

ガウス過程事前分布を用いた空間変化混合モデルによる画像分割

栗栖 昂勢†
広島市立大学情報科学部

末松 伸朗, 林 朗, 岩田 一貴‡
広島市立大学大学院情報科学研究科

1 はじめに

画像データに正規混合モデルを当てはめ、画像分割を実現する研究が行われている [1, 2]。画像分割とは画像を指定された数のセグメントに分割する操作であり、その技術は、例えば医療画像における組織抽出などに応用されている。

正規混合モデルを用いる手法の最も基本的なものでは、画素の位置関係は考慮されず、近傍の画素は同一のセグメントに属する確率が高くあるべきという要請が満たされない。そのため [2] では、混合率が画素ごとに異なるモデルへ拡張し、混合率の事前分布を位置関係に依存するマルコフ確率場で定める手法を提案している。そして [1] では、この手法のアルゴリズムを改良し分類精度を向上している。

本研究では、混合率が空間的に値が緩やかに変化する関数で支配され、その関数がガウス過程事前分布に従っているというモデルを導入することにより、先程の要請を満たす手法を提案する。

2 正規混合モデルによる画像分割

最も基本的な正規混合モデルに基づく画像分割では、各画素 v の輝度値 y_v が C 要素の正規混合モデルに従うと仮定する。すなわち、 y_v の密度関数は

$$f(y_v|\Pi, \Theta) = \sum_{c=1}^C \pi_c N(y_v|\theta_c) \quad (1)$$

と表される。ここでは π_c は混合率である。また、 $\theta_c = \{\mu_c, \sigma_c^2\}$ は要素モデル c のパラメータであり、平均 μ_c と分散 σ_c^2 の組である。そして Π, Θ は正規混合モデルのパラメータで、それぞれ混合率 π_c と各要素モデルのパラメータ θ_c の集合を表す。

画像分割においては各画素の輝度値がいずれかの要素モデルから生成されているとし、同一の要素モデル c から生成された画素同士は同一のセグメント c に属すると考える。

一般的に正規混合モデルの画像への当てはめは、EM アルゴリズムにより行われる。画素 v がどの要素モデル c へ所属して

いるかを表す 2 値変数 z_{cv} を

$$z_{cv} = \begin{cases} 0 & (\text{非所属}) \\ 1 & (\text{所属}) \end{cases}, \quad \sum_{c=1}^C z_{cv} = 1 \quad (2)$$

と定義し、この変数を潜在変数として扱う。

EM アルゴリズムは E ステップと M ステップから成り、これらを反復して解を調整していくことで局所最適解を見つける。まず E ステップでは z_{cv} の期待値 $\zeta_{cv} = E[z_{cv}|y_v, \Theta]$ を以下の式より得る：

$$\zeta_{cv}^{(t)} = \frac{\pi_c^{(t-1)} N(y_v|\theta_c^{(t-1)})}{\sum_{c'=1}^C \pi_{c'}^{(t-1)} N(y_v|\theta_{c'}^{(t-1)})}. \quad (3)$$

ここで、 t は現在の反復数である。次に M ステップで π_c, θ_c に関して期待対数尤度の最大化を行う。期待対数尤度を最大にする $\pi_c, \theta_c = \{\mu_c, \sigma_c^2\}$ は、総画素数を V とすると以下のような式で与えられる：

$$\begin{aligned} \pi_c^{(t)} &= \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V \zeta_{cv}^{(t)}, \\ \mu_c^{(t)} &= \frac{\sum_{v=1}^V \zeta_{cv}^{(t)} y_v}{\sum_{v'=1}^V \zeta_{cv'}^{(t)}}, \quad [\sigma_c^2]^{(t)} = \frac{\sum_{v=1}^V \zeta_{cv}^{(t)} [y_v - \mu_c^{(t)}]^2}{\sum_{v'=1}^V \zeta_{cv'}^{(t)}}. \end{aligned} \quad (4)$$

3 提案手法

3.1 概要

提案手法では、各輝度値の密度関数が

$$p(y_v|\Phi, \Theta) = \sum_{c=1}^C \pi_{cv}(\Phi) N(y_v|\theta_c), \quad (5)$$

であるとする。ただし、 $\Phi = \{f_1(\cdot), \dots, f_C(\cdot)\}$ であり、 $f_c(\cdot)$ は画像平面上の実関数である。また

$$\pi_{cv}(\Phi) = \frac{e^{f_c(\mathbf{x}_v)}}{\sum_{c'=1}^C e^{f_{c'}(\mathbf{x}_v)}} \quad (6)$$

であり、 $\mathbf{x}_v$ は画素 v の画像座標である。

式 (6) は $f_1(\mathbf{x}_v), \dots, f_C(\mathbf{x}_v)$ に対するソフトマックス関数なので、画素 v に対する混合率はセグメント $c_v^* = \operatorname{argmax}_c f_c(\mathbf{x}_v)$ で最大である。提案手法では、 $f_c(\cdot)$ の事前分布を平均関数 $m(\cdot)$ 、共分散関数 $k(\cdot, \cdot)$ のガウス過程として Φ の各関数の推定を行い、各画素 v を c_v^* へ割り当てることで画像分割を実現する。共分散関数 $k(\cdot, \cdot)$ に近距離相関の強いものを用いれば、近傍の画素は同一のセグメントに属する確率が高くあるべきという要請が満たされることになる。

An Image Segmentation Using Spatially Variant Mixture Model with Gaussian Process Prior Distribution
† Kousei Kurisu

Faculty of Information Sciences, Hiroshima City University

‡ Nobuo Suematu, Akira Hayashi, Kazunori Iwata
Graduate School of Information Sciences, Hiroshima City University

3.2 アルゴリズム

提案手法では、期待対数事後確率

$$Q_{\text{MAP}}(F, \Theta|F', \Theta') = E_Z[\log p(F, \Theta|Y, Z)|F', \Theta']$$

を EM アルゴリズムの手続きで最大化する．ここで， F は $f_c(\mathbf{x}_v)$ を要素に持つ $C \times V$ 行列， Z は z_{cv} を要素に持つ $C \times V$ 行列， Y は y_v を要素に持つ V 次元ベクトルである．また， $E_Z[\cdot]$ は確率変数 Z に関する期待値演算である．

このアルゴリズムにおける E ステップは、混合率が画素毎のものに置き換えられた式 (2) を評価するだけである．また，M ステップの Θ に関する最大化は式 (4) に一致するが， F に関する最大化の解は解析的に得られないので，次のような方法をとる．

期待対数尤度を

$$Q_L(F, \Theta|F', \Theta') = E_Z[\log p(Y|Z, F, \Theta)|F', \Theta']$$

とおくと，

$$Q_{\text{MAP}}(F, \Theta|F', \Theta') = Q_L(F, \Theta|F', \Theta') + \log p(F) + \text{定数}$$

であり，期待対数尤度 $Q_L(F, \Theta|F', \Theta')$ と対数事前確率 $\log p(F)$ がともに大きくなる F で Q_{MAP} が大きくなることが分かる．そこで提案手法では，まず Q_L を最大化する $\hat{F} = \arg\max_F Q_L$ を求め，それをノイズ付き観測値と見なしてガウス過程回帰を行うことで， Q_{MAP} を最大化する F を近似する．こうして得られた F は， Q_L を最大化する F を事前分布も考慮するように修正したものとなるので， Q_{MAP} を最大化する F に近いことが期待できる．

4 実験

提案手法の分割精度を評価するために，以下の実験を行った．

4.1 手順

まずセグメント数 3，画像サイズ 256×256 画素のグレースケール画像を 100 種生成する．輝度値は $[0, 1]$ 区間の実数で表す．次に全ての画像に 4 段階の標準偏差 $\sigma_N = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ のノイズを加える．なお， σ_N が大きいほど強いノイズとなる．これらに対して画像分割を行い，正解率を計測する．画像分割は比較のため k -means 法，[1] の手法（以降，SVFMM），提案手法の 3 つの手法にて行う．

4.2 設定

提案手法において，特定のセグメントのみの分散が小さくなりすぎないように σ_c に下限を設けた．設定した提案手法の σ_c の下限と，SVFMM の正則化パラメータ $\beta[1]$ は表 1 の通り．

表 1 各ノイズレベルに対する設定パラメータ

	σ_N			
	0.1	0.2	0.3	0.4
提案手法： σ_c の下限	0.1	0.1	0.25	0.35
SVFMM： β	2	1	0.1	0.04

提案手法のガウス過程事前分布の共分散関数には

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{2l^2}\right) \quad (7)$$

表 2 各ノイズレベルに対する平均正解率 (標準偏差)[%]

σ_N	k -means 法	SVFMM	提案手法
0.1	93.52 (0.411)	98.72 (0.092)	99.84 (0.031)
0.2	72.28 (1.426)	86.13 (3.213)	99.42 (0.089)
0.3	61.02 (1.578)	65.29 (6.758)	98.78 (0.156)
0.4	54.71 (1.894)	56.34 (0.837)	97.16 (0.360)

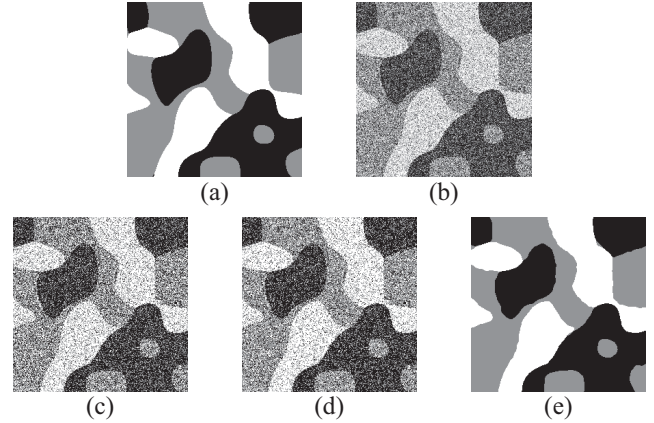


図 1 元画像と $\sigma_N = 0.2$ での分割結果 ((a) 元画像, (b) ノイズ付き元画像, (c) k -means 法, (d) SVFMM, (e) 提案手法)

を用いた．ここで $\mathbf{x}, \mathbf{x}'$ は画素の位置ベクトルである．式 (7) の関数は $\mathbf{x}$ と $\mathbf{x}'$ との共分散を与える関数で， $\mathbf{x}$ と $\mathbf{x}'$ の距離が近いほど強い相関を持つ．

4.3 結果

各ノイズレベルに対する正解率を表 2 に， $\sigma_N = 0.2$ での各手法の分割結果を図 1 に示す．

表 2 から，提案手法はノイズが強くなっても正解率は安定しており， k -means 法や SVFMM より良い成績を示していることがわかる．

5 まとめ

混合モデルに基づく画像分割法において，混合率を支配する関数の存在を仮定したモデルを導入し，ガウス過程事前分布を用いてそれらの関数を推定することによって画像分割を行う手法を提案した．この手法は，ガウス過程事前分布の性質により，近傍の画素は同一セグメントに属する確率が高くあるべきという画像分割の要請を満たす．また，合成画像を用いた実験を行い，提案手法の有効性を確認した．

参考文献

- [1] K. Blekas, A. Likas, N. P. Galatsanos, and I. E. Lagaris. A spatially constrained mixture model for image segmentation. *IEEE Trans. Neural Netw.*, Vol. 16, No. 2, pp. 494–498, 2005.
- [2] S. Sanjay-Gopal and T. J. Hebert. Bayesian pixel classification using spatially variant finite mixtures and the generalized em algorithm. *IEEE Trans. Image Process.*, Vol. 7, No. 7, pp. 1014–1028, 1998.