4ZC-8

氷結による亀裂のビジュアルシミュレーション

八木　貴志†　　岩崎　慶†
和歌山大学システム工学部†

1. はじめに

自然現象のビジュアルシミュレーションは，コンピュータグラフィックスの分野において重要な研究課題の 1つである．その中でも氷は映画や CM など様々な場面において使用されており，より写実的な表現が求められている．水道水などを凍らせてできる氷では，氷結時に膨張し変形や亀裂を生じる．このような不均一な変形や亀裂は氷を特徴付ける重要な要素である．

Seipel ら[1]は，亀裂や気泡を考慮した氷のリアルタイムレンダリング手法を提案している．この研究では，亀裂や気泡を表すテクスチャを前計算しておくことにより，亀裂や気泡を表現している．しかしながら，氷結アニメーションに適用することはできず，氷結時の体積膨張や変形についても考慮していない．

一方，O'Brien ら[2][3]は有限要素法を用いた破壊シミュレーション手法を提案している．この研究では弾塑性体変形シミュレーションを行い，物体内部における応力を計算することで，破壊が発生する箇所や破面の方向を決定している．

そこで本研究では，破壊シミュレーションを用い，氷結による亀裂の生成アニメーションを得る手法を提案する．

2. 弾塑性体変形シミュレーション

氷結中の氷では，氷によって閉じ込められた水が氷結する際に膨張し，既に氷結した部分を押し出すため変形が発生する．このとき氷は容器から圧力や摩擦力の影響を受けるため，不均一に変形する．このような現象をシミュレーションするために，本研究では有限要素法による弾塑性変形シミュレーションを用いる．

2.1 有限要素法

有限要素法は対象モデルを多面体の要素に分割し，その変形を連続体力学に基づいて計算する手法である．要素の境界には節点が配置されており，要素内部の物理量は各節点における値として計算される．モデル全体としての物理量は，要素ごとに計算された物理量を，共有する節点について足し合わせることで得ることができる．本研究では要素として四面体を用い，その頂点を節点とする．

2.2 弾性力計算

弾性力は力を加えられて変形している物体において，反作用として生じる力である．各要素の節点iにおける弾性力$\boldsymbol{f}_{[i]}$は，以下のように計算される．

$$\boldsymbol{f}_{[i]} = \frac{vol}{2}\sum_{j=1}^{4}\boldsymbol{u}_{[j]}\sum_{k=1}^{3}\sum_{l=1}^{3}\beta_{jl}\beta_{ik}\sigma_{kl} \tag{1}$$

ここでvolは四面体要素の体積，$\boldsymbol{u}$は節点の変位，$\boldsymbol{\beta}$は要素の初期形状によって定義される形状関数，$\boldsymbol{\sigma}$は応力であり，以下のように計算される．

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} + \lambda\mathrm{Trace}(\boldsymbol{\varepsilon})\boldsymbol{I} \tag{2}$$

ここで$\boldsymbol{\varepsilon}$はひずみ，μおよびλは弾性係数であるラメ定数，$\boldsymbol{I}$は単位行列である．

2.3 塑性変形

塑性変形は外力を取り去っても残る変形である．塑性変形は以下の手順によって表現することができる．

まず，合計のひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$から累積していた塑性ひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}^p$を差し引き，以下のように弾性成分のみのひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}^e$を計算する．

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p \tag{3}$$

次に，弾性ひずみには体積膨張成分が含まれているので，以下のようにこれを除去する．

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon}^e - \frac{\mathrm{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)}{3}\boldsymbol{I} \tag{4}$$

最後に，弾性ひずみの大きさ$\|\boldsymbol{\varepsilon}'\|$が弾性限界$\gamma$を超えていたならば，この超過分を塑性ひずみとして以下のように累積保存する．

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \frac{\|\boldsymbol{\varepsilon}'\| - \gamma}{\|\boldsymbol{\varepsilon}'\|}\boldsymbol{\varepsilon}' \qquad \text{if } \gamma < \|\boldsymbol{\varepsilon}'\| \tag{5}$$

以上の計算をタイムステップごとに行うことで，塑性変形を初期形状に変更を加えずに扱うことができる．

Visual Simulation of Cracks in Freezing Ice
† Takashi Yagi, Kei Iwasaki, Faculty of Systems Engineering, Wakayama University

Copyright ©2014 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.

2.4 膨張

強制変位を用いずに膨張を扱うために仮想変位を導入する．仮想変位$\boldsymbol{u}^{virtual}$は通常の変位と異なり形状の変化には反映させず，以下のように通常の変位から差し引き，弾性力計算にのみ用いる．

$$\boldsymbol{u}' = \boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}^{virtual} \tag{6}$$

このようにすることで，仮想変位を打ち消すように弾性力が生じるため，要素ごとの連続性を損なうことなく膨張を表現することができる．

2.5 圧力

氷と容器，および氷と氷の接触応答にはペナルティ法[4]を用いる．これは接触が発生したとき，物体同士の貫入量に応じて反力を与えるという手法である．この手法は計算が容易であるものの要素の貫入を許容するため，亀裂が正しくレンダリングされない可能性がある．このような問題を解決するため，要素の貫入が発生している亀裂には，微小な隙間を与えてレンダリングを行う．

2.6 摩擦力

氷と容器，および氷と氷が接触している際に発生する摩擦力には様々な現象が関係しているが，本研究ではクーロンの摩擦法則に従うものとする．したがって，摩擦力Fは垂直荷重Pに比例する力として以下のように計算される．

$$F = \alpha P \tag{7}$$

ここでαは摩擦係数である．

3. 破壊シミュレーション

分割に無関係な力を除いた弾性力の分散である分割テンソルを，節点ごとに以下のように計算する．

$$\boldsymbol{\varsigma} = \frac{1}{2}\left(-\mathbf{m}(\boldsymbol{F}^{+}) + \sum_{\boldsymbol{f}\in\{\boldsymbol{f}^{+}\}} \mathbf{m}(\boldsymbol{f}) + \mathbf{m}(\boldsymbol{F}^{-}) - \sum_{\boldsymbol{f}\in\{\boldsymbol{f}^{-}\}} \mathbf{m}(\boldsymbol{f}) \right) \tag{8}$$

ここで$\boldsymbol{f}^{+}$は節点に対して引張方向に働く力，$\boldsymbol{f}^{-}$は圧縮方向に働く力，$\boldsymbol{f} \in \{\boldsymbol{f}^{+}\}$は節点を共有する全ての要素で得られた$\boldsymbol{f}^{+}$を表しており，$\boldsymbol{F}^{+}$はその和である．また関数$\mathbf{m}$は自己相関行列を計算している．

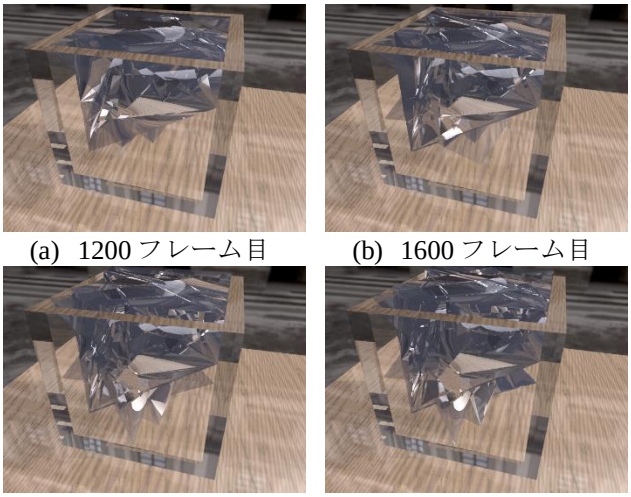
式(8)で得られた分割テンソルの最大の固有値v^{+}が物体の靭性τより大きいとき，その節点で破壊が発生すると考えることができる．またその際の破面の法線は，v^{+}に対応する固有ベクトル$\hat{\mathbf{n}}^{+}$として与えられる．このようにして決定された破面で四面体を分割することで，破壊を表現する．

4. 結果とまとめ

提案手法によるシミュレーション結果を図1に示す．このシーンは，内寸 10cm の容器内の水が，周囲から一様に氷結していく状態を想定している．氷のラメの第一定数は$8.64 \times 10^{10}(N/m^2)$，第二定数は$3.70 \times 10^{10}(N/m^2)$，密度は$916(kg/m^3)$，靭性は$3.00 \times 10^{6}(N/m^2)$とした．

初期要素数は 205，(a)のシーンでは要素数 215，破面ポリゴン数 35，(d)のシーンでは要素数 238，破面ポリゴン数 74 である．氷結が進むに従って亀裂が増加している様子のほか，塑性変形によって上部が不均一に変形している様子も見て取れる．

今後の課題としては，温度や圧力によって変化する氷の物性の考慮，氷結シミュレーションとの連携による精度向上，並列処理による高速化などが挙げられる．



(a) 1200 フレーム目　(b) 1600 フレーム目

(c) 2000 フレーム目　(d) 2400 フレーム目

図 1: 提案手法によるシミュレーション結果

参考文献

[1] S. Seipel, A. Nivfors, Efficient rendering of multiple refractions and reflections in natural objects, Proc. of the Annual SIGRAD Conference, pp. 1–6, 2006.

[2] J. F. O'Brien, J. K. Hodgins, Graphical modeling and animation of brittle fracture, Proc. of SIGGRAPH, pp.137-146, 1999.

[3] J. F. O'Brien, A. Bargteil, J. K. Hodgins, Graphical modeling and animation of ductile fracture, Proc. of SIGGRAPH, pp.291-294, 2002.

[4] M. Moore, J. Wilhelms, Collision detection and response for computer animation, Proc. of SIGGRAPH, pp.289-298, 1988.

Copyright ©2014 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.