

設備配置による不均質な相互結合網構築の ヒューリスティック手法に関する検討

當山 孝義

日本工業大学電気電子工学科

1. はじめに

並列計算システムの性能はプロセッサ(PE)の性能とともに PE 間を接続する相互結合網の性能に依存する. 本研究では, 低速通信路からなる相互結合網の形状を変えずに一部の通信路を高速なものに入れ替えることで不均質な相互結合網を構築する. この不均質な相互結合網の通信性能は高速通信路の数と位置に依存する.

最適化問題のひとつに設備配置問題がある[1]. 本研究では高速通信路を設備と考え, 設備配置問題を利用する. 設備の評価指標として全対距離和を用いる. 筆者は一般形状の相互結合網に全対距離和が小さくなるよう木形状の設備を配置するヒューリスティック手法を提案した[2]. 本稿では本手法を改良しその性質を検討する.

2. 相互結合網と設備配置

図 1 のように相互結合網をネットワークで表す. ネットワークの各辺の長さはその辺を通る通信の通信レイテンシ, コストはその辺を設備に含めるときの費用とする. 設備はネットワークの部分木である. 設備のサイズは設備に含まれる辺のコストの総和であり, 設備のコストを表す. ここで設備のサイズはある数 s 以下とする.

全対距離和 $CP(F)$ はネットワーク上の 2 つのノードの組合せ全てに対するノード間の距離の総和である. 但し, その 2 ノード各々と設備との距離の和が 2 ノード間の距離より小さい場合は前者を用いる. すなわち次式で表される.

$$CP(F) = \sum_{v_i, v_j} \min(d(v_i, v_j), d(v_i, F) + d(v_j, F))$$

但し, v_i, v_j はネットワークのノード, F は設備, $d(v_i, v_j)$ は v_i と v_j 間の距離, $d(v_i, F)$ は v_i と F 間の距離である.

同一サイズの設備のうち全対距離和が最小となるものを最適設備と呼ぶ.

3. ヒューリスティックアルゴリズム

図 2 に本ヒューリスティックアルゴリズムを示す.

ネットワーク $G=(V, E)$ のノード数は n , 辺の数は m とする. 各ノード v は重み $w(v)$ を, 各辺 e は長さ $l(e)$

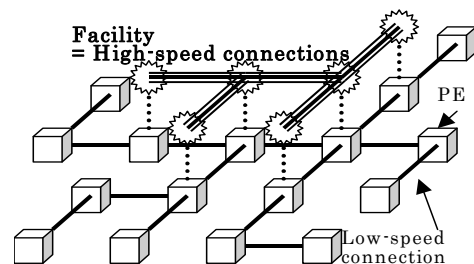


図 1. 設備配置による不均質な相互結合網

とコスト $c(e)$ を持つ. ノード v_i と v_j 間の距離を $d(v_i, v_j)$ とする. ノード v と部分木 T 間の距離 $d(v, T)$ は, v から T の最も近いノードまでの距離である. 部分木 T に, T に隣接するノード u と T, u 間を接続する辺 e を追加したものを $T+u$ で表す. また部分木 T に, T の葉 u と u を端点とする辺 e を除去したものを $T-u$ で表す. 設備 F はサイズ $S(F) \leq s$ である部分木である. 設備 F を配置したときのノード v_i, v_j 間の最短距離 $cd(v_i, v_j)$ を, v_i, v_j 間の距離と, v_i と F 間と v_j と F 間の距離の和の小さいほうとする. すなわち $cd(v_i, v_j, F) = \min(d(v_i, F) + d(v_j, F), d(v_i, v_j))$ とする. F の全対距離和 $CP(F) = \sum_{v_i, v_j \in V} w(v_i) \cdot w(v_j) \cdot cd(v_i, v_j, F)$ である. 設備 F_1 を除去して設備 F_2 を配置した時の全対距離和の減少量 $DCP(F_1, F_2) = CP(F_1) - CP(F_2)$ となる. また全対距離和の減少量を F_1 と F_2 のサイズ差で割ったものを効率 $EF(F_1, F_2) = DCP(F_1, F_2) / (S(F_2) - S(F_1))$ とする. なお, 初期状態に設備 F を配置する場合の効率は $EF(\phi, F)$ である.

本アルゴリズムは[2]に対し, 最初に効率 $EF(\phi, F)$ が最大となる F が複数ある場合に, その一つを選ぶのではなく, その各々を初期設備として (3) ~ (8) を実行し, 得られた F のうち全対距離和が最小になるものを選択する. 実行時間は[2]の $O(m)$ 倍である $O(n^3 m^2)$ 時間となる.

4. 各種ネットワークに対する設備配置

以下ではネットワークの各辺の長さやコスト, 各ノードの重みが 1 の場合について検討する.

本アルゴリズムは以下の 3 条件すべてを満たすネットワークに対しては最適設備を求めることができる.

(1) 最適設備 F_p がサイズ 1 の最適設備 F_1 を含む.

- (1) コスト $c(e) \leq s$ となる辺のうち、その辺のみを設備としたときに効率 $EF(\phi, F)$ が最大となるものを求める。そのような設備の集合を FF とする、
- (2) 初期設備の集合 FF の各々の設備 F に対し以下の(3)~(8)を実行する。そして得られた設備のうち最も全対距離和が小さいものを選択する。設備 $F=(V', E')$, $V'=\{v_1, v_2\}$, $E'=\{e\}$, $e=(v_1, v_2)$ とする、 F のサイズ $S(F)=c(e)$ である。
- (3) 各ノード v から F までの距離 $d(v, F)$ を求める。すなわち $d(v, F)=\min(d(v, v_1), d(v, v_2))$ 。
- (4) F の隣接ノードと F のノード間の辺のうち、それを F に追加しても指定サイズ s を超えないものの集合 $N(F)$ を求める。すなわち $N(F)=\{e=(u, v) \in E: u \in V(F), v \notin V(F), c(e)+S(F) \leq s\}$ 。
- (5) $N(F)$ の全ての辺 $e=(u, v)$, $u \notin V(F)$ に対して、全対距離和の減少量 $DCP(F, F+u)$ を求める。そして効率 $EF(F, F+u)$ が最大となるノード u' を探す。このときの e を e' とする。
- (6) F にノード u' を追加する。 F のサイズ $S(F+u')=S(F)+c(e')$ とする。また各ノード v に対する距離 $d(v, F+u')$ を求める。
- (7) $N(F)$ から辺 e' , $N(F)$ に含まれる辺で $F+u'$ に追加したら指定サイズを超えるもの、および $N(F)$ に含まれる辺で両端とも $F+u'$ に含まれるものを削除する。そして、 u' を端点として F に含まれない辺 $e=(u', v)$ で、 $F+u'$ にノード v を追加しても指定サイズ s を超えない場合、 $N(F)$ に辺 e を追加する。すなわち $N(F+u')=N(F)-\{e': e' \in N(F), c(e')+S(F+u') > s\}-\{e=(v, w): v, w \in F+u'\}+\{e=(u', v): v \notin V(F+u'), c(e)+S(F+u') \leq s\}$ 。
- (8) $N(F)$ が空でなければ上記(5)に移動する。

図2. ヒューリスティックアルゴリズム

(2) F_1 を含む設備 F , F に隣接する辺 e_1, e_2, e_3 があるとき、 $EF(F, F+e_1) \geq EF(F, F+e_2)$ ならば $EF(F+e_3, F+e_3+e_1) \geq EF(F+e_3, F+e_3+e_2)$ である。(3) F_1 を含む設備 F , F に隣接する辺 e_1, e_2 , また e_2 の他方の端点に隣接し F に隣接しない辺 e_3 があるとき、 $EF(F, F+e_1) \geq EF(F, F+e_2)$ ならば $EF(F+e_2, F+e_2+e_1) \geq EF(F+e_2, F+e_2+e_3)$ である。

図3にキャタピリングネットワークを示す。これは q ノードのリングの各ノードに線状に2つのノードを付加したものである。ただし $q \geq 5$ である。このネットワークは上記3条件を満たし、本アルゴリズムにより最適設備を求めることができる。

図4にスター木の三角結合ネットワークを示す。これは、3ノードの完全結合網の各ノードに q ノードのスター木を付加したものである。ただし $q \geq 2$ である。図の F_1 はサイズ1の最適設備であり、 F_2 はサイズ2の最適設備である。本アルゴリズムは初期設備としてサイズ1の最適設備を含むこ

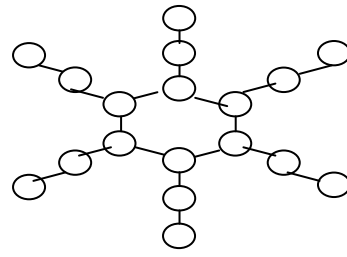
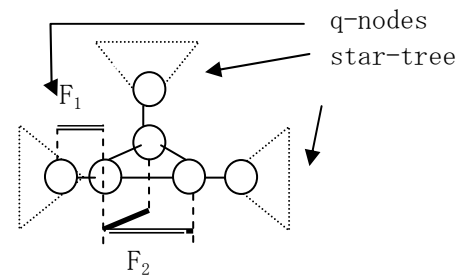
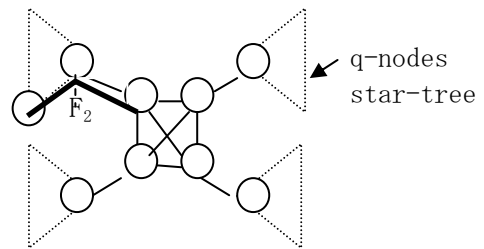
図3. キャタピリングネットワーク($q=6$)

図4. スター木の三角結合ネットワーク

図5. スター木の r 角結合ネットワーク($r=4$)

とから、サイズ2の最適設備を生成することはできない。

図5にスター木の r 角結合ネットワークを示す。これは図4の完全結合網を3ノードから r ノードに拡張したものである。ただし $r \geq 5$ である。このときサイズ2の最適設備が F_2 になる場合がある。これは、対称的なネットワークにおいてネットワークの中心に設備を置くのがいいという直観的な考えが正しいとは限らないことを示す。

5. まとめ

提案したヒューリスティックアルゴリズムの性質を検討し、最適設備が求まるネットワークや求まらないネットワークの例を示した。

参考文献

- 1) Z. Drezner and H. W. Hamacher Eds., Facility Location -Application and Theory-, Springer-Verlag (2002).
- 2) 當山, 設備配置モデルによる相互結合網構築の検討, 第74回情報処理学会全国大会講演論文集第1分冊, pp. 289-290 (2012).