

粒子数変動型実時間 SPH 流体シミュレータの粒子数調整時挙動の考察

小松雅弥^{†1} 川井昌之^{†1}

人工現実感で用いるための SPH を用いた流体シミュレーションにおいて、異なるハードウェアや異なる仮想環境においても実時間計算が可能となるように、粒子数やその他のパラメータの自動調整を行う手法を今まで提案してきた。粒子数を変動させる際には、一部の粒子の質量を徐々に 0 まで減少させて消失させるか、0 から質量を増加させて粒子数を増やしているが、この際に流体全体が振動してしまう挙動が生じる場合がある。本発表ではこの際に生じる挙動のメカニズムの考察とそれを低減する手法の提案を行う。

A study of an oscillation in an adaptive parameter adjustment for a SPH real time fluid simulation

MASAYA KOMATSU^{†1} MASAYUKI KAWAI^{†1}

In this research, we discuss a fluid simulation using smoothed particles hydrodynamics (SPH) for the virtual reality. For the virtual reality, simulations should be calculated in the real time. In order to keep a real time calculation, we have proposed a method to automatically adjust the number of particles and other parameters. The method, however, sometimes makes oscillations during the change of the parameters. In this paper, we analyze the oscillation behavior using a simple 1-DOF model and propose a method to decrease the oscillation. Finally, we perform simulations to evaluate the effectiveness of the proposed method.

1. 緒言

Virtual Reality (VR) はコンピュータ上に作られた世界を、実際の感覚を通して体感する技術であり、現在では、工学分野のみならず、様々な分野での応用、研究が進められている。これまでの VR の主な研究では、仮想物体に固体や弾性体を扱っていたが、現実世界にある物体は流体を含むものも多く、仮想環境に流体を組みこむことにより、更に広い分野への応用が期待できる。例えば、医学においては、臓器や血液を含んだ人体のモデルを構築することによって手術のリハーサルやトレーニングをはじめとして、外科を中心とした医学分野全般へ有用性があり、今後の発展が大いに期待される。本研究でも粒子法の一つである Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) を使用し、人工現実感で用いる流体シミュレータを構築してきた。SPH 法は、自由表面があるような流体现象などを比較的簡単に短時間で計算でき、現在では様々な流体シミュレーションに用いられている。また、異なるハードウェアや異なる仮想環境においても実時間での計算が可能となるように粒子数やその他のパラメータの自動調整を用いる手法を今まで提案してきた [1] [2]。しかし、実際に粒子数を変更した場合に粒子に大きな挙動が発生してしまう場合があった。これに対し、粒子数調整した場合の周りに与える影響について簡単なモデ

ル化を行い、数値シミュレーションすることにより挙動の発生メカニズムを考察する。その結果から、より安定にシミュレーションを行うための制御則の提案とその効果の検証を行う。

2. 問題設定

2.1 SPH 法の基礎式

SPH 法は流体を Fig.1 のように流体を粒子に分割し、各粒子点物理量（速度、密度等）を計算するものである。

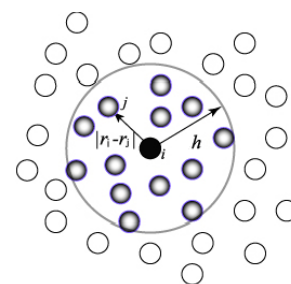


Fig.1 Particles in SPH

ここで、第 i 粒子の位置を点 $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ とした場合、第 i 粒子におけるある物理量 A_i は次のように表わされる。

$$A_i = \sum_j m \frac{A_j}{\rho_j} w_{ij} \quad (1)$$

ここで、ある粒子の計算に用いる粒子は有効半径 h 内の粒子で計算される。 j は有効半径 h 内の全ての粒子を表し、 m は粒子の質量、 ρ_j は各粒子の持つ密度である。関数 w_{ij} はカーネル関数であり式(2)のように表される。

^{†1} 福井大学大学院工学研究科
Faculty of Engineering, University of Fukui,

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{15}{\pi h^3} (1 - \frac{|r_i - r_j|}{h})^3 & 0 \leq \frac{|r_i - r_j|}{h} \leq 1 \\ 0 & 1 < \frac{|r_i - r_j|}{h} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)を用いることによって、第 i 粒子点における密度 ρ_i は、

$$\rho_i = \sum_j m_j w_{ij} \quad (3)$$

と表わされ、 w_{ij} の和となることが SPH 法の特徴である。

また、粒子の挙動計算には式(4)に示されるナビエ・ストークス方程式を用いて計算し、また連続の式に変わり圧力の計算に式(5)を用いることで、非圧縮性を表現する。

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = m_j \sum_j \left\{ - \left(\frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) \nabla w_{ij} \right\} + \mathbf{a}_i \quad (4)$$

$$\mathbf{P} = \beta \left[\left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \quad \left(\frac{\rho_2}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \quad \dots \quad \left(\frac{\rho_n}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right]^T \quad (5)$$

P_i は第 i 粒子の圧力であり、粘性項や重力など圧力以外の項は $\mathbf{a}_i$ としてまとめて表記し、 β および γ は安定性や表現力を考慮して次元によって調整される定数である。

2.2 粒子数変動型 SPH の概要

VR で流体シミュレータを用いるためには、実時間で計算する必要がある。これに対し、本研究では、流体シミュレーションの計算時間を随時計測し、実時間と比較しながら、粒子数を増減させることで、実時間計算を実現している。この粒子数の増減の際には、選んだ粒子の質量を 0 に徐々に変更して粒子を減らす、もしくは粒子を新たに追加し、質量を 0 から徐々に増加させ粒子を増やしている。この際に、全体の流体質量を維持するように全粒子の質量を変更するとともに、カーネル半径、 β も変動させている [2]。

2.3 パラメータ自動調整手法

提案する粒子数変更手法では、流体シミュレーションの実計算時間 dt_c を常時計測し、シミュレーションの時間刻み幅 dt と比較する。 dt_c が dt が異なる場合、新たな粒子数 n_n を以下のように設定する。

$$n_n = \frac{dt}{dt_c} n \quad (6)$$

なお、本発表では、計算時間が実時間より長く、粒子数を減少させなければいけない場合を検討する。粒子数を減少させる場合には、粒子数変更後もシミュレーション空間に残る n_n 個の粒子と、消失する $n - n_n$ 個の粒子をランダムに選択する。また、粒子数変更前後で流体の全質量を保存し、またシミュレーションの安定性を維持するため、その他のパラメータ (m, h, β) も変更する必要がある。Fig.2 にパラメータ調整を行うための手順を示す。

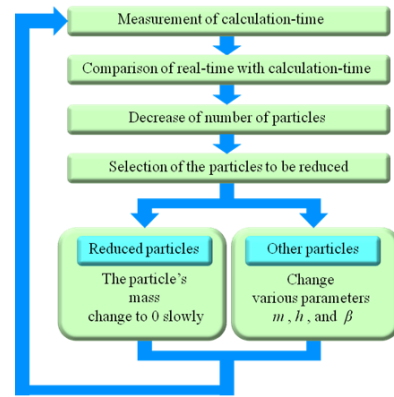


Fig.2 Method of automatic parameter adjustment method

現在の仮想環境内の流体の全質量を m_{max} 、粒子数を n とした場合、各粒子の質量 m は

$$m = \frac{m_{max}}{n} \quad (7)$$

である。ここで、現在の流体全質量 m_{max} を維持しつつ、粒子数を n_n に変更した場合、シミュレーション空間に残る各粒子の質量 m_n は、

$$m_n = \frac{m_{max}}{n_n} \quad (8)$$

としなければならない。また、消失する粒子の質量は、0 となるようにする。また、粒子数の変更時にカーネル半径 h_n を以下のように設定する。

$$h_n = h \sqrt[3]{\frac{n}{n_n}} \quad (9)$$

これにより、新たな粒子数 n_n となった場合でも、粒子が均等に分布した際に、Fig.3 のようにカーネル半径内の粒子数は一定のままにすることができ、また流体が安定な状態ならば、粒子数が変わっても密度は一定となり、カーネル半径内の粒子配置は相似関係が成り立つ。なお、カーネル半径は、粒子に作用する力の作用反作用の法則を満たすため、残る粒子と消失する粒子ともに同じ半径を用いなければならない。

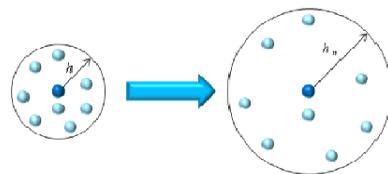


Fig.3 Change h to h_n

ここで、粒子数が n であり、各粒子の密度が平均密度となった場合、カーネル半径内の粒子のみで構築したシステムは、式(4)と同じ形に表現でき、 $\mathbf{Xa}$ の項を文献[3]の手法で補償し、 $\dot{\mathbf{X}}\dot{\mathbf{r}}$ を微小と仮定すれば、

$$\ddot{\mathbf{p}} = -\beta \mathbf{X} \mathbf{X}^T \mathbf{sf} \quad (10)$$

と表わされる。また、カーネル半径も h_n となった場合、同様に

$$\ddot{\mathbf{p}}_n = -\beta_n \mathbf{X}_n \mathbf{X}_n^T \sigma_n \mathbf{f}_n \quad (11)$$

となる。ここで、

$$\beta_n = \beta \frac{h_n^2}{h^2} \quad (12)$$

と設定すると、本研究で用いるカーネル関数の性質上、式(10)と式(11)は同じシステムとなる。また、これらの粒子数およびパラメータの変更は、不安定な挙動を抑制するため、移行時間 T_b を設定し、この移行時間の間に徐々に新たな値に変更することとしている。変動後も残る粒子については、以上のパラメータに徐々に変動させ、変動後に消失する粒子は、質量を徐々に0に変動させる。

2.4 挙動の発生メカニズム

本パラメータ自動調整を行った場合、竜指数の変動が大きい場合など大きな挙動が生じる場合がある。この挙動の発生メカニズムを考察し、抑制方法を確立するため、Fig.4に示すような1次元のモデルを仮定し数値シミュレーションを行う。

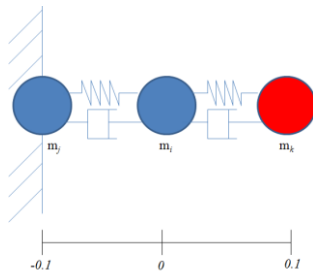


Fig.4 Simulation model

固定粒子の質量を m_j 、消失する粒子の質量を m_k とし、その時の m_i の質量を持つ粒子にかかる影響を考察する。初期質量は $m_i = m_j = m_k$ とし、静止状態から m_k を0に近づけ、質量の減少分を m_i と m_j へ平等に増加させる。また、モデル中のばねはフィードバックゲイン β 、ダンパーは流体の粘性を仮定する。

2.5 モデルの数値シミュレーション

カーネル半径 $h=0.15$ 、初期質量 $m_i = m_j = m_k = 1$ 、フィードバックゲイン $\beta=50$ としたとき、静止状態から1sで粒子を消失とした時の数値シミュレーションを行い、挙動の変化を考察する。Fig.5-Fig.7に m_i の質量を持つ粒子にかかる初期状態から10s後までの動き、全粒子の速度総和変化と全運動エネルギーをそれぞれ示す。

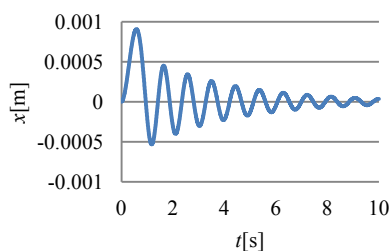


Fig.5 x of m_i [0-10s]

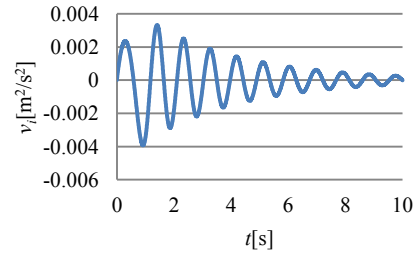


Fig.6 v_i of m_i [0-10s]

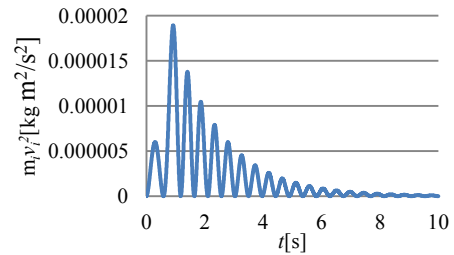


Fig.7 $m_i v_i^2$ of m_i [0-10s]

図より粒子消失前に、既に最大となる運動エネルギーとして影響を与えていることが確認できる。しかし、複数の粒子によるシミュレーションを考えると、この最大値は挙動として大きな影響を与えると考えられるため、低減する手法を考える必要がある。

3. 質量変化の補償

粒子質量が変動している最中には、予期せぬ振動が生じる場合が生じていた。そこで、本研究では、粒子の質量変化を考慮した補償方法を考察する。質量が時間に対して変動する場合、式(3)の1階、2階微分の近似式は以下のようになる。

$$\dot{\rho} = \sum_j (\dot{m}_j w_{ij} + m_j \nabla w_{ij} \dot{\mathbf{r}}) \quad (12)$$

$$\ddot{\rho} = \sum_j (\ddot{m}_j w_{ij} + \nabla w_{ij} (2\dot{m}_j \dot{\mathbf{r}} + m_j \ddot{\mathbf{r}})) \quad (13)$$

この中で、今までの研究では m の1階、2階微分の項目は考慮されていなかった。そこで、式(4)の中に m の1階微分を補償する項目を追加し、 m の2階微分が大きくなり無視できる場合には、質量変化がない場合と同じ ρ_i の加速度が得られるようにすることにより、同じような安定性を実現できるかを検証する。補償した式を以下に示す。ただし、 $\dot{m}_j$ は粒子 i, j 間の相対質量変化とする。

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_j (m_j \left\{ -\left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \nabla w_{ij} \right\} - 2 \frac{\dot{m}_j}{m_j} \dot{\mathbf{r}}) + \mathbf{a}_i \quad (14)$$

4. シミュレーション

仮想容器に粒子数800個の仮想流体を入れ、静止した状態で粒子数を600個まで減少させる。このとき、粒子数を変更させる際の移行時間、全粒子の速度の二乗和 $[\text{m}^2/\text{s}^2]$ を計測し流体の挙動を検証する。Fig.8にシミュレーション環境を示す。

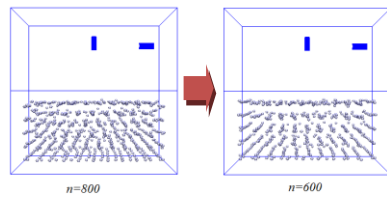


Fig.8 Virtual environment in simulation

4.1 シミュレーション結果

粒子が質量変動を行う移行時間を 4s と設定した場合、質量変動を補償していない手法の結果を Fig.9 に示す。なお、縦軸は全粒子速度の二乗和である。

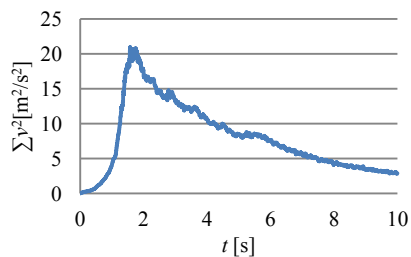


Fig.9 Result of previous method

おおよそ、挙動は数値シミュレーション通りの軌跡となっているが、複数の粒子が消失していることや三次元の動きが可能であることの違いから、単純に振動的な収束の仕方とはならなかったと考えられる。

最初に粒子の質量変動から粒子位置に変化が生じ、移行時間終了前から大きな位置変動はおさまってくるものの、移行時間終了後も振動が残るため、このような結果となったと考えられる。

4.2 質量補償の考慮による結果

質量変化の補償を行った場合の移行時間 4s 時のシミュレーション結果を Fig.10 に示す。

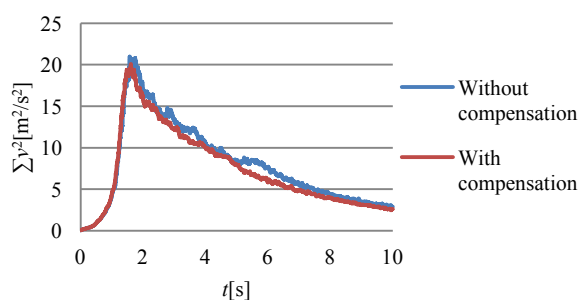


Fig.10 Result of proposed method (4s)

Fig. 4, 5 より若干ではあるが既存手法と比べて、流体の挙動が減少していることが確認できた。また、速度総和の最大値も低く抑えることができた。しかし最大に達するまでについてはあまり効果がみられなかった。また、速度総和

を積分したものを比較したものを Table.1 に示す。

Table.1 Comparison between simulations

	質量補償前	質量補償後	率
移行時間 4s	83296[m ² /s ²]	77689[m ² /s ²]	93.3%

Table.1 より、提案手法は既存手法と比べて、約 6 から 7% の挙動を抑制できることが確認できた。しかし、挙動の最大に達するまでの効果など、変化がみられない箇所もある。この原因として、式(14)において、 m の 1 階微分の項のみしか補償していないことが考えられる。今後の課題として、 m の 2 階微分についての必要性や誤差について考慮することが挙げられる。

5. 結言

本研究では、SPH を用いた仮想環境用実時間流体シミュレータにおいて、粒子数や各パラメータを自動で調整することによって、実時間計算が可能となるパラメータ自動調整手法を提案し、その際に生じる流体の挙動のメカニズムを簡単なモデル化を行い数値シミュレーションによって考察を行った。また、挙動を抑制するための手法として質量補償を導入しシミュレーションを行い、その効果を確認した。今後の課題として、さらなる挙動の抑制を目指すために質量補償の効果を向上させるための微分項の検討や新たに人工粘性項の導入などを行う予定である。

参考文献

- 1) 川井昌之, 鈴木洋平, “SPH を用いた仮想環境実時間流体シミュレータのパラメータ自動調整手法” 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会, No.10-4, 2010.
- 2) 鈴木洋平, 川井昌之, “SPH を用いた粒子数変動型実時間流体シミュレータのパラメータ自動調整の考察” 日本バーチャルリアリティ学会大会論文集 16th, NO.32C-4, 2011.
- 3) 川井昌之, 廣田功貴, 畔柳将吾, “3 次元流体を含む仮想環境構築のための SPH の圧力フィードバック補正” バーチャルリアリティ学会論文集 TVRSJ Vol.13 No. 4 pp469–476, 2008.
- 4) L. B. Lucy, “A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis,” Astron. J, Vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
- 5) J.J. Monaghan, “Smoothed Particle Hydrodynamics,” Annual Review of Astronomy and Astrophysics Vol. 30, pp. 543-574, 1992.
- 6) M. Müller, B. Solenthaler, R. Keiser, and M. Gross. Particle-based fluid-fluid interaction. In Proc. of Siggraph Symposium on Computer, pp. 154-159, 2003.
- 7) B. Solenthaler, and R. Pajarola. “Density Contrast SPH Interfaces” ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, pp. 211-218, 2008.
- 8) 酒井譲, 楊宗億, 丁泳鐘 “SPH 法による非圧縮粘性流体解析手法の研究” 日本機械学会論文集 (B 編) 70 巻 666 号 (2004-8) 47-54