

特殊関数零点のグラフプロットを行う Web アプリケーション開発

太田 優希* 宮崎 佳典**

静岡大学情報学部* 静岡大学情報学部**

1. はじめに

本研究の導入として佐藤[1]の無限行列固有値問題を応用した Kummer 関数の零点計算及びそのプロットを行う Web アプリケーションが挙げられる。この研究では、無限行列固有値問題を応用し、Kummer 関数の近似零点の計算を行い、さらに得られた計算結果に誤差評価を行うことも可能である。計算結果が指定した誤差より小さい場合は十分な精度を持つ零点として結果に出力するが、大きい場合は零点から除く。この仕様により、得られる零点の数は常に一定ではないという現象が生じる。零点は三次元座標上にグラフプロットかつそのアニメーションを行うこともできるように開発されており、これがまた当 Web アプリケーションの特長でもある。

本研究では、行列の固有値が連続関数であることを利用し、上記の Web アプリケーションに改良を加え、得られた零点のデータを 3D プロットするだけでなく、点と点との連続性・離散性を考慮し、点同士を数学的に正しく結び線描画するアルゴリズムの考案、実装することを目的とする。

2. 先行研究・既存のグラフ描画ツール

Web アプリケーションの作成に関する研究は多く存在するが、その中でも本研究のような Web 上での 3D データの視覚化を取り扱っている研究[2]を紹介する。この研究では VRML を使用したパッケージソフトとして VRMLgen を使用している。3D データを散布図や棒グラフ、等高線図、メッシュなど用途別に合わせた利用方法と実装方法を紹介している。この研究では数学の分野にとどまらず様々な分野に 3D データが利用できるようにパッケージソフトが開発されている。本パッケージの Web 上での操作・動作については参考になる部分が多く、今後の本研究の Web アプリケーション開発に役立てたい。

次に既存のグラフ描画ツールの 1 つ目として gnuplot を紹介する。gnuplot は入力した数式などをもとにグラフを生成するフリーのソフトであり、本研究と関係する 3D データ

Development of Web Application Plotting Zeros
of Special Functions

*Yuki Ohta, Shizuoka University

**Yoshinori Miyazaki, Shizuoka University

によるグラフのプロットについては、点のプロットを行うことはできる。また、点同士を線で結ぶためにはデータを順番に結んでいくためデータの並び順が重要となる。

2 つ目として Mathematica を紹介する。Mathematica は数式処理システムの代表的なソフトであり、本研究と関係する 3D データによるグラフのプロットについては、点のプロットを行うことができる。点同士を線で結ぶためにはデータを順番に結んでいくためデータの並び順が重要となる。

これらの 2 つのグラフ描画ツールを用いて 3D 上で正しく結ばれた線を描画するためには、連続性・離散性に考慮してデータを並び替えるプログラムを作り、そのプログラムを得られたデータに適用することが必要となる。

3. 3D データの線描画

まず、本研究ではグラフをプロットするにあたり gnuplot を使用している。

gnuplot の点のプロットは得られた零点のデータに対応する点を三次元座標上に書き込んでいくことでグラフが作成される。よって、点と点との関係性は不要であり、出力する順番に関係なく全て同じグラフが作成される。しかし、点同士を結び、線を描画するためには点と点の関係性が重要になってくる。点のデータを行列の固有値が連続関数であることを利用して並び替え、その順番に出力し点と点を結ぶ必要がある。そこで、並び替えを行うプログラムを実装する。線描画のためにデータを作成するプログラムの基本アルゴリズムを図 1 とともに説明する。

まず図 1 のパラメータについて説明する。特殊関数の零点は、3 つのパラメータの内 1 つを固定し、残りの 1 つのパラメータを少しずつ変化させることによって残りのパラメータを得ることができる。そのパラメータを図 1 では λ とする。

1) λ を $\Delta\lambda$ ずつ変化させながら得られる零点をそれぞれ List[] に格納していく。

2) 各 List[] を零点の実部でソートを行う。

3) 図 1 の四角で囲まれた List[λ] と List[$\lambda + \Delta\lambda$] に対して、各リストの上の要素から順番に点 1 と点 2 として、2 点間の距離の計算を行う。

- 4) 計算した距離が最小距離より小さい場合には、最小距離の書き替えと最小距離のデータを指すリストの添え字の書き換えを行う。
- 5) $List[\lambda + \Delta\lambda]$ の要素がなくなるまで点1と距離が最小となる点を探す。
- 6) 点1と距離が最小となった点のデータを出力ファイルに書き込む。
- 7) 3)~6)の手順を $List[\lambda]$ の要素全てに対して行う。
- 8) 同様の処理をそれぞれ隣り合う $List[\lambda]$ に対して $List[\lambda]$ の数だけ行う。

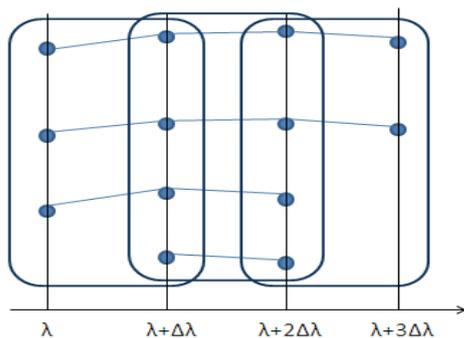


図1.線描画アルゴリズムのイメージ図

一例として、先のプログラムの実行前後の描画結果を図2と図3として以下に示す。

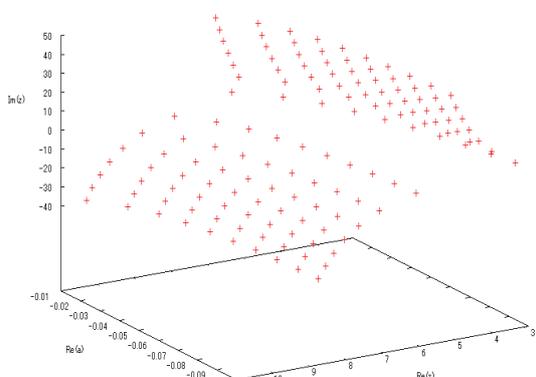


図2.プログラム実行前の描画結果

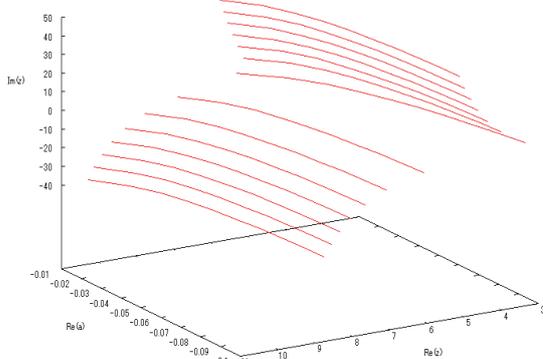


図3.プログラム実行後の描画結果

図2と行列の固有値が連続関数であることを利用して結んだ図3を比較することにより、図2ではわからない点同士の連続性や離散性を可視化することができる。

4. 問題点・評価

現在のプログラムではソートした後、上の要素から順番につながる点を隣の $List[\lambda]$ から探しているため、上の要素が選んだ点に対しては下の要素は選ぶことができない。したがって下の要素と結ぶべき点と上の点を結んでしまう可能性が生じることが問題点として挙げられる。例を図4に示す。

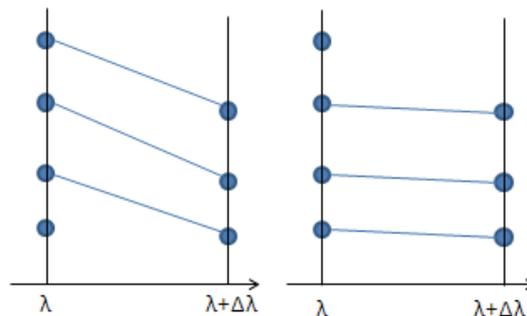


図4.問題がある線描画と正しい線描画の図例

この問題を解決する対応策として、総当たりで距離の総和を計算することや、線が交差するかはその間に重根が存在するかと同値であることから、ゲルシュゴリンの定理で判定し、重根がある場合のみ総当たりを行う。以上2つの案があるが現在はまだ考案中である。また、プログラムにより並べ替えたデータから描画されたグラフが数学的に正しく点同士を結び、線として描画されているかを評価する方法を検討中である。

参考文献

- [1] 佐藤 佑貴, 宮崎 佳典, “無限行列固有値問題を応用した Kummer 関数の零点計算及びその Web アプリケーションの実装”, 電気関係学会東海支部連合大会講演論文集(発表番号 O-288), 2009.
- [2] Enrico Glaab, Jonathan M. Garibaldi, and Natalio Krasnogor, “vrmlgen: An R Package for 3D Data Visualization on the Web”, *Journal of Statistical Software* August 2010, Volume 36, Issue 8, pp. 1-18