

粒子群最適化における粒子間距離を用いた群形成方法

上鍋 秀幸[†]能登 正人[†]神奈川大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻[‡]

1 はじめに

近年、システムの大規模化、複雑化に伴い、様々な制約条件の下でシステムの効率や信頼性の向上が求められている。目的とする関数を最小化（最大化）するような変数を求める問題は最適化問題と呼ばれ、システムの設計、運用、制御を行う上では解決しなければならない問題の1つである。最適化問題を解決するアプローチの1つに、「群れ」としての振る舞いに着想を得た粒子群最適化（Particle Swarm Optimization: PSO）がある[1]。PSOは、単純なアルゴリズムであり、実現が容易な上、汎用性が高く収束が早いといった特徴から、様々な分野での応用に用いられている手法である。しかし、自身のパラメータに探索性能が大きく左右される上、局所解を多数持つような問題に対しては、早期収束によって局所解に陥ってしまうといった問題点が挙げられている[2]。

本研究では、局所解に陥りやすいPSOの改善を目的とし、粒子間距離による群形成方法を導入したPSOを提案する。

2 提案手法

通常のPSOでは、群内で発見した1つの粒子が持つ最良解に全ての粒子が引き寄せられるため、局所解に陥りやすいといった問題があった。そこで提案手法では、粒子の位置情報を利用して他の粒子とのユークリッド距離を算出し、一定の距離を設定することで各粒子は自身の周辺に存在する粒子とのみ群を形成する。そのため、群の数は粒子の数だけ存在し、自身が今いる位置周辺の探索をより細かく行うことが可能となり、より大域的な探索が可能となる。粒子 i と各粒子とのユークリッド距離 r_{ij} は、以下の式(1)を用いて算出する。

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2}, \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

式(1)を用いて粒子 i と全ての粒子とのユークリッド距離を計算し、平均距離 R_{ave_i} を算出する。

$$R_{ave_i} = \frac{\sum_{j=1}^m \sqrt{(x_i - x_j)^2}}{m - 1} \quad (2)$$

Swarm Formation using Distance between Particles in Particle Swarm Optimization

[†]Hideyuki Kannabe and Masato Noto

[‡]Graduate School of Electrical, Electronics and Information Engineering, Kanagawa University

各粒子が群を形成するための半径 R_i は、式(3)を用いて決定する。

$$R_i = R_{ave_i} + \text{rand}(R_{\max_i} - R_{ave_i}) \quad (3)$$

ここで、randは0~1の一様乱数、 $R_{\max_i}$ は粒子 i と最も離れた位置にいる粒子とのユークリッド距離である。

粒子 i は、半径 R_i 以内に存在する粒子と、群を形成することで情報の共有を行う。これにより、探索を行う上で問題の次元数や粒子数などを考慮して、手動で半径パラメータ R_i を設定する必要がなく、また、探索状況に応じて半径パラメータ R_i を動的に制御することも可能となる。

以下に提案手法のアルゴリズムを示す。

Step 0. [準備]

粒子の数 m 、重みパラメータ w 、 c_1 、 c_2 、 c_3 、および最大反復回数 $T_{\max}$ を与え、 $k = 0$ とおく。

Step 1. [初期化]

各粒子の初期位置 x_i^0 、初期速度 v_i^0 を実行可能領域内でランダムに与える。また、 $pbest_i^0 = x_i^0$ とし、 $gbest^0 = pbest_{i_g}^0$ とおく。ただし、 $i_g = \arg \min_i f(pbest_i^0)$ である。

Step 2. [$sbest$ の初期化]

各粒子は式(3)を用いて群形成のための半径 R_i を算出し、 $sbest_i^0 = pbest_{j_s}^0$ とおく。ただし、 $j_s = \arg \min_j f(pbest_j^0)$ 、 $R_i \geq r_{ij}$ である。

Step 3. [速度と位置の更新]

以下の式を用いて、速度 v_i^k と位置 x_i^k を更新する。

$$v_i^{k+1} = wv_i^k + c_1 \text{rand}_1(pbest_i^k - x_i^k) + c_2 \text{rand}_2(sbest_i^k - x_i^k) \quad (4)$$

$$+ c_3 \text{rand}_3(gbest^k - x_i^k) \\ x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (5)$$

Step 4. [$pbest$, $gbest$ の更新]

各粒子は現在と過去の最良値を比較し、 $pbest$ と $gbest$ の更新を行う。

if $f(x_i^{k+1}) < f(pbest_i^k)$

then $pbest_i^{k+1} = x_i^{k+1}$

else $pbest_i^{k+1} = pbest_i^k$

また、 $gbest^{k+1} = pbest_{i_g}^{k+1}$ とおく。ただし、 $i_g = \arg \min_i f(pbest_i^{k+1})$ である。

Step 5. [*sbest* の更新]

各粒子は式 (3) を用いて群形成のための半径 R_i を算出し, $\mathbf{sbest}_i^k = \mathbf{pbest}_{j_s}^k$ とおく. ただし,

$$j_s = \arg \min_j f(\mathbf{pbest}_j^k), \quad R_i \geq r_{ij}$$

である.

Step 6. [終了判定]

反復回数 k が最大反復回数 $T_{\max}$ に到達したならば, 最適解を $\mathbf{gbest}^{k+1}$, 最適値を $f(\mathbf{gbest}^{k+1})$ として終了. さもないければ, $k = k + 1$ として **Step 3.** へ行く.

3 シミュレーション実験

提案手法の性能を評価するために, 多くの局所解を持つ強い多峰性の Rastrigin 関数, 変数間に依存関係を持つ多峰性の Griewank 関数を用いたシミュレーション実験を行った. 従来の Gbest モデルの PSO と提案手法を比較することで, 提案手法の有用性を確認する.

(a) Rastrigin 関数

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f_a(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 5 \cos(2\pi x_i) + 5) \\ \text{subj. to} \quad & -5.12 \leq x_i \leq 5.12 \\ & \mathbf{x}^* = (0.0, \dots, 0.0), \quad f_a(\mathbf{x}^*) = 0.0 \end{aligned} \quad (6)$$

(b) Griewank 関数

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & f_b(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \\ \text{subj. to} \quad & -600 \leq x_i \leq 600 \\ & \mathbf{x}^* = (0.0, \dots, 0.0), \quad f_b(\mathbf{x}^*) = 0.0 \end{aligned} \quad (7)$$

シミュレーション実験での PSO の各種パラメータは $w = 0.6$, $c_1 = 1.8$, $c_2 = 1.8$, とし, 提案手法の各種パラメータは $w = 0.6$, $c_1 = 1.8$, $c_2 = 1.9$, $c_3 = 0.25$ とした.

4 結果と考察

各手法共通で粒子数は $m = 60$, 次元数は $n = 30, 100$ の場合とし, 5000 回探索 ($T_{\max} = 5000$) を 1 試行として, 100 回試行したときの最良値 $f(\mathbf{gbest})$ の平均値, 最小値, 最悪値を表 1 に示す. また, $n = 100$ における Rastrigin 関数, Griewank 関数の最良評価値の推移を図 1, 図 2 にそれぞれ示す.

表 1: シミュレーション結果

		Rastrigin		Griewank	
		$n = 30$	$n = 100$	$n = 30$	$n = 100$
PSO	最良値	10.889	173.241	0.00	1.443E-15
	最悪値	55.437	357.364	8.806E-02	2.149
	平均値	28.590	248.595	1.222E-02	1.266E-01
提案手法	最良値	7.919	83.313	0.00	8.577E-10
	最悪値	39.598	339.655	6.641E-02	2.346E-01
	平均値	22.581	137.685	1.139E-02	1.791E-02

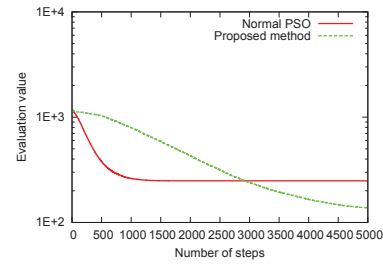


図 1: 最良値の推移 (Rastrigin 関数 : $n = 100$)

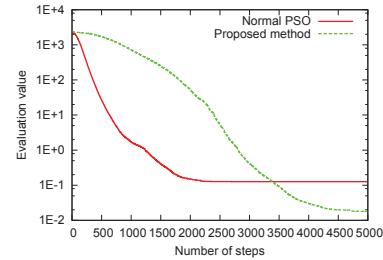


図 2: 最良値の推移 (Griewank 関数 : $n = 100$)

表 1 から, Rastrigin 関数では, 最良値, 最悪値, 平均値の全てにおいて提案手法が優っている. また, 図 1, 図 2 から, PSO の問題点であった早期収束が提案手法では抑えられていることが確認できる. これは, 各粒子がそれぞれ半径 R_i を用いた群を形成することで, 初期段階では広域探索を行い, 反復するにつれ最良解に収束していったためである. 以上の結果から, 提案手法は早期収束を抑え, また, 局所解に陥りにくいということが言える.

5 おわりに

本研究では, 局所解に陥りやすい PSO の改善を目的とし, 粒子間距離を用いた PSO の群形成方法を提案した. シミュレーション結果から提案手法は従来の PSO に比べて, 各粒子はより広域探索が可能となり, 局所解に陥りにくいということが分かった.

今後は, 各種パラメータの最適な設定や, 他のベンチマーク関数やメタヒューリスティクスを用いて性能の比較, 検討を行う予定である.

参考文献

- [1] Kennedy, J. and Eberhart, R. C.: Particle Swarm Optimization, *Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942–1948 (1995).
- [2] Sugimoto, M., Haraguchi, T., Matsushita, H. and Nishio, Y.: Particle Swarm Optimization Containing Characteristic Swarm, *Proc. of IEEE International Workshop on Nonlinear Maps and their Applications*, pp. 87–90 (2009).