

1次元レギュラーネットワークにおいて、 リンクの太さの不均一性が協力の進化を促す条件

岩田 学[†] 秋山 英三[‡]

筑波大学大学院システム情報工学研究科[†] 筑波大学システム情報系[‡]

1 はじめに

囚人のジレンマの状況における協力の進化については様々な分野で研究が成されているが、協力を促すメカニズムの1つに「ネットワーク互惠」がある。これは、空間的制約等により特定の相手のみと付き合う場合に、集団内に協力者同士の塊が生じ、協力が進化するものである。

ネットワーク互惠に着目した研究は数多くあるが、これらの多くは、集団内のプレイヤー同士の付き合いの頻度や量（ネットワークにおけるリンクの太さ）を皆均一であると仮定しており、現実的ではない。そこで、本研究では、プレイヤー間のリンクの太さのばらつきが協力行動の進化に影響を与えるメカニズムを分析する。

2 モデルの概要

本研究では、進化ゲームの枠組みに従い、囚人のジレンマゲームを行う。計算については、理論計算及びシミュレーションを用いる。

(a) 10,000人のプレイヤーを1次元レギュラーネットワーク上に配置する。各プレイヤーは太さ w_r の太リンクと太さ w_c の細リンクを1本ずつ有し、隣接した2人の相手と繋がれる。また、リンクの太さ (w_r 及び w_c) は、全プレイヤーが同一の値を取るものとする。

(b) 各プレイヤーは「協力」あるいは「裏切」のいずれかの戦略を取り、隣接した相手とゲームを行う。プレイヤーは、表1の利得行列に従う利得に対戦相手とのリンクの太さを乗じた値を得るものとし、全対戦の獲得利得の合計をそのプレイヤーの総利得とする。

表1 囚人のジレンマの利得行列

	協力	裏切
協力	(1, 1)	(0, b)
裏切	(b, 0)	(0, 0)

(c) 全対戦終了後、プレイヤーは隣接したプレイヤーのうち最も総利得の高いプレイヤーの戦略を模倣し、自身の次ラウンドでの戦略とする。
(d) (b)~(c)までを1ラウンドとし、これを(a)の後に定められたラウンド数だけ繰り返す。
(e) 協力者を裏切るときに得る利得を b とする ($b=1.1, 1.2, \dots, 1.9$)。プレイヤー間のリンクの太さは、 $w_c \in [0, 1]$, $w_r = 2.0 - w_c$ とする。

3 結果と分析

集団内で協力が進化する条件を探るため、まず1人の協力者の戦略が集団内で広がる条件を調べた。自身と相手の戦略（協力または裏切）の組合せから、1人のプレイヤーが得られる総利得は、表2に示す8通りが考えられる。

表2 1人のプレイヤーが得る総利得

細リンクの相手	太リンクの相手	総利得	
		自分が協力	自分が裏切
協力	協力	2.0	2b
協力	裏切	w_c	$w_c b$
裏切	協力	w_r	$w_r b$
裏切	裏切	0	0

表2に基づき、1人の協力者の総利得が1人の裏切者の総利得を上回るための w_r の条件を求めた。この結果、リンクで繋がれた相手の戦略により「 $w_r > w_c b$ 」と「 $2.0 > w_r b$ 」の2通りが考えられ、 $w_c = 2.0 - w_r$ から「条件1: $w_r > 2b / (b+1)$ 」または「条件2: $w_r < 2/b$ 」が得られる。これより、1人の協力者の戦略が隣接者に伝搬するための条件が、リンクの太さ w_r で示された。

上述の条件は、集団内での協力の進化にも対応している可能性がある。これを調べるため、まずシミュレーション計算を行い、リンクの太さ w_r と協力率（集団内の協力者の数の割合）との関係を分析した。各試行において、1,000~1,100ラウンド間の協力率の平均値を算出し、100試行の平均を最終出力値とした。

“The condition that heterogeneity of link thickness enables the evolution of cooperation on one-dimensional regular network.”

[†]Manabu Iwata, Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba

[‡]Eizo Akiyama, Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba

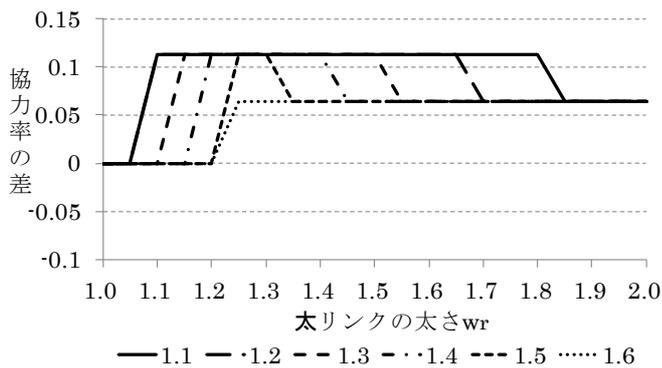


図1 太リンクの太さ w_r と協力率 ($b \leq 1.6$)

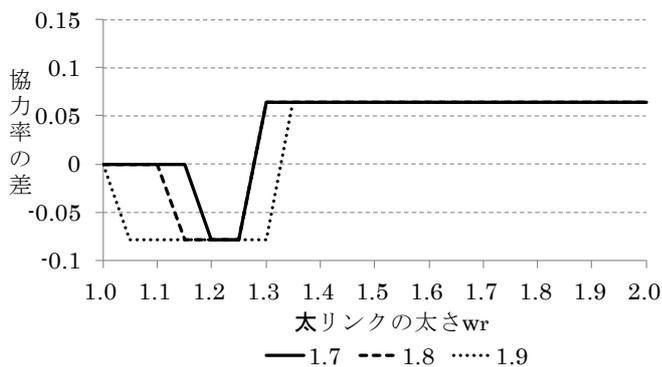


図2 太リンクの太さ w_r と協力率 ($b \geq 1.7$)

計算結果を図1及び図2に示す。グラフの横軸は、太リンクの太さ w_r を示す。縦軸は、リンクの太さが不均一な場合に、均一な場合よりも協力率がどの程度高いのかを示す。図1の6本の線は $b \leq 1.6$ に、図2の3本の線は $b \geq 1.7$ に対応する結果である。図1より、 $b \leq 1.6$ の場合、太リンクの太さ w_r が大きいほど（即ち、太さが不均一であるほど）協力率が高い。一方、図2より、 $b \geq 1.7$ の場合は w_r がある閾値に達するまでは太さが均一な場合の方が協力率が高いが、それを超えると不均一な方が協力率が高くなる。

次に、先程導出した「協力者の総利得が裏切者を上回るための w_r の条件」が、集団全体の協力率についても対応しているか否かを調べた。

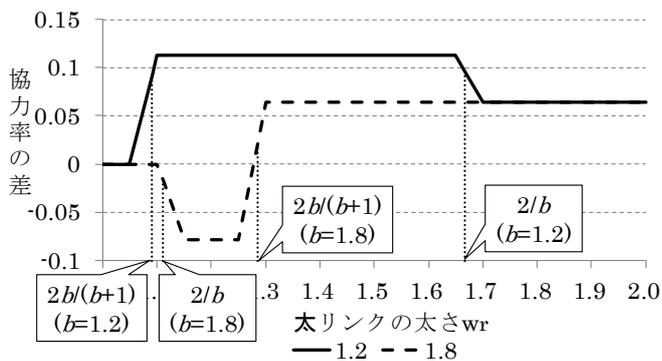


図3 太リンクの太さ w_r と協力率 ($b = 1.2, 1.8$)

前述の条件1の「 $2b/(b+1)$ 」及び条件2の「 $2/b$ 」の大小関係については、 $b \leq 1.6$ のときには $2b/(b+1) < 2/b$ となり、 $b \geq 1.7$ のときには $2b/(b+1) > 2/b$ となる。前者の例として $b = 1.2$ のときの協力率を、後者の例として $b = 1.8$ のときの協力率を図3に再掲する。 $b = 1.2$ では条件1及び条件2の両方を満たす w_r の範囲で協力率が高く、 $b = 1.8$ では条件1または条件2のいずれかを満たす w_r の範囲で協力率が高い。つまり、「1人の協力者の総利得が1人の裏切者を上回る」ような w_r の範囲において、集団の協力率も高くなるといえる。以上より、協力の進化を促進するためのリンクの太さ w_r の条件が、「 $w_r > 2b/(b+1)$ 」及び「 $w_r < 2/b$ 」で表されることを示した。

最後に、 w_r の条件による協力の進化は、集団がどのような構造を持つ時に起こりやすいかを調べた。プレイヤー数8のレギュラーネットワークを考え、全初期条件（プレイヤーの初期戦略の組合せで、 $2^8 = 256$ 通り）について構造を調査した。結果、太リンクで繋がれた「協力者同士の塊」と「裏切者同士の塊」が隣接する構造（図4）が集団内にある時、リンク太さのばらつきが協力率の上昇を促しやすいことを確認した。

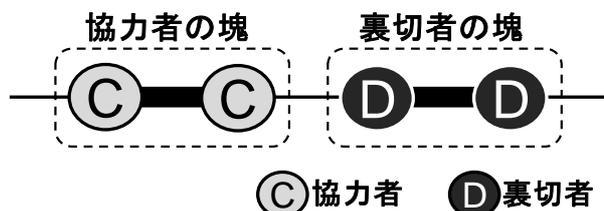


図4 協力者の塊と裏切者の塊が隣接した構造

4 おわりに

本研究では、1次元レギュラーネットワークにおいて、プレイヤー間のリンクの太さのばらつきが協力の進化に与える影響を分析した。まず理論計算を行い、1人の協力者の利得が裏切者を上回るためのリンクの太さ w_r の条件「 $w_r > 2b/(b+1)$ 」及び「 $w_r < 2/b$ 」を導出した。次にシミュレーションを行い、これらが集団の協力率にも対応することを確認し、協力が進化するためのリンク太さの条件を示した。また、集団内に特定の戦略の塊が隣接してできるとき、上述のような協力の進化が促進されやすいことを発見した。

参考文献

- [1] Nowak, M. A., May, R. M., *Nature*. Vol. 359, pp. 826-829 (1992).
- [2] Du, W., Zheng, H., Hu, M., *Physica A*. Vol. 387, pp. 3796-3800 (2008).