大規模高速近似組合せオークションに基づく無線帯域割当手法による効率化・省電力化への試みと課題

福田 直樹[1,a)]

概要：近年，複数の電波帯を束ねて利用可能とするキャリアアグリゲーションに対応したLTE通信端末や，Bluetooth/Wifi等の複数の通信メディアを組み合わせた通信帯域利用制御が可能な通信端末・基地局の普及が進んでいる．これらの複数の無線周波数・帯域を効率的に利用しつつ，端末や基地局の効率的運用および省電力化を実現しようと考える場合，従来のフェアネスに基づく周波数の割当から一歩踏み込んで，利用の必要性や緊急性をできるだけ正しく端末から申告させながらそれに基づいた効率的な割当を行う手法の実現を行うことが重要となってくる．本研究では，この考え方に基づいて現在行っている，大規模高速組合せオークションの近似手法を用いた無線帯域割当の効率化・省電力化に向けた試みとその課題について述べる．

1. はじめに

組合せオークション [1] は，単一の財のみでなく，財の組合せに対して入札を行うことができるようなオークションであり，実世界の問題への適用のための，様々な応用的実現・実装方法も検討されてきた [2]．資源配分問題としては，たとえば，FCCにおいての電波周波数帯域オークション問題への適用の検討がされている [3]．

電波周波数の割当は，現行の法制度では一定期間に渡って使用の権利を与える形が取られる．これを資源割当問題一般に拡張した場合を考えると，デマンドに応じて動的に資源を割り当てる方法の適用が考えられる，しかしながら，たとえば電力資源割当問題の分野では，時間帯ごとにごく簡素な単一財オークションの手法を用いた場合には，急激な価格の増減が起きるなど，必ずしも有効に機能しないことがあることが指摘されている [4]．簡素な単一財オークションよりも安定な価格付けが可能な，高度なオークションメカニズムや価格付けの１つの有効な手法として，組合せオークションが注目される．特に，同種の財の分量に対する扱いが用意な複数ユニット組合せオークションの利用は１つの有効なアプローチとして期待される．

組合せオークションでは，その勝者決定や価格付けにおいて，厳密な計算を行おうとすると，極めて多くの計算を必要とすることが課題の１つとしてこれまでに指摘されてきた [1]．この課題を解決するために，Zurelらによる近似線形プログラミングに基づく手法 [5] など，多くの手法が検討されてきている．著者らも，これまでに並列探索に基づく手法 [6] を提案してきており，その性能や性質に関する解析 ([7][8][9]) によって，その性能は，商用の高速な線形プログラミング (LP) ソルバーを大きく上回る場面もあることが示されている．

それらの多くの解析結果は，複数ユニット組合せオークションには適用できない場合も多くあったが，文献 [10] で最初に示したアルゴリズムでは，その性質の多くを複数ユニット組合せオークションの近似に拡張することを可能としており，条件によっては良好な解の近似性能を持つことが報告されている [11]．このアルゴリズムでは，勝者の近似以外にも，高速な価格付けを近似的に行う手法についても提案しており，比較的大規模な問題への，価格決定メカニズムを含む組合せオークションの適用が期待される．

一方で，ダブルオークションを仮定しない単純な組合せオークションでは，その暗黙的な仮定として，売り手にとって１つ１つの財はその場で売れなければ価値がゼロであり，たとえその売値がタダ同然であっても売った方が合理的である，という前提を置く場合がある [1]．一方で，財の提供には一定のコストがかかり，必ずしもこの前提を満足しない場合もあり，電波周波数の割当問題でも，たとえばセカンダリーマーケットでの再売買問題でこの文脈が扱われる [12]．このような，財の売値の最低価格を保証するような仕組みとして留保価格 (reserve price) があるが，これまでに用いられてきた近似アルゴリズム・メカニズムで

[1] 静岡大学
Shizuoka University, Jonoku, Hamamatsu 432–8011, Japan
[a)] fukuta@inf.shizuoka.ac.jp

は，この留保価格の扱いが必ずしも十分に考慮されない場合があった．

本論文では，複数ユニット組合せオークションの近似解法における，財に対する留保価格の考慮をキーとして，エージェント仲介型の市場メカニズムに基づく無線帯域割当問題に適用する場合について考える．具体的な適用を想定した場合に考えられる，現時点での適用の可能性および想定される課題について述べる．

2. 準備

2.1 複数ユニット組合せオークション

文献 [1] によれば，組合せオークションの勝者決定問題は次のように定義される: 入札者を $N = \{1, \ldots, n\}$，入札対象となる財の集合 $M = \{1, \ldots, m\}$（入札対象となる財の総数 $|M| = m$）とする．また，財のバンドル S は財の部分集合 $S \subseteq M$ とする．このとき，ある入札者 i における財のバンドル S に対する入札価格を $v_i(S)$ と表現する．財の割り当ては，変数 $x_i(S) \in \{0, 1\}$ で表現し，$x_i(S) = 1$ のときに，バンドル S を入札者 i が落札したことを示す．ここで，財の割り当て $x_i(S)$ が妥当 (feasible) であるとは，どの１つの財も高々１つの落札者に対して落札される状態，すなわち，

$$\forall j \in M \sum_{i \in N} \sum_{S \ni j} x_i(S) \leq 1$$

が成り立つことをいう．

勝者決定問題とは，妥当 (feasible) な財の割り当てから勝者の入札額の合計が最大となるような $X \ni x_i(S)$ を見つけ出すこと，すなわち

$$\max_X \sum_{i \in N} \sum_{S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

を求めることである．

ここで，いくつかの財が，互いに同一視でき相互に交換可能 (indistinguishable) である場合を考える．この条件を満たす場合を，複数ユニット組合せオークションと呼ぶ．複数ユニット組合せオークションは，本質的には，単一ユニット組合せオークションで，特定の財同士を同一視し，それらを入れ替え可能とするような財バンドルへの入札を行っているものと等しい．

入札の表現に OR 表現 [13] を用いた場合，複数ユニット組合せオークション問題は，単純な単一ユニット組合せオークション問題に帰着できる．

例: 今ここに，５つの財 a,b,c,d, および e があり，このうち，a, b,　および c は同じ種類の (indistinguishable な) 財であるとする．財 a を財バンドルに含むあらゆる複数ユニット組合せオークション入札は，財 a を 財 b あるいは c に置き換えた財バンドルによる入札を含めて，3 つの単一ユニット組合せオークション入札に分解できる．これらに対して，落札の排他性を表現するには，ダミー財 x を用いる．たとえば，今ここに，財バンドル {a,b} に対して価格として 4 をつけた入札 $< 4, \{a, d\} >$ があるとする．この入札は，OR 入札表現を用いた単一ユニット組合せオークション問題における３つの入札 $< 4, \{a, d, x\} >$, $< 4, \{b, d, x\} >$, および $< 4, \{c, d, x\} >$　により表現できる．ただし，ダミー財 x は他のダミー財とは同じ種類とみなされないものとする．

この方法による複数ユニット組合せオークション問題の単一ユニット組合せオークション問題への展開は，容易に入札数の爆発を引き起こす．たとえば，ある３つの種類 t, u, および　v の財がオークションにかけられており，それぞれの種類の財について出品数が　50, 100 および 200 であったとする．ここで，財バンドルに t, u, および v の種類の財を１つずつ含むような入札を考えると，これは $50 \cdot 100 \cdot 200 = 1,000,000$ もの単一ユニット組合せオークション問題での OR 表現による入札に展開されることになる．財の種類や各種類ごとのオークションへの出品数が大きくなった場合，それを単一ユニット組合せオークション問題に展開した場合には，それに対して現実的な時間内で勝者決定を行うことは，近似的なアルゴリズムを用いた場合であっても困難である．

このような問題があるにもかかわらず, 多くの場合では，組合せオークションの勝者決定問題の近似は，単一ユニット組合せオークションを対象に行われる場合がほとんどであった．たとえば，Zurel らは，文献 [5] で，OR 入札表現による単一ユニット組合せオークションに対して非常に高速な近似的勝者決定アルゴリズムを示している．また，Lehmann らも，文献 [14] にて，同様な条件下での高速な近似的勝者決定が可能なオークションメカニズムを提案している．また，著者も同様の条件下で Zurel らの手法と同等の近似最適性性能を短時間で計算可能な手法を提案してきた [7]．最適解への到達性を保証したものには，Sandholm らの CABOB がある [2]．しかしながら，いずれの場合でも単一ユニット組合せオークションのみを対象にしており，複数ユニット組合せオークションへの拡張については議論されていない．

2.2 Lehmann らの近似的割当てに基づく手法

Lehmann らが提案した欲張り (greedy) アルゴリズム [14] に基づくオークションメカニズムは，組合せオークションにおける勝者決定問題に対する，非常に簡潔で強力な線形アルゴリズムを持つ．Lehmann らの欲張りアルゴリズムは，次のように記述される．(1) 入札のリスト L は，ある指標に基づいて順序づけされる．文献 [14] では，この L の順序づけには，財１つあたりの入札価格が用いられる．より一般的には，ある数 $c \geq 0$ に対して，$a/|s|^c$ で定義される重み値に基づいて順序づけされる．(2) 欲張りアルゴリ

ズムに基づいて，財の割り当てが決定される．ここで，入札のリスト L は，先の式に基づいて順序づけされている．本アルゴリズムでは，この入札のリストを上位から順に見て，その入札の持つ財バンドルすべてが未割り当てのものを，順に勝者として財に割り当てていく．

文献 [14] で Lehmann らは，単一ユニット組合せオークションでは，$c = 1/2$ が，最悪時の割り当ての下限を保証することを考えた場合の，最適な値であるとしている．また，Lehmann らは，彼らが文献 [14] で提案した価格付け手法を用いた場合に，単一バンドル選好を仮定すれば，そのオークションが真実申告最良になることを示している．これらが複数ユニット組合せオークションにそのまま適用できるかどうかは文献 [14] には直接的には示されていない．

この価格付け手法の概要を次にまとめる．ここで，$S \cap S' = \phi$ ではない財バンドル $S, S' \in M$, に対する２つの入札 $x_i(S), x_j(S'), i, j \in N$ について，$x_i(S) = 1$ かつ $x_j(S') = 0$ であり，入札に対する評価値関数 vl について $vl(v_i(S), |S|) >= vl(v_j(S'), |S'|)$ であるもので最大の vl の値を取るものを j とすると，その落札額は関数 $pl(v_j(S'), |S'|, |S|)$ で与えられる．直感的な表現をすれば，ある勝者入札が勝者でありつづけられるギリギリの入札額をもって，その勝者の落札額とする，ということになる．これは，落札額がクリティカル値 (critical value) 条件を満たすという形で，文献 [14] では示される．

2.3 勝者近似と価格付け

文献 [6]，[7]，および [9] 等で，Lehmann のアルゴリズム [14] によって得られた結果を並列山登り法に基づくアプローチで拡張することで，シミュレーテッドアニーリング法 (SA) に基づくアプローチ [6], SAT ソルバの応用に基づくアプローチ [15], 線形計画法 (LP) の近似に基づくヒューリスティックなアプローチ [5], および 商用の LP ソルバーに対して，多数の入札がある環境下において，一定の性能面での優位性を持つことが示されている．しかしながら，この並列山登り法に基づくアプローチは，その処理の高速化のアプローチが単一ユニット組合せオークションに強く依存した方法となっているので，そのままでは複数ユニット組合せオークションには適用できない．そこで，文献 [10] では，複数ユニット組合せオークションへの適用が可能となるような，このアルゴリズムへの拡張が述べられており，複数ユニット問題のみでなく単一ユニット問題でも良好な結果が得られることが，示されている [11]．一方で，これらの近似的手法による価格付けまでを行った場合に，真実申告最良性をどのような制約下でどこまで実現可能であるかは，議論の対象となりうる．

組合せオークションのメカニズムでは，決定された勝者に対して適切な価格付け (pricing) がなされることが重要である．VCG(Vickrey-Clarke-Groves) メカニズムでは，勝者となった入札に対して，次のように価格が決定される [1]．勝者となった入札者 n に対する支払い価格 p_n は，

$$p_n = \alpha_n - \sum_{i \neq n, S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

によって計算される．ここで，右辺の右側の項は，勝者となった入札者 n を除いた他の勝者の入札価格の合計である．また，右辺の α_n は，妥当な財の割り当て $X \ni x_i(S)$ に対して，

$$\alpha_n = max \sum_{i \neq n, S \subseteq M} v_i(S) x_i(S)$$

と定義される．すなわち，これは勝者となった入札者 n が参加しなかったものとして改めて勝者決定を行った場合の勝者の入札価格の総和である．

文献 [16] では，VCG の価格付けを用いた場合，必ず最適勝者を求める必要があると指摘している．Lehmann らは，VCG メカニズムでの価格付けを彼らの近似勝者決定方法に用いた場合，単一バンドル選好の入札者を仮定しても真実申告最良とはならないことを示している [14]．

ここで起きる主な問題は，勝者が支払うべき価格が，勝者が入札した価格よりも高くなってしまうという現象から生じる．勝者決定方法が近似である場合，勝者となった入札者を除いて改めて勝者決定を行った場合の勝者の総入札価格が，むしろ高くなってしまう場合がある．つまり，$\alpha_n > \sum_{i \in N} v_i(S) x_i(S)$ となる場合である．その場合，VCG による価格付けは，その勝者の入札価格よりも高いものになってしまうため，勝者は落札したことによって効用が負となってしまい（つまり個人合理性を明らかに満たさず），勝者に対して真実の評価値より低い価格を申告することで落札されないようにしたいと思う誘因を与えてしまう．

Lehmann らの手法では，greedy な割り当てに特化した勝者価格決定方法を導入することで，この問題を回避している [14]．しかしながら，Lehmann らの勝者決定方法は，逐次更新に基づくアプローチなどの，他の勝者近似手法にはそのままでは適用できない．また，このオークションが真実申告最良性を満たすのは，入札者に対して単一バンドル選好を仮定したときのみである [14] のに対し，ダミー財を用いた XOR 入札を用いてしまうと，１つの入札者が複数の財バンドルに対する入札を持つことになるため，この単一バンドル選好の条件が満たされなくなる．この点についての議論は，文献 [14] では述べられていない．

より厳密に議論を行うことを考えると，真実申告最良性を満たすためには，最適勝者を求め，VCG による価格付けが行われるだけでは十分ではない．たとえば，扱う問題が「オンラインオークション問題」である場合，すなわち，オークションへの参加や離脱が自由であり，そのオークションがその場面ごとに勝者を決定していかなければなら

ない場合には，これらの条件が満たされた場合であっても真実申告最良性が満たされないことが，示されている [17].

2.4 留保価格と勝者決定近似による価格決定

単純な組合せオークションでは，入札は，そこで買うことのできる財に対する買い手によって行われる．一方で，電力市場などでは，電力を売る側が，それを売るために入札を行いたい場合もある．このような，売り手と買い手の双方が入札を行う場合を,「ダブルオークション」と呼び，これは組合せオークションにも拡張できる [18]．組合せダブルオークションを資源割当てに適用するための検討としては，たとえば，Wang らの，信頼に関する拡張を行った適用事例 [19] などがある．

一方で，ダブルオークションではない，単方向のオークションであっても，ある財に対する最低落札価格に相当する金額を売り手自身が入札してしまうことは可能であり，この最低落札価格を「留保価格 (reserve price)」と呼ぶ．

留保価格入札を含む組合せオークションは，一見するとダブルオークションのようにも見えるが，たとえば，財を売る場合の組合せを規定したり，落札された財に対する支払価格を売り手へ分配したりする仕組みが必ずしも用意されない点で異なる．

留保価格入札を含む組合せオークションを近似的に解く場合，財の組合せが，その財それぞれの留保価格の合計よりも低い金額が支払い価格とされてしまう場合がある．

たとえば，Lehmann の組合せオークション近似 [14] について，各入札に対して計算される重み値 $a/|s|^c$ の計算に $c = 1$ が用いられる場合，すなわち，重み値に財１つあたりの平均価格が用いられる場合で，留保価格入札が単一財に対する入札のみから構成される場合であれば，ある入札 $x_i(S)$ に対する落札額は，最も高い留保価格を取る財 $s' \in S$ の留保価格に，入札対象となっている財の総数 $|S|$ を乗じたものとなるため，この入札 $x_i(S)$ に対する支払い価格は，財バンドル S に対する留保価格の合計よりも高くなることが保証される．一方で，たとえば，$c = 0$ のとき，すなわち入札価格そのものが各入札に対する重み値として用いられるような場合には，たとえば仮に $S = \{s_1, s_2\}$ であり，それぞれの留保価格が同じ $p_r > 1$ であり，入札 $x_i(S)$ への入札価格 $v_i = p_r + 1$ である場合で，ほかに入札がない場合，その支払い価格は $p_r + 1 < 2 \cdot p_r$ となることから，留保価格の合計である $2 \cdot p_r$ よりも低い価格となってしまう．このような現象は，$c = 0$ でなくとも，$c < 1$ の条件下であれば起きる可能性がある．

2.5 留保価格を導入可能な価格付け

これまでに，文献 [11] で，複数ユニット組合せオークションを高速に近似する方法について述べている．文献 [11] で提案された価格付けアルゴリズム transformToSWPM は以下の通りである．アルゴリズム transformToSWPM は，入力として $Alloc$, L, および $Stocks$ をとり，それぞれ，そのオークションにおける初期近似割当勝者の集合，そのオークションに対する全入札の集合，およびそのオークションにおける各財の在庫数である．

```
function transformToSWPM(Alloc, L, Stocks)
  RemainBids:= L - Alloc;
  sortByLehmannC(RemainBids);
  clear(payment);
  for each b ∈ Alloc
    RestStocks:=getRestStocks(Alloc − {b}, Stocks);
    AllocForB:=greedyAlloc(RestStocks, RemainBids);
    NewAlloc:=Alloc-{b} + AllocForB;
    if price(Alloc) < price(NewAlloc) then
      return transformToSWPM(NewAlloc,L,Stocks);
    else payment_b = price(NewAlloc) − price(Alloc − {b})
  end for each
  return (Alloc,payment)
```

アルゴリズム transformToSWPM で得られた割当および価格付けでは，文献 [10] で示された強勝者価格単調性という性質を満たす [11]．すなわち，この方法で求められた勝者については，その勝者となった入札１つ１つに対して，その入札を勝者とせずにたの入札で greedy に残りの財に対する財の割当を決めたときに，その割当の効率性はもとの勝者に対するものを上回ることがないことが保証される．

なお，ここでは記述の簡略化のために，単一バンドル選好入札者を仮定している．この仮定を外す場合には，$\{b\}$ の部分をその同じ入札者からの入札集合すべてと置き換えたものを用いる [11].

2.6 留保価格の適用不可能性

文献 [14] や [6] などの，勝者決定を近似的に行ういくつかのアルゴリズムでは，単純に留保価格入札を導入しただけでは，その財の組合せに対する留保価格の合計よりも低い価格を提示した入札が勝者となってしまう場合がある．

すなわち，文献 [11] で提案された transformToSWPM では，その勝者近似アルゴリズムの特性が Lehmann らの近似割当 [14] に基づくため，留保価格条件 *(reserve price conditions)*，すなわち，留保価格以上の落札価格が常に保証されるという条件を満たさない [20].

2.7 留保価格を考慮した価格付け・割当調整アルゴリズム

アルゴリズム transformToSWPM を留保価格条件に合うようにするには，以下の transformToSWPMRP のように改変する [20].

```
function transformToSWPMRP(Alloc, L, Stocks)
  RemainedBids:= L - Alloc;
  sortByLehmannC(RemainedBids);
  clear(payment);
```

```
  for each b ∈ Alloc
    RestStocks:=getRestStocks(Alloc − {b}, Stocks);
    AllocForB:=greedyAlloc(RestStocks, RemainedBids);
    NewAlloc:=Alloc-{b} + AllocForB;
    if price(Alloc) < price(NewAlloc) then
      return transformToSWPMRP(NewAlloc,L,Stocks);
    else
    RemainedReserveBids:=getReservedBids(RemainedBids)
    AllocForR:=greedyAlloc(RestStocks, RemainedReserveBids);
      NewAllocR:=Alloc-{b} + AllocForR;
      if price(Alloc) < price(NewAllocR) then
        return transformToSWPMRP(NewAlloc,L,Stocks);
    else payment_b = price(NewAlloc) − price(Alloc − {b})
  end for each
  return (Alloc,payment)
```

ここで，関数 $getReservedBids(RemainedBids)$ は，ある集合のなかから留保価格入札としてマークされたものだけを取り出す．アルゴリズム transformToSWPMRP は，それぞれの勝者入札に対して，その財バンドルに対する (勝者でない) 留保価格入札の合計の最大値よりも入札価格がかならず高くなっていることを保証するための比較を追加で行う．

なお，文献 [11] にも述べた通り，本アルゴリズムでも，割当調整の場面で勝者数が減少することがないことが保証できることと，最適な割当が上界となり，かつ 0 でない入札価格の差の最小値 $\epsilon(B)$ は無限小でない有限の値であるため，本アルゴリズムの停止性は保証される．

3. 無線帯域割当に向けた課題

無線帯域の割当問題を，大きく分けて，使用する周波数帯 (の組合せ) の決定と，その周波数帯を用いて行う通信の分量の割当の 2 つの問題からなると考える．前者では，周波数帯が近接して使われた場合の干渉の問題があり，後者には，通信の衝突の度合いやプロトコルのオーバヘッドなどにより，割り当てた通信データ量の合計が，もともとの回線帯域の上限より小さくなる場合がある点が課題となる．また，周波数帯域割当では，使用する周波数帯やその電力により，使用できる通信距離や干渉が生じる範囲が異なる点が課題となる．また，電波の送出は，物理的には端末自体から特に制限なく行えてしまうことから，不正な利用に対しての対処方法が限られる点も課題となる．

文献 [12] では，TDMA(Time Domain Multiple Access) が完全に機能するという過程を置くことで，電波干渉などの複雑な枠組みに対する過度のモデル化の複雑さを回避し，戦略的操作不可能性 (strategy-proofness) を満たすメカニズムが実現可能であることを示している．一方で，文献 [12] の手法では，greedy な割当と比較して割当の効率性が下がる可能性が指摘される [12]．本論文で示すように，文献 [20] で提案する手法を用いることで割当の効率性を改善できる可能性があるが，[12] の手法のように戦略的操作不可能性を証明できるメカニズムではないため，この点の影響をさらに解析する必要がある．

4. まとめ

複数の無線周波数・帯域を効率的に利用しつつ，端末や基地局の効率的運用および省電力化を考慮した場合の，利用の必要性や緊急性をできるだけ正しく端末から申告させながらそれに基づいた効率的な割当を行う手法の実現について，大規模高速組合せオークションの近似手法を用いた無線帯域割当の効率化・省電力化に向けた試みとその課題について述べた．

複数ユニット組合せオークションの近似勝者決定・価格付け手法を留保価格に対応させるため方法について従来手法 [11] の限界について触れ，それに対応したアルゴリズムの特性についてまとめた．

提案手法に対するスケーラビリティの面での詳細な検討と，高速化の検討は今後の課題である．また，本提案手法の理論的な側面からの解析についても検討する必要がある．

謝辞 本研究の一部は，科学研究費補助金若手研究 (B)No.22700142，挑戦的萌芽研究 No.26540162，および総務省 SCOPE 若手 ICT 研究者支援事業 No.142106005 からの支援による．

参考文献

[1] Cramton, P., Shoham, Y. and Steinberg, R.: *Combinatorial Auctions*, The MIT Press (2006).

[2] Sandholm, T., Suri, S., Gilpin, A. and Levine, D.: CABOB: A Fast Optimal Algorithm for Winner Determination in Combinatorial Auctions, *Management Science*, Vol. 51, No. 3, pp. 374–390 (2005).

[3] McMillan, J.: Selling Spectrum Rights, *The Journal of Economic Perspectives* (1994).

[4] Ramchurn, S. D., Vytelingum, P., Rogers, A. and Jennings, N.: Agent-Based Control for Decentralized Demand Side Management in the Smart Grid, *Proc. 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems(AAMAS2011)*, pp. 5–12 (2011).

[5] Zurel, E. and Nisan, N.: An efficient approximate allocation algorithm for combinatorial auctions, *Proc. of the Third ACM Conference on Electronic Commerce (EC2001)*, pp. 125–136 (2001).

[6] Fukuta, N. and Ito, T.: Towards Better Approximation of Winner Determination for Combinatorial Auctions with Large Number of Bids, *Proc. of The 2006 WIC/IEEE/ACM International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2006)*, pp. 618–621 (2006).

[7] Fukuta, N. and Ito, T.: Fine-grained Efficient Resource Allocation Using Approximated Combinatorial Auctions–A Parallel Greedy Winner Approximation for Large-scale Problems, *Web Intelligence and Agent Systems: An International Journal*, Vol. 7, No. 1, pp. 43–63 (2009).

[8] Fukuta, N. and Ito, T.: Periodical Resource Allocation Using Approximated Combinatorial Auctions, *Proc. of The 2007 WIC/IEEE/ACM International Conference*

on Intelligent Agent Technology(IAT2007), pp. 434–441 (2007).
[9] Fukuta, N. and Ito, T.: An Experimental Analysis of Biased Parallel Greedy Approximation for Combinatorial Auctions, *International Journal of Intelligent Information and Database Systems*, Vol. 4, No. 5, pp. 487–508 (online), DOI: 10.1504/IJIIDS.2010.035773 (2010).
[10] Fukuta, N.: Toward a VCG-like Approximate Mechanism for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions, *Proc. IEEE/ACM/WIC International Conference on Intelligent Agent Technology(IAT2011)*, pp. 317–322 (2011).
[11] Fukuta, N.: An Approach to VCG-like Approximate Allocation and Pricing for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions, *Journal of Information Processing*, Vol. 21, No. 1, pp. 9–15 (online), DOI: 10.2197/ipsjjip.21.9 (2013).
[12] Kash, I. A., Murty, R. and Parkes, D. C.: Enabling Spectrum Sharing in Secondary Market Auctions, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, Vol. 13, No. 3, pp. 556–568 (2014).
[13] Leyton-Brown, K., Pearson, M. and Shoham, Y.: Towards a Universal Test Suite for Combinatorial Auction Algorithms, *Proc. of ACM Conference on Electronic Commerce (EC2000)*, pp. 66–76 (2000).
[14] Lehmann, D., O'Callaghan, L. I. and Shoham, Y.: Truth revelation in rapid, approximately efficient combinatorial auctions, *Journal of the ACM*, Vol. 49, pp. 577–602 (2002).
[15] Hoos, H. H. and Boutilier, C.: Solving Combinatorial Auctions using Stochastic Local Search, *Proc. of the Proc. of 17th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI2000)*, pp. 22–29 (2000).
[16] Nisan, N. and Ronen, A.: Computationally feasible VCG mechanisms, *Proc. of ACM Conference on Electronic Commerce*, pp. 242–252 (online), available from ⟨citeseer.ist.psu.edu/nisan00computationally.html⟩ (2000).
[17] Hajiaghayi, M. T., Kleinberg, R. and Parkes, D. C.: Adaptive limited-supply online auctions, *Proc. 5th ACM Conference on Electronic Commerce (EC'04)*, pp. 71–80 (2004).
[18] Xia, M., Stallaert, J. and Winston, A. B.: Solving the combinatorial double auction problem, *European Journal of Operational Research*, Vol. 164, pp. 239–251 (2005).
[19] Wang, K., Li, L., Hausheer, D., Liu, S., Li, W., Shi, D., He, G. and Stiller, B.: A trust-incentive-based combinatorial double auction algorithm, *Proc. of IEEE Network Operations and Management Symposium (NOMS2010)*, pp. 209–215 (2010).
[20] Fukuta, N.: An Approximation Approach for Large-scale Multi-unit Combinatorial Auctions with Reserve-price Biddings, *Proc. 3rd IIAI International Conference on Advanced Applied Informatics (IIAI AAI2014)*, pp. 487–492 (online), DOI: 10.1109/IIAI-AAI.2014.103 (2014).