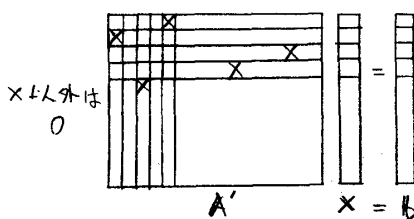


図4 最終結果

5. 実行結果

以下に、試作機による実行時間の測定結果を示す。計算は8ビット固定小数点の形で行っている。PEの演算能力は加減算数 μs 、乗算約 $100\mu s$ 、除算約 $120\mu s$ である。

図5に軸操作を行った場合と行わなかった場合の計算時間を示す。軸操作を行っても計算時間はあまり増加せず、いずれも $O(n^2)$ 時間で計算できている。図6では2本のグラフの差をとり、軸操作に要する時間を示しているが、本システムが軸操作を $O(n)$ 時間で処理しているのがわかる。

6. まとめ

本稿では、BCプロセッサアレイがその放送機能を用いることにより軸選択と転送を効率よく行い、軸選択を伴う消去計算を $O(n^2)$ 時間で実行できることを示した。

参考文献

小畑、宮垣、金田：BCプロセッサアレイの実現、信学技報 E C 85-32、1985

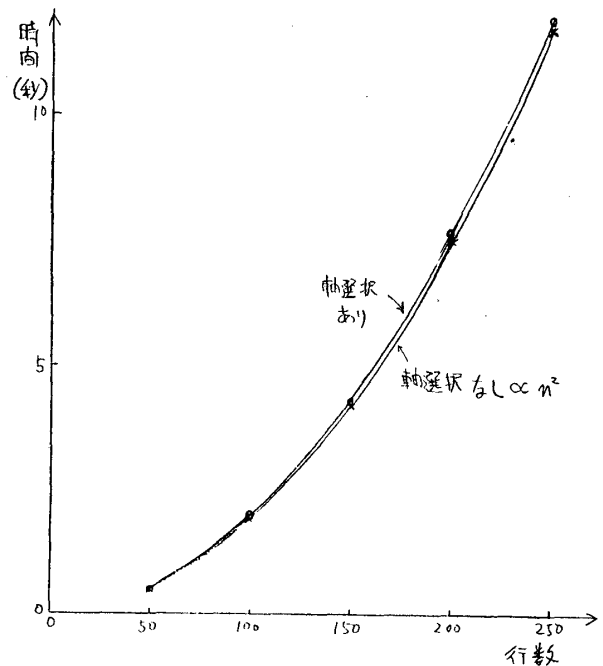


図5 全計算時間

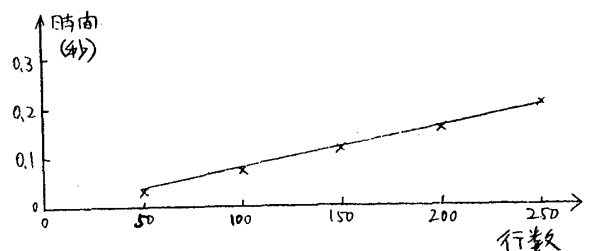


図6 軸選択の実行時間