

結合相関を持つ Scale-Free ネットワーク上の カスケード故障に対する防御戦略

林 幸雄[†] 宮崎 敏幸[†]

小さな初期故障源から次々と過負荷状態を引き起こすカスケード故障は、電力崩壊やインターネットの渋滞、企業連鎖倒産などにも見られ、ときとして大規模な被害を招く。その故障規模は、ネットワーク上の負荷や容量の分布だけでなく、ネットワークの結合構造にも依存するため、現実の多くのネットワークに共通する scale-free (SF) 構造に着目した防御策の検討が重要となる。本論文では、社会的あるいは技術・生物的ネットワークの特徴である結合相関を持つ SF ネットワーク上のカスケード故障を分析し、応急処置的な配線替えによる防御戦略を提案する。シミュレーションの結果、結合相関のタイプに従って故障規模が異なることや、負荷の耐性容量に多少余裕があれば、提案した防御戦略が従来のノード除去に基づく防御戦略よりも効果的であることが分かった。

Defence Strategies for Cascading Failures on Scale-Free Networks with Degree-degree Correlations

YUKIO HAYASHI[†] and TOSHIYUKI MIYAZAKI[†]

Cascades of overload failures triggered by small initial failures or attacks are sometimes occurred and propagated to very large damage such as blackout of power grid, packet congestion in the Internet, chain reaction bankruptcies, and so on. Since the damaged size depends on the heterogeneously distributed load or capacity and the topological structure of network, it is very important to study defense strategies on the scale-free (SF) structure that found in many real networks. We investigate the cascading failures on SF networks with degree-degree correlations which is one of the characteristics in social or technological/biological networks, and propose a defense strategy based on emergent rewiring. Simulation results show that the differences of damaged size appear on the networks according to the types of degree-degree correlations, and that our proposed defense strategy is more effective than the conventional defense strategy based on intentional removals, when the tolerant capacity of load is reasonable and not so limited.

1. はじめに

カスケード故障は、小さな初期故障源から過負荷故障が次々と起き、大規模な故障に至る現象で、社会システムや技術インフラなどのさまざまなネットワークに広く見受けられる。たとえば、登坂や低速車をきっかけとして発生する高速道路の渋滞、インターネットにおける大量データの中継や高頻度アクセスがサーバやルータに集中することでレスポンスが急低下する現象、2003年の米国北東部の大停電事故などの電力崩壊、業績低迷や資金調達が滞ることから起こる企業の連鎖倒産や通貨危機などは、広い意味でのカスケード故障としてとらえられる。これらの共通点は、各ノ

ドにかかる負荷が許容量（あるいは各リンクの回線容量）を超える機能停止状況が雪崩的に引き起こされることであるが、こうしたカスケード故障による被害の大きさは、ネットワーク上の負荷や容量の（非一様な）分布や（故障伝播に関わる）ネットワークの結合構造に依存するものと考えられ、その複雑なダイナミクスを解明し、効果的な防御策を検討することが重要な研究課題となっている。ここで、ゲートでの入車制限、TCP フロー制御、部分的な電力系統遮断、為替への政府介入などによって、被害拡大が多少抑えられるかもしれないが、そうした対策が施されているにもかかわらず、電力崩壊をはじめとした大被害が（頻度は低いものの）現実に起こっていることや、インターネットなどにおける（プロトコルの各層における）局所的処置の相互作用による長距離あるいは長時間にわたる影響の重要性^{1),2)} などから、ネットワーク構造と被害

[†] 北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科
School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

伝播に関する基本特性を把握することは、その複雑なダイナミクスの理解と具体的な対策の検討にとって大いに意義がある。したがって、本論文は、起こりうるかもしれない被害の見積りや、事前の対策とその効果を検討するための指針を与えるもので、特に、中央制御を持たない分散システムとして、ネットワークの構造的特徴による被害伝播の特性とその防御策の有効範囲について議論する。

さて、知人関係や企業間取引などの社会システム、WWW やインターネットなどの技術インフラ、遺伝子やタンパク質などの生物系における多くのネットワークは、構成要素や対象の違いによらず、その次数（リンク数）分布がべき乗則 $P(k) \sim k^{-\gamma}$, $2 < \gamma < 3$ に従う、scale-free (SF) と呼ばれる共通の結合構造を持つことが明らかになっている³⁾。すなわち、現実の多くのネットワークはまったくランダムでも規則的でもなく、小さな次数を持つ大多数のノードと、大きな次数を持つ極少数のハブで構成される特徴的な構造を持つ。こうした SF 構造は偶然の産物ではないようで、ノード間の最大距離（到達に必要なステップ数の最大値）を表すネットワークの直径が小さく⁴⁾、優れた連結特性を持つ⁵⁾とともに、経済的かつ効率的である（比較的少ないリンク総数でお互いに短い距離で通信できる⁶⁾）などの利点を持つ。しかも、その構成原理を示唆する、さまざまな SF ネットワークモデルも提案されている^{3),7),8)}。さらに最近の実測から、SF ネットワークは結合相関（次数 k のノードの隣接ノードの平均次数 $\langle k_{NN} \rangle$ ）という指標でより詳細に分けられ、社会的ネットワークでは同程度の次数を持つノードどうしが結合しやすい正相関の傾向があり、技術・生物ネットワークでは低-高の異なる次数を持つノードどうしが結合しやすい負相関の傾向がある^{9)~11)}。

そこで、現実のネットワークに存在する SF 構造に着目したカスケード故障に関する研究が、近年活発に行われている。故障ノードの負荷を隣接ノードに順次再配分する砂山モデル¹²⁾ や母関数を用いたもの¹³⁾、ある物理量（伝達すべき情報やエネルギー）が最短経

路を通るとして負荷を定義したより単純化したモデル^{14)~16)}などが考えられている。しかしながら、カスケード故障に対する結合相関の影響まで考慮した研究はいまだない。

本論文では、上記の負荷定義¹⁵⁾に従い、結合相関を制御できる代表的な SF ネットワークモデル上のカスケード故障において、結合相関の正負による被害規模を分析し、その防御策を議論する。その際、従来の「いけにえ」的なノード除去による負荷軽減に基づく防御戦略¹⁷⁾に対して、応急処置的な配線替えに基づく防御戦略を提案し、それらの効果を比較検討する。ハブ間の結合傾向を表す結合相関を考えることは、被害拡大を起こしにくいネットワークの設計をも意図したもので、過負荷故障の相互作用のダイナミクスの観点から、自律的に成長するネットワークに代替ノードやバイパス経路を施すこと（次章のモデルのように結合相関が変化）が被害規模に与える影響を、それぞれ個々に調べるものである。

2. 可変な結合相関を持つ SF ネットワークモデル

これまでに提案された多くの SF ネットワークの生成モデルのうち、パラメトリックに結合相関を制御できるものは数少ない。しかも、いくつかの前提の上で結合相関を理論的に導出した複雑なモデル^{18),19)}以外で、実際のネットワークに無理なく適用可能な生成規則に基づくモデルはさらに限られる。そこで本論文では、可変な結合相関を持つ以下の代表的な SF ネットワークモデルに着目する。

2.1 Coupled Duplication Divergence モデル

Coupled Duplication Divergence (CDD) モデル²⁰⁾は、タンパク質のネットワーク生成過程を模式化したもので²¹⁾、図1のように以下の手順(1)–(4)に従って、局所的なリンク複写と除去を基本操作として成長する。リンク複写は、技術ネットワークにおいて

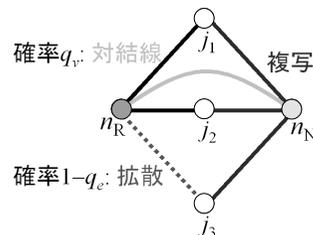
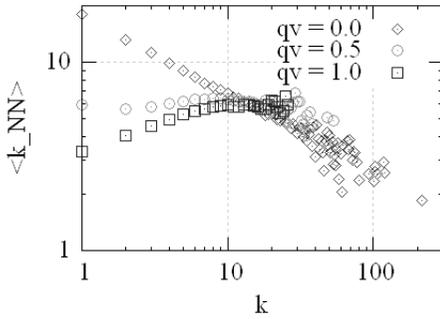
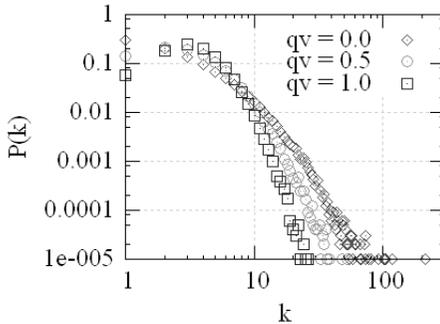


図1 CDD モデルにおける基本操作
Fig. 1 Basic process in the CDD model.

一方、各ノードの空間上の配置とリンクの物理的距離を考慮することはネットワーク設計にとって重要ではあるが、これらはトポロジ構造以外の性質であるので別の議論が必要。ここでの意味は、外部からの攻撃などで被害を受けた部分的なノードやリンクの除去によるネットワークの連結成分の耐性（どの程度まで連結成分が小さくなるか）を示すもので、本論文で扱うような容量は考慮されていない。カスケード故障では、たとえ連結成分に含まれていても容量を超えた箇所は機能停止の意味で内部崩壊し、そうした状況が次々と引き起こされるため、より大きな被害をもたらす。



(a) Degree-degree correlation



(b) Degree distribution

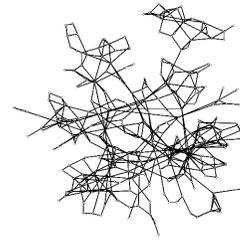
図2 CDD モデルで生成した SF ネットワークの (a) 結合相関 $\langle k_{NN} \rangle$ と (b) 度数分布 $P(k)$ ($N = 1,000$, $\langle k \rangle \approx 4$ の 100 個のネットワークの平均値)

Fig. 2 Degree-degree correlation $\langle k_{NN} \rangle$ and degree distribution $P(k)$ in SF networks generated by the CDD model (the average values of 100 realizations at $N = 1,000$ and $\langle k \rangle \approx 4$).

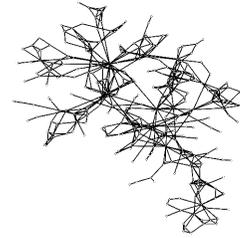
も常套手段で、負荷分散などの目的で同程度の機能を持つ代替施設（新ノード）を追加することに対応する。

- (1) 各時刻ごとに新ノード n_N を追加して、ネットワークから（空間的配置を考えていないので）一様ランダムに選んだノード n_R のリンクを複写する。
- (2) 確率 q_v で、 n_N と n_R の間の対結線を施す。 q_v の値を大きくするほど、類似した次数のノード間が結合しやすくなり、正の結合相関が強くなる。
- (3) n_R の隣接ノード j について、確率 $1 - q_e$ でリンク (n_R, j) が (n_N, j) を除去する。この操作は、結線の確率的な不正確さに相当する。
- (4) 以上の操作を、所望のサイズ（ノード総数） N まで繰り返す。

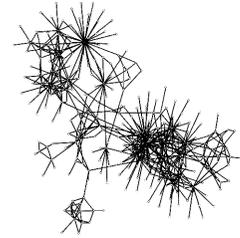
図2(a)に示すように、 q_v の値を0から1に変化させるに従って、負から正の相関（負から正のグラフの傾き）に制御できる。図2(b)は、度数分布がべき乗則に従うことを示している。また図3はそれぞれの



(a) 正相関: $q_v = 1.0$



(b) 無相関: $q_v = 0.5$



(c) 負相関: $q_v = 0.0$

図3 CDD モデルで生成した SF ネットワークの例 ($N = 300$)

Fig. 3 Examples of SF networks generated by the CDD model ($N = 300$).

表1 平均次数 $\langle k \rangle$ に対する各パラメータ値

Table 1 Parameter values for the average number of links.

CDD model	$\langle k \rangle \approx 4$	$\langle k \rangle \approx 8$	$\langle k \rangle \approx 12$
	q_e		
$q_v = 1.0$	0.26	0.42	0.49
$q_v = 0.5$	0.35	0.49	0.55
$q_v = 0.0$	0.42	0.55	0.62
CNN model	u		
	0.51	0.75	0.84

場合のネットワーク例で、(a) ハブどうしあるいは (c) ハブと低次数ノードの結合傾向がみられる。表1は、それぞれの平均次数 $\langle k \rangle$ に対するパラメータ値（同じ q_v の値に対して q_e の値で $\langle k \rangle$ を調整）を示す。また表2上段に、 $N = 1,000$, $\langle k \rangle \approx 4$ の場合の基本的なネットワーク構造の特徴指標⁵⁾を示す。2ノード間の最短経路上のホップ数と隣接する3ノード間の完全結合の頻度の平均値をそれぞれ表す、平均経路長 $\langle l_i \rangle$ や平均クラスタリング係数 $\langle c_i \rangle$ の値に大きな差はない。また、次数相関を数量化した指標としての assortative

表 2 各モデルで生成した SF ネットワークに対する特徴指標：平均経路長 $\langle l_{ij} \rangle$ ，平均クラスタリング係数 $\langle c_i \rangle$ ，assortative 係数 r ，平均媒介中心性 $\langle B_i \rangle$

Table 2 Characteristic indices for SF networks generated by each model: average path length $\langle l_{ij} \rangle$, average clustering coefficient $\langle c_i \rangle$, assortativity r , average betweenness $\langle B_i \rangle$.

CDD model	$\langle l_{ij} \rangle$	$\langle c_i \rangle$	r	$\langle B_i \rangle$	結合相関
$q_v = 1.0$	11.3	0.28	0.19	10,290	正
$q_v = 0.5$	8.68	0.23	0.02	7,668	無
$q_v = 0.0$	6.76	0.00	-0.29	5,758	負
CNN model	$\langle l_{ij} \rangle$	$\langle c_i \rangle$	r	$\langle B_i \rangle$	結合相関
$u = 0.84$	4.18	0.43	0.09	3,175	やや強い正
$u = 0.75$	4.78	0.40	0.15	3,775	中程度の正
$u = 0.51$	6.44	0.29	0.27	5,430	やや弱い正

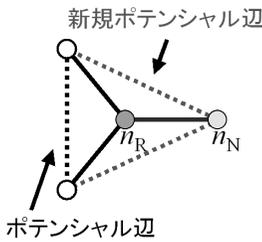


図 4 CNN モデルにおける基本操作 .
Fig.4 Basic process in the CNN model.

係数^{10),11)} の正負は図 2 (a) における結合相関の正負と対応していることが確かめられる .

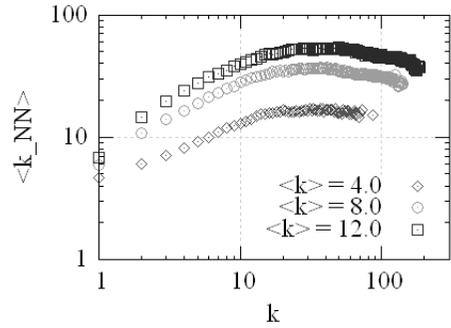
2.2 Connecting Nearest Neighbor モデル

Connecting Nearest Neighbor (CNN) モデル²⁰⁾

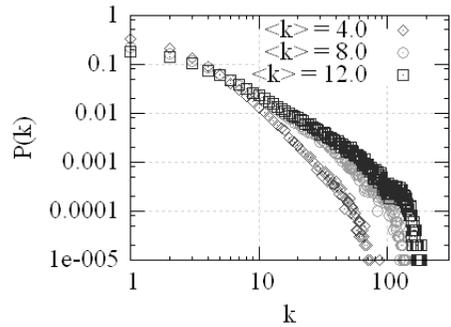
は、「友達の友達はまた友達になりやすい」傾向を持つ人間関係などの社会ネットワークの生成過程を模倣化したもので、図 4 のように以下の手順 (1)–(3) に従う . この構成法は、局所的な三角形によるバイパス経路を確保するもので、技術ネットワークでも随所で行われている冗長化に相当する .

- (1) 確率 $1 - u$ で、各時刻ごとに追加した新ノード n_N を一様ランダムに選んだノード n_R にリンクする . さらに、 n_N と n_R の隣接ノード間に (次候補としての可能性を持つ) ポテンシャル辺を構築する .
- (2) 確率 u で、一様ランダムに選んだ 1 本のポテンシャル辺を実際のリンクに変換する .
- (3) 以上の操作を、所望のサイズ N まで繰り返す .

図 5 (a) に示すように、CNN モデルは正の結合相関を持つネットワークを生成し、その強さ (グラフの傾き) は u で調整される . 図 5 (b) は、次数分布がべき乗則に従うことを示している . また、図 6 は CNN モデルによるネットワーク例である . 表 2 下段



(a) Degree-degree correlation



(b) Degree distribution

図 5 CNN モデルで生成した SF ネットワークの (a) 結合相関 $\langle k_{NN} \rangle$ と (b) 次数分布 $P(k)$ ($N = 1,000$ の 100 個のネットワークの平均値)

Fig.5 Degree-degree correlation $\langle k_{NN} \rangle$ and degree distribution $P(k)$ in SF networks generated by the CNN model (the average values of 100 realizations at $N = 1,000$)

は、 $N = 1,000$ の場合の基本的なネットワーク構造の特徴指標を示す . CDD モデルの場合と同様に、平均経路長 $\langle l_i \rangle$ や平均クラスタリング係数 $\langle c_i \rangle$ の値に大きな差はない . 一方、assortative 係数の大きさが結合相関の強弱と対応していないのは、図 5 (a) において $\langle k \rangle \approx 12$ のグラフ (印) が、低次数の部分では $\langle k \rangle \approx 4, 8$ の場合 (印, 印) より大きな傾きを持っているのに、高次数の部分では負の傾きになっていることによる . このように、高次数どうしの結合がやや弱いものの、ランダムに選んだノードの隣接ノードはハブである確率が高く、 u の値が大きいほどそれらハブどうしをリンクしやすいことから、正の結合相関が強くなっていると考えられる .

3. カスケード故障と防御戦略

カスケード故障では、多くの情報 (エネルギーなどの場合も含む) を中継する中心性の高いノードが機能停止してネットワークから実質上除去され、許容量以

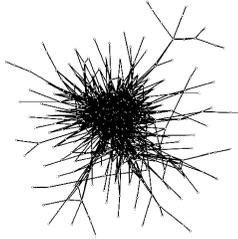
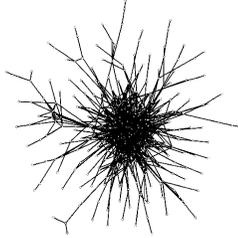
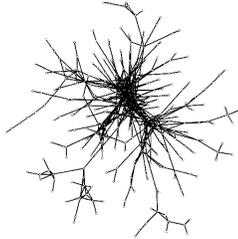
(a) やや強の正相関: $u = 0.84$, $\langle k \rangle \approx 12$ (b) 中程度の正相関: $u = 0.75$, $\langle k \rangle \approx 8$ (c) やや弱の正相関: $u = 0.51$, $\langle k \rangle \approx 4$

図6 CNNモデルで生成したSFネットワークの例 ($N = 300$)
 Fig. 6 Examples of SF networks generated by the CNN model ($N = 300$).

上の負荷が他のノードにかかることが大きな被害を生み出す原因と考えられている^{15),16)}。そこで、中継にあまり貢献しない(情報の中継量より発生量の方が多い)周辺ノードを「いけにえ」的にネットワークから分離・除去することで、全体の情報発生量を抑えて過負荷の伝播を防御する策が考えられている¹⁷⁾。

一方、初期故障源の隣接ノード間に何らかのバイパスを施して迂回路の大幅な変化を防ぎ、その結果、負荷の増大を抑える防御策も考えられる。

そこで、3.1節でカスケード故障における基本プロセスを述べた後、3.2節では従来の周辺ノード除去に基づく防御戦略を説明し、3.3節では配線替えに基づく新たな防御戦略を提案する。

3.1 カスケード故障における基本プロセス

まず、ある一定の時間間隔で任意の2つのノード間に発生した双方向の通信要求は、その2点間の最短経路を通るものと仮定する。その際、同じ長さの最短経

路が複数存在する場合は、それぞれ等しい確率で選択されるとともに、遅延や制限時間内に到達しない情報損失とその再送は考えない(単純化のために特に到達の制限時間を設けない)ものとする。このようなプロセスを持つ実際のシステムとしては、P2Pやアドホックネットワークが近いと思われるが、主に通信ネットワークを抽象化したものにとらえていただきたい。

以上の前提から、各ノード k にかかる負荷 $L_k(t)$ を媒介中心性 $B_k(t)$: 時刻 t における全最短経路中でノード k を経由する頻度によって定義し、その許容量 C_k は初期負荷 $L_k(0) \stackrel{\text{def}}{=} B_k(0)$ に比例するものとする¹⁵⁾。

$$C_k \stackrel{\text{def}}{=} \alpha L_k(0), \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

ここで、 $\alpha \geq 1$ は耐久性パラメータとする。現実には、ノードごとに異なる耐久性を持ち、通信要求もノード間で偏りがあるかもしれないが、複数の要因が混在して複雑になりすぎるため、上記のように単純化する。

カスケード故障においては、時間の経過にともなって許容量を超えた過負荷ノードとそれに接続するリンクが次々と機能停止するごとに最短経路が変化し、その結果、各ノード k にかかる負荷 $L_k(t) \stackrel{\text{def}}{=} B_k(t)$ は時刻 t に依存して変化する。一方、各リンクの容量は考えず、各ノード k の許容量 C_k は時間的に変化しない。

その過負荷ノードの発生・伝播は以下のプロセス(1)–(3)に従う。

- (1) 外部からの攻撃あるいは不慮の事故などによって、あるノードが初期故障源となる。
- (2) 故障ノードとそれに接続するリンクの除去により、負荷の再計算を行う。
- (3) すべてのノード k において過負荷状態 $C_k < L_k(t)$ がなくなるまで、(2)の処理を繰り返す。

カスケード故障の被害規模は、上記(3)が終了した時点におけるネットワークの最大連結成分のサイズ N' と初期サイズ N との比 $GC = N'/N$ で表される。

3.2 周辺ノード除去に基づく防御戦略

従来の防御戦略¹⁷⁾は、初期故障直後に割合 f だけ周辺ノードを除去して、最短経路の変化によって生じる負荷の増加を抑えるという考え方に基づいている。その際、周辺ノード i としての選択基準は、以下の $\Delta_i(t)$ が小さい順とする。

$$\Delta_i(t) \stackrel{\text{def}}{=} L_i(t) - L_i^g,$$

$$L_i^g \stackrel{\text{def}}{=} \sum_j (D_{ij} + 1) = (\bar{D}_i + 1)(N - 1),$$

ここで、 L_i^g はノード i で発生する情報による負荷量で、 i からそれ以外の $N - 1$ 個のそれぞれのノードに各情報が到達するまでに経由したノード総数で定義される。 D_{ij} は $i - j$ 間の最短経路長、 \bar{D}_i はノード i から他ノードへの平均経路長をそれぞれ表す。 $\Delta_i(t)$ が小さい（負値をとる）ノード i では、他ノードからの情報が経由転送されるより、自ノードでの情報発生の方が量的に多く（多くの最短経路が経由する）ネットワークの媒介中心的な機能を果たしていない。ゆえに、そのようなノードを除去しても故障伝播に与える影響は少ないこと（むしろ情報発生による負荷を抑えること）が期待できる。ただし、「いけにえ/切り捨て」的な処置なので、現実のシステムに適用するには問題があるものと考えられる。

以下本論文では、従来および次節の防御戦略とともに、初期故障後かつ（初期故障によって引き起こされる）負荷の再計算前に防御処置が行われるものとする。

3.3 配線替えに基づく防御戦略

カスケード故障では、初期故障源とその接続リンクが取り除かれる（機能しなくなる）ことで最短経路が変化し、それによって別の個所で過負荷ノードが発生して同様な除去が起こり、その影響でさらに最短経路が変化して新しい過負荷ノードが発生することが再帰的に起こる。そこで、上記の初期除去リンクの代替として、初期故障源に隣接するノード間にバイパス的な代替リンクを構築すれば、被害拡大を未然に防ぐことが期待できる。特に、複数の迂回路を構築できる可能性がある、次数あるいは負荷（＝媒介中心性：最短経路の経由頻度）が高いノード間をリンクするほど、効果的と考えられることから、初期故障の直後に以下のような配線替えを施す方法を提案する。

- 方法 1：完全グラフ化
- 方法 2：高い次数和の順にノード間をリンク
- 方法 3：高い負荷和の順にノード間をリンク
- 方法 4：高い次数順にリンググラフ化
- 方法 5：高い負荷順にリンググラフ化
- 方法 6：最大次数ノードを中心にスター化
- 方法 7：最大負荷ノードを中心にスター化
- 方法 8：ノードペアのランダムなリンク

方法 1 の完全グラフ化は、 n 個の隣接ノードに対して $O(n^2)$ のリンクコストが必要となるので現実的ではないが、比較のためにあげている。その他の方法は除去された n 本の張り替えでよい。次数あるいは負荷

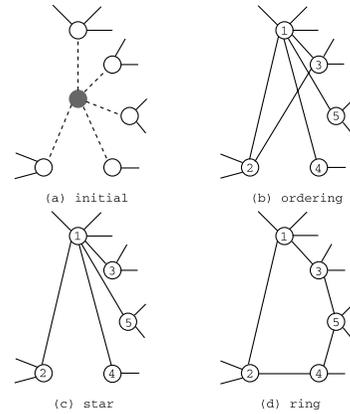


図 7 初期故障源の隣接ノード間の配線替え
Fig. 7 Rewirings among the neighbors of an initial failure.

の和が高いノードのペアを順に n 本リンクする方法 2, 3 や、スター化する方法 6, 7 の例を図 7 (b), (c) にそれぞれ示す。また、方法 4, 5 のリンググラフ化では、図 7 (a) に示す初期故障ノード（中央の丸）とその接続リンク（点線）が除去された直後に、図 7 (d) のように隣接ノードの次数や負荷の順位（円内の番号）に従って代替リンク（実線）が施される。さらに、方法 8 のランダムなペア間のリンクを含めて、それぞれの防御効果を次章で比較検討する。

従来の防御戦略では、ネットワーク全体で Δ_i の値に従って順位付けたノードを除去率 f だけ選択するためグローバルな探索が必要であったが、上記に提案した防御戦略では、各ノードから 2 ステップ先のノードまでの次数や負荷量さえ保持していれば、局所的な処置ですむ。特に、技術革新が目覚ましい無線通信や動的な配送制御が適用できる対象においては現実的な防御策になりうる。一方、「いけにえ」的な除去では特にコストはかからないのに比べて、配線替えでは応急処置としても n 本分のリンクコストは必要となる。

4. シミュレーション結果

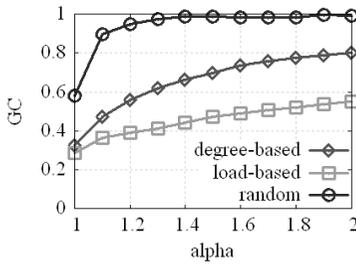
表 1 のパラメータ値に従った CDD および CNN モデルで、サイズ $N = 1,000$ 、平均次数 $\langle k \rangle \approx 4, 8, 12$ のそれぞれの場合において結合相関を持つ SF ネットワークを生成し、3.1 節のプロセスに基づいたカスケード故障シミュレーションを行った。以下、100 個のネットワークの平均値を示す。

4.1 初期故障源に対する被害の比較

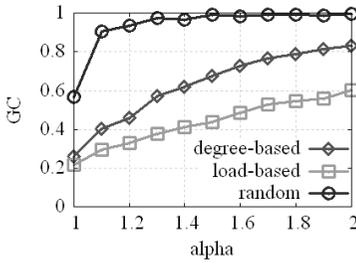
まず、初期故障源として、最大次数ノード（degree-

実際には、過負荷による故障検出と故障時の対処プログラムを各ノードにあらかじめ施しておけば、このような迅速な処置が可能と考えられる。

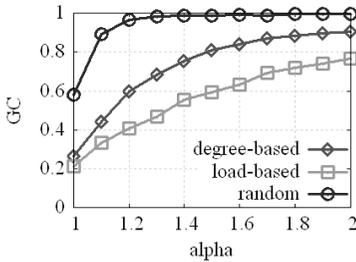
現状技術では配線替えが困難な、電力網などには適していないが。



(a) 正相関: $q_v = 1.0$



(b) 無相関: $q_v = 0.5$



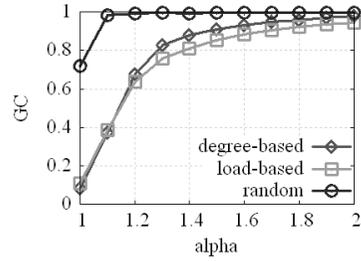
(c) 負相関: $q_v = 0.0$

図 8 CDD モデルで生成した SF ネットワークの故障規模
Fig. 8 Damaged sizes on SF networks generated by the CDD model.

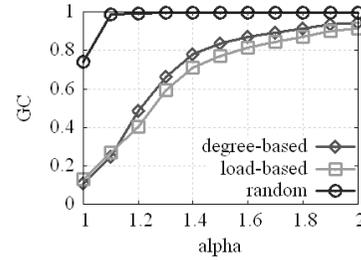
based), 最大負荷ノード (load-based), ランダムなノード (random) をそれぞれ選んだ場合の, カスケード故障の被害規模を比較する.

図 8 は, CDD モデルで生成したネットワークにおける耐久性パラメータ α に対するカスケード故障後の連結成分比 GC を示す. べき乗分布に従ってランダム生成した SF ネットワーク^{15),17)} や電力網のトポロジなど^{15),16)} の場合と同様に, 最大負荷ノードを初期故障源とした場合が最も被害が大きく, (a) 正相関 (b) 無相関 (c) 負相関とも共通している. また, ランダムな初期故障源に対しては, $\alpha > 1.2$ ならばほとんど被害がないこと (故障規模は 1 割以下) が読み取れる. ただし, どの初期故障源に対しても (a) 正相関の場合が若干被害が大きくなっている.

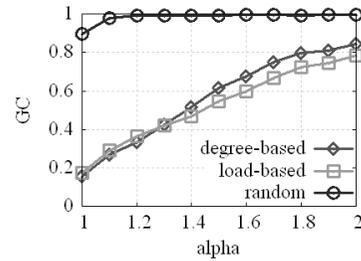
図 9 は, CNN モデルで生成したネットワークにおける同様な連結成分比 GC を示す. この場合も, 最大



(a) やや強の正相関: $u = 0.84, \langle k \rangle \approx 12$



(b) 中程度の正相関: $u = 0.75, \langle k \rangle \approx 8$

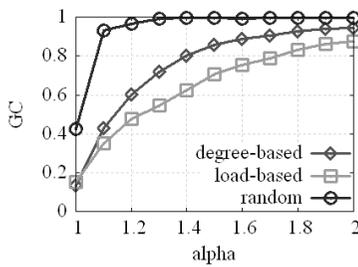


(c) やや弱の正相関: $u = 0.51, \langle k \rangle \approx 4$

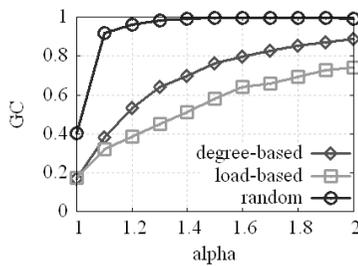
図 9 CNN モデルで生成した SF ネットワークの故障規模.
Fig. 9 Damaged sizes on SF networks generated by the CNN model.

負荷ノードを初期故障源とした場合が最も被害が大きいが, 最大次数ノードを初期故障源とした場合との差が CDD モデルにおける結果 (図 8) ほどはなく, ランダムな初期故障にも若干強い (GC が若干大). 一方, CDD モデルの場合と違って, どの初期故障源においても (c) 正相関が弱いほど被害が大きくなるが, 平均次数が異なるネットワークで比較している (パラメータ u の調整で相関の強弱とともに平均次数も変わってしまう) ことにも注意されたい. ちなみに, CDD モデルで平均次数が異なるとき, $\langle k \rangle \approx 4$ の場合の図 8 (a) と (b) に対して $\langle k \rangle \approx 8, 12$ の場合の図 10 (a), (b) や (c), (d) をそれぞれ比較すると, 相関の強弱よりも平均次数の大小の方がより被害規模に

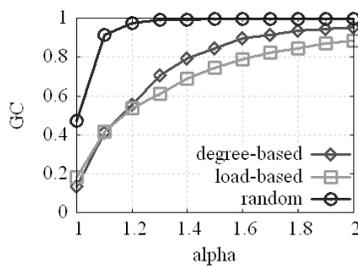
平均次数はリンクの両端でカウントされるため, 平均リンク数の 2 倍の量となる.



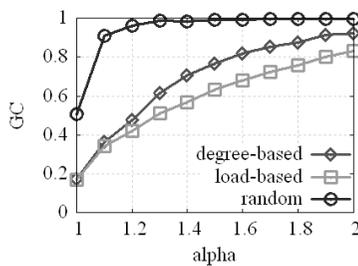
(a) 正相関: $q_v = 1.0$, $\langle k \rangle \approx 12$



(b) 正相関: $q_v = 1.0$, $\langle k \rangle \approx 8$



(c) 無相関: $q_v = 0.5$, $\langle k \rangle \approx 12$



(d) 無相関: $q_v = 0.5$, $\langle k \rangle \approx 8$

図 10 CDD モデルで生成した異なる平均次数 $\langle k \rangle$ を持つ SF ネットワークの故障規模

Fig. 10 Damaged sizes on SF networks with different average degrees $\langle k \rangle$ generated by the CDD model.

影響すること（平均次数が小さいほど被害が大きいかとは CNN モデルと同様）が分かる。

4.2 防御戦略の効果の比較

最も被害が大きい最大負荷ノードを初期故障源とした場合で、CDD モデルと CNN モデルで生成した SF ネットワーク上のカスケード故障を考え、3.2 節で述

べた周辺ノード除去に基づく防御戦略と、3.3 節で述べた配線替えに基づく防御戦略の効果調べる。両モデルに対する予備実験²²⁾において、従来の防御戦略は除去率 $f \geq 0.3$ でほとんど効果がなくなる（グラフがほぼ水平に飽和すること、また提案する防御戦略では方法 1, 3, 5 が最も効果が高かったことから、図の煩雑さを避けるため以下ではこれらに絞って議論する。

図 11 は、CDD モデルで生成した SF ネットワークにおける結合相関と防御効果（赤の防御なしの場合より、グラフが上になれば防御効果が効いている）の関係を示す。緑 + や青で示した従来法は、比較的小さな $\alpha < 1.2$ において多少効果があるものの、飽和気味である。一方、濃青や茶*で示した提案法（方法 3, 5）は逆に、 $\alpha > 1.5$ においてより効果がある。これらの傾向は結合相関の正負にほとんど依存せず共通にみられる。ただし、(a) から (c) を比較すると、提案法は正相関の場合により大きな効果を発揮している。また、(a) 正相関には高い負荷順にノード間をリンクする方法 3 が、(c) 負相関には高い負荷順にリング化する方法 5 が最も効果的である（コストが高い完全グラフ化による方法 1 を除いて）。

図 12 は、CNN モデルで生成した SF ネットワークにおける防御効果を示す。CDD モデルの場合と同様に、耐久性パラメータ α の値の大小に従って従来法と提案法の効果の有無に差がみられる。また、従来法が $\alpha > 1.2$ から飽和気味である点も同様である。しかしながら、図 11 (a)–(c) に示した CDD モデルの場合とは逆に、図 12 (a)–(c) を比較すると正相関が弱いほど提案法の効果（方法 5 が最も顕著）が大きくなっている。また、図 12 (a), (b) では方法 1 の完全結合化を施しても必ずしも効果が出ていない。ちなみに、平均辺数が異なる CDD モデルで相関の強弱に対する防御効果を比較すると、図 13 (a)–(d) に示すように平均辺数が小さいほど被害が大きくなり、たとえば $\alpha > 1.5$ において、(a) 正相関で $\langle k \rangle \approx 8$ の場合よりも (d) 無相関で $\langle k \rangle \approx 4$ の場合の方が防御効果が大きくなっている（図 12 における CNN モデルの場合と同様な結果）。したがって、カスケード故障やその防御効果には、結合相関の強弱よりも平均辺数の大小の方が大きく影響することが示唆される。

ただし、方法 1 では初期故障の隣接ノード間を完全グラフ化するため、次数や結合相関の分布が崩れてしまう。比較のために、図 13 (b), (d) は、図 11 (a), (b) から方法 5 の結果を除いて見やすくした上で、同じものを掲載している。

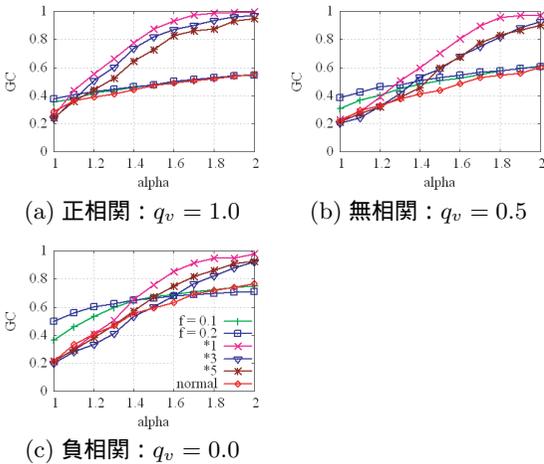
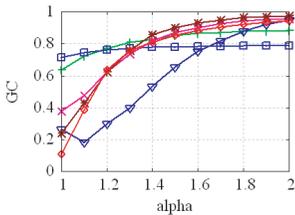
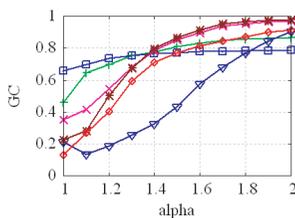


図 11 CDD モデルで生成した $\langle k \rangle \approx 4$ の SF ネットワークでの防御効果 (赤 : 防御なし, 緑 + : 従来法 $f = 0.1$, 青 : 従来法 $f = 0.2$, マゼンタ \times : 方法 1, 濃青 : 方法 3, 茶 * : 方法 5).

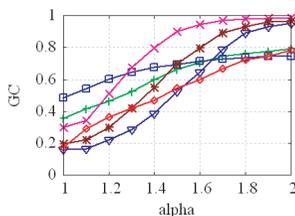
Fig. 11 Defense effects on SF networks with $\langle k \rangle \approx 4$ generated by the CDD model. (red : no defense, green+: conventional $f = 0.1$, blue : $f = 0.2$, magenta \times : proposed method 1, darkblue : method 3, brown*: method 5).



(a) やや強の正相関: $u = 0.84, \langle k \rangle \approx 12$



(b) 中程度の正相関: $u = 0.75, \langle k \rangle \approx 8$



(c) やや弱の正相関: $u = 0.51, \langle k \rangle \approx 4$

図 12 CNN モデルで生成した SF ネットワークでの防御効果
Fig. 12 Defense effects on SF networks generated by the CNN model.

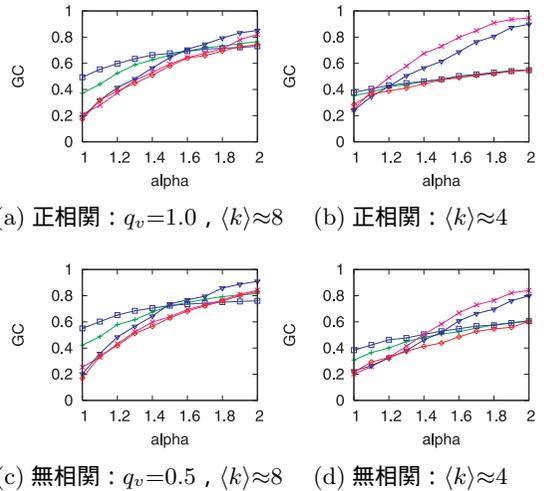


図 13 CDD モデルで生成した $\langle k \rangle \approx 4, 8$ の SF ネットワークでの防御効果の比較
Fig. 13 Comparison of the defense effects on SF networks with $\langle k \rangle \approx 4, 8$ generated by the CDD model.

5. おわりに

小さな初期故障源から、負荷の再配分に従った過負荷故障の伝播によって大規模な被害を引き起こすカスケード故障^{13)~16)}は、電力崩壊やインターネットの渋滞、企業連鎖倒産などのさまざまなネットワークに見られる現象であるが、その故障規模はネットワークに(非一様に)分散した負荷や容量だけでなく、ネットワークの結合構造にも依存するため、複雑なダイナミクスに支配される。

本論文では、現実の多くのネットワークに共通する SF 構造³⁾に着目し、特に、社会ネットワークと技術・生物ネットワークにそれぞれ見られる^{9)~11)}正負の結合相関を調整できるネットワークモデル²⁰⁾を用いて、結合相関の正負がカスケード故障に与える影響を調べた。また、カスケード故障による被害拡大を抑えるための防御戦略として、故障源の隣接ノード間の配線替えによる応急処置的な方法(無線技術などで実現可)を提案し、従来の周辺ノードの除去による方法¹⁷⁾とその効果を比較検討した。その結果、以下のことが明らかとなった。

- 結合相関の正負により、カスケード故障の被害の大きさに差が現れ、特に初期故障源を次数や負荷が最大のノードにした場合に顕著となる。その理由としては、次数が大きいと隣接する多くのノードに影響を与えることや、負荷が大きいノードは中継の要であることから、被害の差がよ

り顕著になったと考えられる。

- CDD モデルでは正相関が強くなるほど、逆に CNN モデル（度数分布が異なる場合で比較）では正相関が弱くなるほど、カスケード故障による被害規模が大きくなる。ただし、相関の強弱よりも平均度数の大小の方がより被害規模に影響する。この結果は、被害拡大には正相関におけるハブ間の結合が関与するものの、結合相関よりも度数の影響が大きいことを裏付けている。すなわち、平均度数が大きいためにより巨大なハブが存在すると、ノード間の結合の仕方によらずに被害拡大が避けられないことを示唆している。
- 防御戦略の比較では、従来法は耐久性パラメータ α の値が小さいとき、提案法は比較的大きいときにより効果的である。一方、最も効果的な防御戦略は、ネットワークモデルや結合相関の正負に依存する。この結果は、従来法は情報発生を抑えることで過負荷伝播を防ぐので α の値が比較的小さくても機能するのに対して、提案法は多少余裕のあるノードに中継を代替させるので α の値をある程度大きくする必要のあることに起因するものと考えられる。

これらから、SF ネットワークの結合相関はカスケード故障に影響を与えるものの、その正負のみで被害規模が単純には決まらないことが示唆される。また、防御戦略としては、負荷容量に関する耐久性に応じて、従来法と提案法を使い分けることが最も効果的であることも分かった。すなわち、容量にほとんど余裕がないときは、パケット中継に貢献しないノードを切り捨てて全体への被害拡大を防ぐこともやむをえないが、容量に多少余裕があれば、故障源近辺の応急処置的な配線替えて効果的に対処できるものと考えられる。また、従来法ではネットワーク全体から周辺のな（情報の中継量より発生量の方が多）ノードを選択しなければならぬのに対して、提案法は各ノードが 2 ステップ先までの度数や負荷量さえ保持していれば、局所分散的に処置できる点も利点である。

一方、今回扱った CDD モデルと CNN モデルは結合相関を調整できる反面、結合相関以外のネットワークの構造的特徴（度数分布や平均経路長など）が多少異なってしまうことから、カスケード故障に対する結合相関のみの影響だけを厳密に調べているわけではない。あるいは、より大きな影響を与える結合相関以外の構造的特徴があるのかもしれない。今後は、より広いクラスの SF ネットワークモデルや、現実のネッ

トワークに潜む未知なる構造的特徴も考慮して、カスケード故障における複雑なダイナミクスを解明し、その招かれざる大被害を抑える効果的な防御戦略をさらに検討していきたい。

謝辞 本学在学中にシミュレーション実験の手助けをしていただいた、松久保潤君（現在、北九州工業高等専門学校電子制御工学科助手）に感謝したい。本研究の一部は（財）三谷研究開発支援財団の援助を受けている。

参考文献

- 1) Paxson, V. and Floyd, S.: Wide area traffic: The failure of Poisson modeling, *IEEE/ACM Trans. Networking*, Vol.3, No.3, pp.226–244 (1995).
- 2) 馬杉正男：インターネットトラフィックにおけるフラクタル過程，電子情報通信学会誌，Vol.88, No.8, pp.681–685 (2005).
- 3) Albert, R. and Barabási, A.-L.: Statistical mechanics of complex networks, *Review of Modern Physics*, Vol.74, pp.47–97 (2002).
- 4) Cohen, R., Havlin, S. and ben-Avraham, D.: Structural properties of scale-free networks, *Handbook of Graphs and Networks — From the Genome to the Internet*, Bornholdt, A. and Schuster H.G. (Eds.), pp.85–110, WILEY-VCH (2003).
- 5) Albert, R., Jeong, H. and Barabási, A.-L.: Error and attack tolerance of complex networks, *Nature*, Vol.406, pp.47–97 (2002).
- 6) Cancho, R.F.I. and Solé, R.V.: Optimization in Complex Networks, *Statistical Mechanics of Complex Networks*, Pastor-Satorras, R., Rubi, M. and Diaz-Guilera, A. (Eds.), pp.114–126, Springer (2003).
- 7) Barabási, A.-L. and Albert, R.: Mean-field theory for scale-free random networks, *Physica A*, Vol.272, pp.173–187 (1999).
- 8) 林 幸雄：Scale-free ネットワークの生成メカニズム，*応用数理*，Vol.14, No.4, pp.58–74 (2004).
- 9) Pastor-Satorras, R., Vázquez, A. and Vespignani, A.: Dynamical and correlation properties of the Internet, *Physical Review Letters*, Vol.87, p.258701 (2001).
- 10) Newman, M.E.J.: Assortative Mixing in Networks, *Physical Review Letters*, Vol.89, p.208701 (2002).
- 11) Newman, M.E.J.: Mixing patterns in networks, *Physical Review E*, Vol.67, p.026126 (2003).
- 12) Goh, K.-I., Lee, D.-S., Kahng, B. and Kim, D.: Sandpile on Scale-Free Networks, *Physical*

- Review Letters*, Vol.91, p.148701 (2003).
- 13) Watts, D.J.: A simple model of global cascades on random networks, *PNAS*, Vol.99, No.9, pp.5766–5771 (2002).
- 14) Holme, P. and Kim, B.J.: Vertex overload breakdown in evolving networks, *Physical Review E*, Vol.65, p.066109 (2002).
- 15) Motter, A.E. and Lai, Y.-C.: Cascade-based attacks on complex networks, *Physical Review E*, Vol.66, p.065102 (2002).
- 16) Albert, R., Albert, I. and Nakarado, G.L.: Structural vulnerability of the North American power grid, *Physical Review E*, Vol.69, p.025103 (2004).
- 17) Motter, A.E.: Cascade Control and Defense in Complex Networks, *Physical Review Letters*, Vol.93, p.098701 (2004).
- 18) Park, J. and Newman, M.E.J.: The origin of degree correlations in the Internet and other networks, *Physical Review E*, Vol.68, p.026112 (2003).
- 19) Fronczak, A. and Fronczak, P.: Networks with given two-point correlations: Hidden correlations from degree correlations, *arXiv/condmat: 0503069* (2005).
- 20) Vázquez, A: Growing network with local rules: Preferential attachment, clustering hierarchy, and degree correlations, *Physical Review E*, Vol.67, p.056104 (2003).
- 21) Solé, R.V., Pastor-Satorras, R., Smith, E. and Kepler, T.: A model of large-scale protome evolution, *Advances in Complex Systems*, Vol.5, pp.43–54 (2002).

- 22) 宮崎敏幸：結合相関を持つ SF ネットワークにおけるカスケード故障に対する防御戦略の比較，北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科修士論文 (2005).

(平成 17 年 5 月 24 日受付)

(平成 18 年 1 月 6 日採録)



林 幸雄 (正会員)

昭和 37 年生。昭和 62 年豊橋技術科学大学大学院工学研究科電気電子工学専攻修士課程修了。同年富士ゼロックス (株) 入社。平成 3~5 年 (株) ATR 視聴覚機構研究所，および，人間情報通信研究所に出向，ニューラルネットワークによるパターン認識・学習の研究開発に従事。平成 9 年より北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科助教授。情報幾何学，Web 情報空間，ネットワーク生態系に関する研究に従事。博士 (工学)。電子情報通信学会，日本応用数学会各会員。



宮崎 敏幸

昭和 55 年生。平成 17 年北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科博士前期課程修了。