4ZC-9

仮想絵具のための連続関数近似を用いた液滴シミュレーション

馬場銀河 † 齋藤豪 † ††
† 東京工業大学 大学院 情報理工学研究科 †† お茶の水女子大学 大学院 人間文化創成科学研究科

1 はじめに

計算機上の絵具シミュレータには、データの保存性から得られる様々な利点があり、需要が見込める。絵具シミュレーションの先行研究として、支持体上の絵具を液体とみなし、液体運動シミュレーションを行うことで絵具表現を行う手法が広く提案されている。液体の計算に三次元データ構造を用いる場合 [1]、液体の挙動をより正確に表現することが可能となるが、その分計算コストも上昇する。また二次元データ構造を用いて液体の計算をする場合には [2, 3]、計算速度の向上が見込めるが精度の高い液体表現のための工夫が必要となる。本研究では、二次元格子を用いて高速な演算を可能としながら絵具の厚み表現を行い、且つ体積保存可能な液滴シミュレーションを用いて絵具表現を行う。また格子内の連続関数近似を用いて滑らかな液体表面を生成する。

2 液体計算

2.1 計算アルゴリズム

本研究では液体の状態を、支持体からの高さ h[mm] と速度 $\boldsymbol{u} = (u, v)$[mm/s] によって表す。高さおよび速度のラグランジュ微分はそれぞれ式 (1)(2) のように表される。

$$\frac{Dh}{Dt} = -\frac{\partial hu}{\partial x} - \frac{\partial hv}{\partial y} \tag{1}$$

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\frac{1}{10^3\rho}\nabla p + (\mu+\lambda)\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{u}) + \mu\nabla^2\boldsymbol{u} + \frac{\boldsymbol{F}}{10^3} \tag{2}$$

ここで $\rho, p, \mu, \lambda, \boldsymbol{F}$ はそれぞれ密度 $[kg/m^3]$、圧力 $[kg/m\cdot s^2]$、動粘性係数 $[mm^2/s]$、第二動粘性係数 $[mm^2/s]$, 単位質量あたりに働く外力 $[m/s^2]$ を表す。式 (1)(2) をそれぞれ非移流項と移流項とに分けて計算し、前者には差分法、後者には M 型 RCIP 法 [4] と後述の差分マップを用いてそれぞれ解を得る。データ h, u, v は二次元格子の格子点上に配置し、また CIP 法の計算に必要となる x および y 方向の空間微分値もそれぞれについて同様に格子点上に配置する。また液体の体積を、全領域における支持体からの高さ h の総和であるとする。

2.2 M 型 RCIP 法と差分マップ

二次元の移流計算を解くために、一次元の RCIP 法を x 軸方向と y 軸方向それぞれに対して適用する M 型解法を用いる。

一般的に、RCIP 法では計算の前後で物理量の保存性が保証されない。本研究では液体の体積保存を達成するため、格子点 x_i の時刻 n における高さ h_i^n と、RCIP 法により求めた時刻 $n+1$ における高さ h_i^{n+1} との差を計算して一時的に保存する。この時、格子点 x_i での高さの増分 dh_i は上流点から液体が運ばれてくることによるものであると仮定し、上流点での時刻 n における高さ h_{iup}^n を超えないものとして式 (3) で得る。

$$dh_i = \min(h_i^{n+1} - h_i^n,\ h_{iup}^n) \tag{3}$$

計算格子における高さの増分 dh_i と上流格子における減少分 $-dh_i$ を図 1 のように差分マップ dh に保存する。この時差分マップ dh は総和が常に 0 で一定となる。全格子点に対する移流計算が終わった後、元の高さデータ h^n と差分マップ dh の和をとることで最終的な移流計算の結果とする (図 2)。

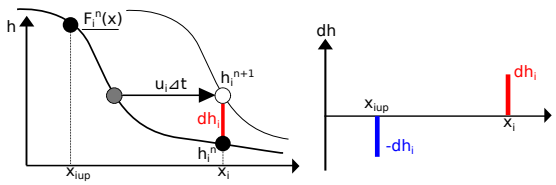

図 1: 差分の計算 (左) と差分マップへの保存 (右)

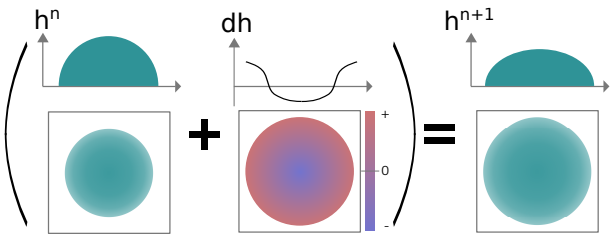

図 2: 差分マップによる高さデータの更新

Drop simulation with continuous function approximation for virtual painting
† Ginga BABA
†† Suguru SAITO
Graduate School of Information Science & Engineering, Tokyo Institute of Technology (†)
Graduate School of Humanities and Science, OChanomizu University (††)

Copyright ©2014 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.

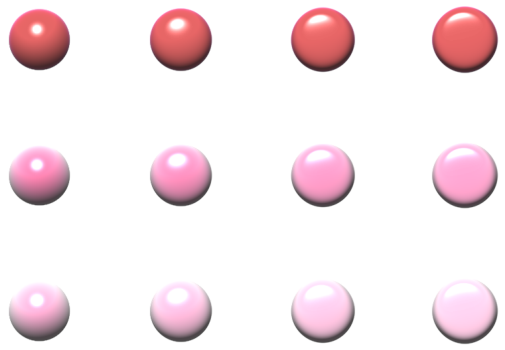

図 3: 異なる散乱係数を用いた着色

3 絵具表現方法

3.1 発色

絵具表現としての画像生成のために、拡散反射係数を Kubelka-Munk の式 [5] によって決定し、絵具の厚みに応じた発色と表面の陰を与える。また液面の持つ法線を元に反射光および屈折光ベクトルを計算し、鏡面反射と下地の色を与える。

3.2 連続関数近似による曲面の生成

本手法では各格子点が物理量とその空間微分値を保持する。そのため 4 格子点それぞれが持つ値と x 偏微分および y 偏微分の 12 情報から格子内部を連続関数で近似することにより、格子内部の情報を連続的に得ることが可能である。そこで関数近似により一格子につき 16 頂点データを生成し、滑らかな液体表面の表現を行った。

4 結果

二次元格子として 200×200 のデータ領域を用意し、格子間隔を $\Delta x = \Delta y = 0.1[mm]$、時間ステップを $\Delta t = 0.004[s]$ として液体計算を行った。

図 3 は Kubelka-Munk の式において異なる散乱係数を用いた際の、図 4 は下地が模様を持つ際の生成画像をそれぞれ示している。格子内の連続近似を用いて生成された液体表面を図 5 に示す。また図 6 は差分マップを用いる場合と用いない場合の体積保存率の推移データを示している。差分マップを用いることで、単純な RCIP 法の演算結果を用いるよりも優れた体積保存精度を実現可能な上、生成画像にも不自然さは見られなかった。

5 まとめと考察

二次元データ構造に対して RCIP 法と差分マップを適用することで、液体体積を保存しながらシミュレーションを行った。物理シミュレーションにより得られる高さ値に対して発色を計算することは、現実の絵具に近い表現を行う上で重要である。また格子内部を連続関数で近似することにより、滑らかな液体表面を生成することが可能であることを示した。滑らかな液体表面を計算し、精度よく液面の法線を得ることは、光路の計算や絵具の重ね塗り表現を行うために不可欠であり、絵具らしさを増すための重要な要素となる。

今後は絵具の垂れる表現や混色を実装することで、現実の絵具の挙動により近づくものと考えられる。

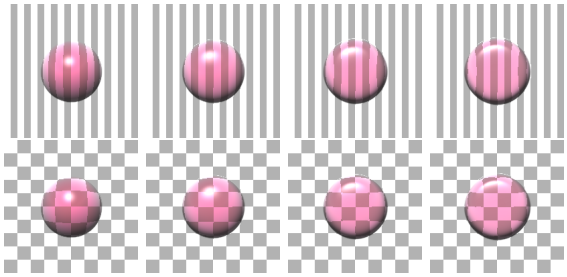

図 4: 屈折効果の計算

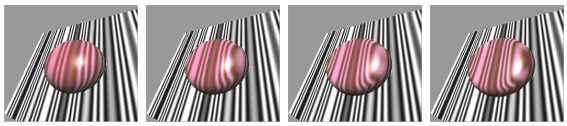

図 5: 液体表面の立体表示

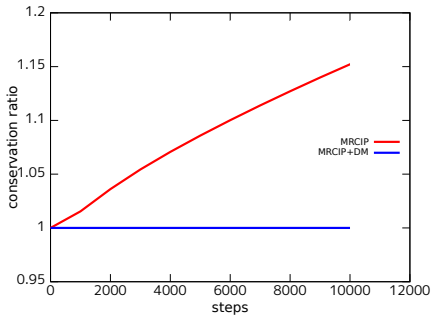

図 6: 体積保存率の推移

参考文献

[1] W. Baxter, Y. Liu, and M.C. Lin. A viscous paint model for interactive applications. *Computer Animation and Virtual Worlds*, Vol. 15, No. 3-4, pp. 433–441, 2004.

[2] 竹本義孝, 齋藤豪. 描画支持体上における絵具のシミュレーション. IPSJ 第 74 回全国大会論文集.

[3] 窪田潤, 齋藤豪, 中嶋正之. D-11-104 油絵の具の粘性モデルに関する研究 (d-11. 画像工学 d(画像処理・計測), 一般講演). 電子情報通信学会総合大会講演論文集, No. 2, p. 104, mar 2006.

[4] 矢部孝, 内海隆行, 尾形陽一. CIP 法　原子から 宇宙まで解くマルチスケール解法. 森北出版株式会社, 2003.

[5] P. Kubelka. New contributions to the optics of intensely light-scattering materials. part i. *JOSA*, Vol. 38, No. 5, pp. 448–448, 1948.

Copyright ©2014 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.