

推薦論文

無線ネットワークにおける距離2の彩色を利用した
TDMA スケジューリング手法

山内 由紀子[†] 中 南 良 浩^{††}
大 下 福 仁[†] 増 澤 利 光[†]

無線ネットワークにおける通信方式として、衝突なし通信を実現する TDMA (時分割多重) 通信がよく用いられている。効率的な TDMA 通信を実現するには、各ノードが送受信するタイミングを決める TDMA スケジューリングが重要である。これまでにいくつかの TDMA スケジューリングが提案されているが、それらの手法は、帯域の利用率が低い、各ノードの送信帯域の最小保証値が示されていないなどの問題を有する。そこで、本稿では、距離2の彩色結果を利用した、帯域の利用率が高い TDMA スケジューリングを提案する。また、提案手法における、各ノードの送信帯域の最小保証値を示す。さらに、シミュレーションにより、提案手法の帯域利用率についても測定し、既存の TDMA スケジューリングである Ramanathan の手法に対しては 38.9 ~ 9.2% の改善、神崎らの手法に対しては 7.4 ~ 3.9% の改善を実現し、既存手法に対して帯域の高い利用率を達成していることを示す。

TDMA Slot Assignment for Wireless Networks
Based on Distance-2 Graph Coloring

YUKIKO YAMAUCHI,[†] YOSHIHIRO NAKAMINAMI,^{††}
FUKUHITO OOSHITA[†] and TOSHIMITSU MASUZAWA[†]

TDMA (Time Division Multiple Access), one of communication protocols for wireless networks, is commonly used to provide collision-free communication. To realize efficient TDMA communication, TDMA scheduling that determines the timing of communication at each node plays an important role. While some TDMA scheduling algorithms have been proposed, they cannot make efficient use of bandwidth or give a guarantee of the minimum bandwidth assigned to each node. This paper proposes TDMA scheduling algorithms based on distance-2 graph coloring with the aim of improving the bandwidth usage. These algorithms give guarantees of the minimum bandwidth assigned to each node. This paper also presents simulation results to show that proposed algorithms can make more efficient use of bandwidth than previous ones. The proposed algorithm improves the utilization ratio of bandwidth by 38.9 ~ 9.2% from Ramanathan's algorithm and by 7.4 ~ 3.9% from Kanzaki et al.'s algorithm.

1. はじめに

近年無線アドホックネットワークやセンサネットワークが注目されている。これらのネットワークでは、各ノードは同一周波数を用いた無線通信を行うことが多い。そのため、近接するノードが同時に送信すると、通信の衝突が起こる。つまり、隣接ノードどうし

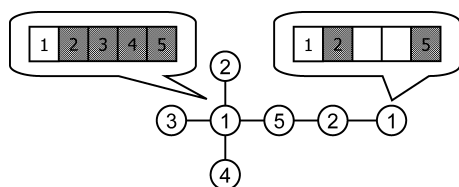
が同時に送信を行うと、互いに無線の干渉を起こして正しく受信できない。また、あるノードに隣接する複数のノードが同時に送信すると、受信ノードでは無線の干渉が発生し、いずれのデータも正しく受信することができない(隠れ端末問題)。同一周波数を利用した無線ネットワークで衝突なし通信を実現する方法として、TDMA (時分割多重) 通信が利用されている^{1)~3),5),6),9)}。

TDMA 通信では、無線ネットワークに参加してい

[†] 大阪大学大学院情報科学研究科
Graduate School of Information Science and Technology, Osaka University

^{††} 株式会社松下電器産業
Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

本稿の内容は 2005 年 6 月のマルチメディア通信と分散処理研究会にて報告され、マルチメディア通信と分散処理研究会前主査により情報処理学会論文誌への掲載が推薦された論文である。



円内の数字はノードの色を表現

図 1 Ramanathan の手法による帯域利用

Fig. 1 Slot assignment using Ramanathan's scheme.

る全ノードで 1 つの周波数を共有し、各ノードは定められたスケジュールに従って送信受信を周期的に繰り返す。1 周期中でノードが送信を行う連続な時間区間を送信スロットと呼び、各ノードのスケジュールは複数の送信スロットから構成される。TDMA 通信では、各ノードについて、隣接ノードと隠れ端末とは異なる送信スロットを割り当てることで、通信の衝突を回避できる。

Ramanathan⁹⁾ は、無線ネットワークに対する距離 2 の彩色から TDMA スケジューリングを行う手法を提案した。この手法は、TDMA 通信における 1 周期を彩色に用いた色の数と同数のスロットに等分割し、各ノードは自身の色に対応するスロットで送信を行う。したがって、各ノードは $1/(\text{彩色に用いた色の数})$ の帯域を得る。図 1 のような彩色結果に対して Ramanathan の手法を適用すると、1 周期を 5 等分割し、左の色 1 のノードでは送信スロットは第 1 スロットとなる。ここで、各ノードにおける帯域利用状況に着目する。左の色 1 のノードでは、距離 2 以内のノード (2-近傍ノードと呼ぶ) によって全スロットが使用されているが、右端の色 1 のノードでは、帯域の $2/5$ が利用されていない。Ramanathan の手法では、2-近傍ノードが使用する色の数が、彩色に用いた色の数に比べて小さい場合、局所的に利用されないスロットが多数発生し、帯域が有効に利用できない。

Herman³⁾ は距離 2 の彩色を利用した TDMA スケジューリング手法として、各ノード p について、 p が利用できる帯域を $1/(p \text{ の } 2\text{-近傍ノードが使用する色の数})$ とすることを提唱した。これは、ノード p にとって、2-近傍ノードの色の数が、互いに衝突を回避しなくてはならない帯域の利用要求の数と見なすことができるためである。しかし、文献 3) ではこの帯域割当てを実現する具体的なスケジューリング方法を示していない。

Ramanathan⁹⁾、Herman³⁾ の手法はネットワークの動的な変化を考慮していない。ネットワークの動的な変化に対応するには、スケジュールの再計算が必

要である。神崎ら⁵⁾ は動的な変化に適応的に対応する手法として、アドホックネットワークを対象とした ASAP (Adaptive Slot Assignment Protocol) を提案した。ASAP では、ネットワークに新規参加したノードが自身の近傍の帯域利用状況に合わせて送信スロットを決定する。このとき、新規ノードが周期を動的に設定することにより、帯域の利用効率を向上させている。しかし、ASAP では新規参加ノードが送信に利用できる帯域の最小保証値は示されていない。

本稿では、距離 2 の彩色を利用した 3 つのスケジューリング手法を示す。これらの手法はいずれも Ramanathan⁹⁾、Herman³⁾ と同様にネットワークの動的な変化は考慮しておらず、ネットワークに変化がない場合、もしくは変化が起きるまでの安定した期間を対象としている。手法 1 はネットワーク中の各ノード p に対して $1/(2\text{-近傍ノードが使用する色の数})$ の送信帯域割当てを実現する。これにより、Hermanらの提唱した帯域割当て量の実現可能性を証明できたことになる。手法 1 は、2-近傍ノードが使用する色の数が小さいノードにおいて、ネットワーク全体で使用した色に対して指数的なスロットの断片化が発生し、非実用的であるので、スロットの断片化を改善した手法 2、手法 3 を示す。手法 2 は送信時間長の保証値は手法 3 よりも大きく、手法 3 ほど送信時間長の保証値を落とさなくても、多くのノードについてスロットの断片化を改善できることを示している。しかし、少数のノードについては、彩色に使用した最大の色について指数的なスロットの断片化が発生する。手法 3 は 3 つの提案手法のうち、送信時間長の保証値は最も小さいが、スロットの断片化を最も改善している。そこで、手法 3 についてはシミュレーション実験を行い、ASAP、Ramanathan の手法と送信帯域、帯域利用率についての比較を行う。その結果、送信帯域については、ASAP に対しては最大 36.9%、最小 16.5% の改善、Ramanathan の手法に対しては最大 100.1%、最小 24.9% の改善となり、提案手法の送信帯域がこれらの手法よりも向上していることを示す。帯域利用率については、ASAP に対しては最大 7.3%、最小 3.9% の改善、Ramanathan の手法に対しては最大 38.9%、最小 9.2% の改善となり、これらの手法よりも高い帯域の利用効率を実現していることを示す。

関連研究

無線アドホックネットワークやセンサネットワークでは、ノードの参加・移動・退出・故障が発生する。このようなネットワークの動的な変化に対応するためには、各ノードが自律的に TDMA 通信のスケジュー

ルを作成する必要がある．ネットワークの各ノードの自律協調動作によって問題解決するためのアルゴリズムは分散アルゴリズムとよばれるが^{(4),(7),(11)}，TDMA スケジューリングのための分散アルゴリズムは，本稿で比較に用いている手法^{(3),(5),(9)}以外にも多数研究されている^{(2),(3),(6),(10)}．

Kulkarni ら⁽⁶⁾ はメッシュ構造のネットワークにおける情報伝搬アルゴリズムをもとにした TDMA スケジューリングを提案した．この手法は，一般のグラフに対しても，仮想的なメッシュ構造を作成することにより，適用可能である．しかし，文献⁽⁶⁾では，各ノードに対する送信帯域の最小保証値が示されていない．

Rhee ら⁽¹⁰⁾ は哲学者の食事問題を解くランダムアルゴリズムを利用した TDMA スケジューリングを提案した．つまり，各スロットの開始時において，2-近傍ノードすべての同意を得ることができたノードのみが送信を行う．各ノードは 2-近傍ノードの数に応じた確率で送信スロットを取得できるが，定期的に送信スロットを得られることが保証されていない．これは，各ノードに定期的に送信要求が発生するようなアプリケーションには適さない．

TDMA スケジューリングに距離 2 の彩色を利用した研究も多く存在する^{(1)-(3),(9)}．Arumugam ら^{(1),(2)} は，トークン巡回を利用して距離 2 の彩色を行い，その彩色に基づく自己安定 TDMA スケジューリング手法を提案した．この手法では，固定長のスロットに対して，彩色に用いた色の数のスロットを 1 周期とし，各ノードは自身の色に対応するスロットで送信を行う．この方法では Ramanathan の手法と同様に局所的に利用されないスロットが多数発生してしまう．そこで，文献⁽²⁾では，ネットワーク全体で利用されていないスロットを再割当てする機能を付加している．しかし，このような改善を行っても，各ノードに対する送信帯域の最小保証値は Ramanathan の手法と同じである．

2. 無線ネットワークのモデル化

無線ネットワーク $G = (V, E)$ は，ノード集合 V とリンク集合 E で定義される．リンクは相異なるノード間の双方向通信リンクであり，ノード p, q 間にリンクが存在するとき， p, q は隣接するという．ノードを頂点，リンクを辺とすると，無線ネットワーク G はグラフと見なせるため，グラフに対する用語を無線ネットワークについても用いる．

ノード p に隣接するノードの集合を N_p と表す．ノード p について p から距離 i 以内のノードの集合を p の i -近傍と呼び， N_p^i と表す ($i \geq 0$)． N_p^i を再

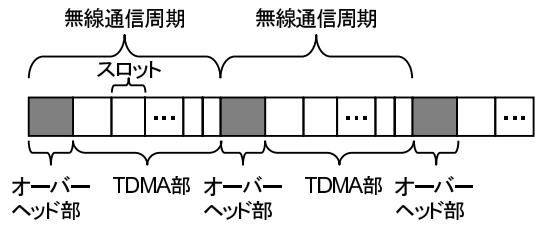


図 2 無線通信周期
Fig. 2 Time cycle.

帰的に次のように定義する．

$$N_p^0 = \{p\}$$

$$N_p^i = N_p^{i-1} \cup \bigcup_{q \in N_p^{i-1}} N_q \quad (i \geq 1)$$

ノード p, q ($p \neq q$) について， $q \notin N_p^{i-1}$ かつ $q \in N_p^i$ であるとき， p と q の距離は i であるという ($i \geq 1$)．

無線ネットワークでは，ノード p での送信は各ノード $q \in N_p$ へのブロードキャストとなる．TDMA 方式の通信において，各ノードは周期的に送受信を繰り返す．この 1 周期を無線通信周期と呼ぶ．各ノードは無線通信周期に関して大域的に同期していると仮定する．

無線通信周期は 1 つのオーバーヘッド部と 1 つの TDMA 部からなる (図 2)．各ノードはオーバーヘッド部を用いて，隣接ノードと情報交換をすることによって TDMA 部における TDMA スケジュールを決定する．オーバーヘッド部では CSMA/CA などのランダム遅延を用いて衝突回避を行うメディアアクセス方式を使用する．TDMA 部では，各ノードは TDMA スケジュールに従って TDMA 通信を行い，完全な衝突なし通信を行う．TDMA 部を $[0, 1)$ の時間区間と表す．

TDMA スケジュールとは，各ノードにおける送信のタイミングを送信可能時間により規定したものである．ノード p の送信可能時間を $send_p \subseteq [0, 1)$ と表す．すなわち，ノード p は $t \in send_p$ なる時刻 t に送信を行うことができる． $send_p$ をスロットの集合で規定する．スロット s とは， $s = [x, y) = \{t \mid x \leq t < y (0 \leq x < y < 1)\} \subseteq [0, 1)$ で表される連続な時間区間である．スロット s について， $y - x$ を s のスロット長と呼び， $|s|$ と表す． $send_p$ を構成するスロットの集合を $S_p = \{s_p^1, s_p^2, \dots\}$ と表し，ノード p の送信スロット集合と呼ぶ．すなわち， S_p は以下の条件を満たす：

- (1) $\bigcup_{s_p^i \in S_p} s_p^i = send_p$.
- (2) すべての $s_p^i \in S_p, s_p^j \in S_p$ ($i \neq j$) について，

表 1 提案手法の評価

Table 1 Performance of proposed algorithms.

	送信時間長	最小スロット長	スロット数
手法 1	$= 1/ cset_p $	$> 1/MaxColor(V)!$	$< MaxColor(V)!$
手法 2	$= 1/MaxColor(N_p^2)$	$> 1/MaxColor(N_p^2)!$	$= 2^{color_p-3}$
手法 3	$> 1/(2MaxColor(N_p^2))$	$> 1/(2MaxColor(N_p^2))$	$< MaxColor(N_p^2)$

$$s_p^i \cap s_p^j = \emptyset.$$

- (3) すべての $s_p^i = [x_p^i, y_p^i] \in S_p$, すべての $s_p^j = [x_p^j, y_p^j] \in S_p$ ($i \neq j$) について, $y_p^i \neq x_p^j$.

TDMA スケジューリング問題: TDMA スケジューリング問題とは, グラフ $G = (V, E)$ を入力とし, 衝突なし TDMA スケジュールを出力とする問題である. 衝突なし TDMA スケジュールとは, 以下が成り立つような各 $p \in V$ の送信可能時間 $send_p$ の集合である:

$$\forall p \in V, \forall q \in N_p^2 \setminus \{p\} :: send_p \cap send_q = \emptyset.$$

衝突なし TDMA スケジュールにおけるノード p の送信時間長を $\sum_{s_p^i \in S_p} |s_p^i|$ と定義する. また, ノード p の最小スロット長を $\min\{|s_p^i| | s_p^i \in S_p\}$ と定義する. さらに, ノード p のスロット数を $|S_p|$ と定義する. スロット長が非常に小さければ, p はそのスロットでは非常に少ないデータしか送信できず, 意味のあるデータを送信できない. よって, スロット長は実用的なサイズであることが必要である. スロット数が大きければ, p は TDMA 部において送信器のオン・オフを頻繁に繰り返さなければならない. したがって, スロット数は実用的な大きさであることが望まれる.

本稿では, TDMA スケジューリングアルゴリズムを提案する. 作成された TDMA スケジュールについては, 送信時間長, 最小スロット長, スロット数を評価する.

TDMA スケジュールを作成する方法として, グラフにおける距離 2 の彩色を利用する方法がよく知られている. 以後, 本稿では距離 2 の彩色を N^2 -彩色と呼ぶ. 本稿ではグラフにすでに N^2 -彩色がなされていると仮定する. 彩色とは, 各ノードに色と呼ばれる自然数を割り当てることを指す. ノード p の色を $color_p$ と表現する. N^2 -彩色は以下が成り立つ彩色である:

$$\forall p \in V, \forall q \in N_p^2 \setminus \{p\} :: color_p \neq color_q.$$

ノード p について, $cset_p = \{color_q | q \in N_p^2\}$ と定義する. つまり, $cset_p$ はノード p の 2-近傍ノードが使用する色の集合を表す.

また, ノードの部分集合 $V' \subseteq V$ について, 関数 $MaxColor(V') = \max\{color_q | q \in V'\}$ と定義する. よって, $MaxColor(V)$ はネットワーク全体で N^2 -彩

色に用いた最大の色を表し, $MaxColor(N_p^2)$ はノード p の 2-近傍ノードにおける最大の色を表す.

3. 提案手法

本章では任意の無線ネットワークに対して, 衝突なし TDMA スケジュールを求める 3 つの分散アルゴリズムを提案する. 提案手法はネットワークの変化がない場合, または, 変化が起きるまでのネットワークの安定した期間を対象としている. すべてのアルゴリズムは, N^2 -彩色の結果を利用する. つまり, 各ノード p は, 自身に割り当てられた色と, N_p^2 内にあるノードに割り当てられている色の集合をもとに, 独立に計算を行い, $send_p$ を決定する. したがって, 提案手法は, ネットワークに対する N^2 -彩色が終了し, 各ノードが自身の色を 2-近傍の全ノードに伝搬し終えた時点での開始を前提としている. さらに, 手法 1 は, $MaxColor(V)$ の全ノードへの伝搬が終了していることを必要とする. 手法 2, 手法 3 は大域情報をまったく必要とせず, 各ノードは 2-近傍の情報のみから TDMA スケジュールを作成可能である.

提案手法では, 各ノードで 2-近傍の色情報をもとに段階的にスロット分割を作成する. スロット分割とは TDMA 部を複数のスロットに分割し, 各スロットに色を割り当てたものである. ノード p は最終的に目的とするスロット分割を作成し, このスロット分割上で自身の色 $color_p$ と同じ色が割り当てられたスロット集合を出力とする. 得られたスロットの和集合が $send_p$ である.

3 つの提案手法は送信時間長, 最小スロット長とスロット数についてトレードオフがある. 提案手法について, 送信時間長, 最小スロット長, スロット数の保証値を表 1 にまとめる. 手法 1 は各ノードの送信時間長は $1/|cset_p|$ となり, 3 つの手法のうち最も大きく, Herman ら³⁾ の提唱した帯域を実現している. しかし, $MaxColor(V)$ に関して, スロットの指数的な断片化が生じ, 彩色に使用した色が大きな場合, 最小スロット長, スロット数については非実用的な値になる. 手法 2 は, 手法 1 の最小スロット長, スロット数を多くのノードについて改善した手法である. スロットの断片化は $MaxColor(N_p^2)$ に関して指数的な数に

改善されている．しかし，2-近傍に $MaxColor(V)$ が存在するノードでは最小スロット長は手法 1 と同程度の保証しかできない．スロット数についても，自身の色の 2 のべき乗となり，手法 1 よりは改善されている．しかし，彩色に使用した色が大きければスロットの断片化が発生してしまう．送信時間長については， $MaxColor(N_p^2) \geq |cset_p|$ より，手法 1 より劣る．手法 3 が保証する送信時間長は 3 つの手法中最も少ないが，最小スロット長，スロット数については指数的な断片化が発生せず，手法 1，手法 2 と比べて大きく改善されている．

3.1 手法 1

手法 1 は，ノード p のスロット分割作成にグラフの N^2 -彩色に使われた最大の色 $MaxColor(V)$ を利用し， p の送信時間長は $1/|cset_p|$ となる．ただし，最悪時，最小スロット長は $1/MaxColor(V)!$ ，スロット数は $MaxColor(V)!$ となる．

手法 1 では，各ノードは $\alpha = MaxColor(V)$ が与えられているとする． α についてラベルとラベル集合 $Label(\alpha)$ を次のように定義する．

- ラベル集合 $Label(\alpha)$ とは $\{1, 2, \dots, \alpha\}$ をアルファベットとする長さ α の語であり，かつ各記号を正確に 1 文字含む語すべてのみからなる語集合である．つまり， $1, 2, \dots, \alpha$ のすべての順列の集合である．
- ラベル集合 $Label(\alpha)$ の要素をラベルと呼ぶ．

$Label(\alpha)$ について，辞書式順序で i ($1 \leq i \leq \alpha!$) 番目のラベルを $label_i = c_i^1 c_i^2 \dots c_i^\alpha$ ($c_i^j \in \{1, 2, \dots, \alpha\}$) とする．

ノード p の送信スロット決定法について述べる．まずノード p は TDMA 部を $\alpha!$ 個のスロットに等分割する． i 番目のスロット $[(i-1)/\alpha!, i/\alpha!)$ を s_i と表現する．次に， p は各 s_i の色を $label_i$ をもとに決定する． $label_i = c_i^1 c_i^2 \dots c_i^\alpha$ のうち， $c_i^j \in cset_p$ を満たす最小の j を j' とし， s_i の色を $c_i^{j'}$ とする．

ノード p は，このようにして作成したスロット分割のうち， $color_p$ のスロットを $send_p$ とする．

例として， $color_p = 1$ ， $cset_p = \{1, 3, 4, 6\}$ ， $MaxColor(V) = 6$ であるノード p の動作を示す． $MaxColor(V) = 6$ より，ノード p は TDMA 部を $6! = 720$ 個のスロットに分割する．次に， p はスロットのラベル付けを $Label(6)$ によって行う．たとえば，スロット $s_1 = [0, 1/720)$ のラベルは 123456 となり，スロット $s_2 = [1/720, 2/720)$ のラベルは 123465 となる．その後， p はラベルをもとに各スロットの色を計算する．123456 とラベル付けされたスロット

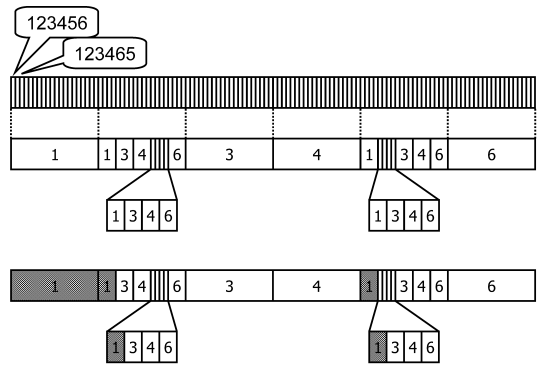


図 3 $color_p = 1$ ， $cset_p = \{1, 3, 4, 6\}$ ， $MaxColor(V) = 6$ であるノード p のスロット分割作成の様子

Fig. 3 Process of node p 's scheduling with $color_p = 1$ ， $cset_p = \{1, 3, 4, 6\}$ ， $MaxColor(V) = 6$.

の色は，色 1 が $cset_p$ に含まれているので，1 となる．また，253461 とラベル付けされたスロットの色は，先頭の 2 つのアルファベットである色 2，色 5 は $cset_p$ に含まれていないが，3 番目のアルファベットである色 3 は $cset_p$ に含まれているので，色 3 となる．このようにしてノード p が作成したスロット分割， p の送信スロットを図 3 に示す．ノード p の送信スロットは図 3 の色つきのスロットである．

正しさの証明

$p, q \in N_p^2$ に対して， $cset_p$ と $cset_q$ は必ずしも一致せず， p, q が独立に計算したスケジュールが衝突なし TDMA スケジュールとなっていることが明白ではない．そこで，手法 1 で各ノードが作成した TDMA スケジュールが衝突なし TDMA スケジュールとなることを示す．以後の証明では，スロット分割上で時間区間 $[x, y)$ に存在する色の集合を $color([x, y))$ と表す．また， $s = [x, y)$ であるとき， $color(s) = color([x, y))$ とする．

定理 1 任意の N^2 -彩色がなされたネットワークに対して手法 1 を適用して得られた TDMA スケジュールは，衝突なし TDMA スケジュールである．

証明

$p, q \in N_p^2$ が作成したスロット分割を div_p, div_q とし， $\alpha = MaxColor(V)$ とする．

背理法を用いて証明を行う．つまり，あるスロット $s_i = [(i-1)/\alpha!, i/\alpha!)$ に着目し， div_p 上で $color(s_i) = \{color_p\}$ ， div_q 上で $color(s_i) = \{color_q\}$ であると仮定する．

まず，ノード p でのスロット分割作成を考える．スロット s_i のラベルを $c_1 c_2 \dots c_\alpha$ とし， $c_{ip} = color_p$ ， $c_{iq} = color_q$ とする． div_p 上でスロット s_i の色が $color_p$ であることより， $ip < iq$ が成り立つ．

次に、ノード q のスロット分割作成を考える。スロット分割の作成手順から、スロット s_i のラベルは div_p 上でも div_q 上でも同じである。よって、 div_q における $color(s_i)$ は $\{c_{ip} (= color_p)\}$ もしくは $\{c_i (i < ip)\}$ となる。つまり、 $color(s_i) \neq \{color_q\}$ となり、仮定に矛盾する。 ■

性能評価

定理 2 任意の N^2 -彩色がなされたネットワークに対して手法 1 を適用して得られた TDMA スケジュールにおいて、ノード p の送信時間長は $1/|cset_p|$ 、最小スロット長は最悪時 $1/MaxColor(V)!$ 、スロット数は最悪時 $MaxColor(V)!$ となる。

証明

ノード p が計算したスロット分割上で色 $c \in cset_p$ となるスロットの個数を考える。手法 1 より、スロット $s_i = [(i-1)/\alpha!, i/\alpha!]$ が $color(s_i) = \{c\}$ となるとき、以下の条件が成り立つ：

s_i のラベルを $label_i = c_i^1 c_i^2 \cdots c_i^\alpha$ とすれば、 $c_i^j = c$ となる j ($1 \leq j \leq \alpha$) が存在し、以下のいずれかが成立する。

- $j = 1$
- $j \geq 2$ ならば、 j 未満のすべての整数 j' に対して、 $c_i^{j'} \notin cset_p$

$|cset_p| = k$ とすれば、 c についてこのような条件を満たすスロットの数は以下のように表現できる：

$$\sum_{i=0}^{\alpha-k} \alpha - k P_i(\alpha - 1 - i)!$$

これは色 c に依存しない。つまり、 $\forall c \in cset_p$ について、スロットの個数は等しい。

p の作成したスロット分割上のすべてのスロットは $cset_p$ に含まれる色で塗られているので、色 c のスロットサイズの合計は $1/|cset_p|$ である。

さらに、スロット分割上でのスロットの最小単位が $1/\alpha!$ であることより、 p の最小スロット長は最悪時 $1/\alpha!$ となる。また、手法 1 では最初に無線通信時間を $\alpha!$ 個のスロットに等分割した。 $\alpha!$ 個のスロットを $|cset_p| \leq \alpha$ 色で等分に分けていることより、 p の最悪時のスロットの個数は $O(MaxColor(V)!)$

計算量評価

各ノードが TDMA スケジュールを計算するのに必要な計算時間を示す。

手法 1 では、どのノードでも、TDMA 時間を $MaxColor(V)!$ 個のスロットに等分割し、各スロットに長さ $MaxColor(V)$ のラベルを与える。ノードは、

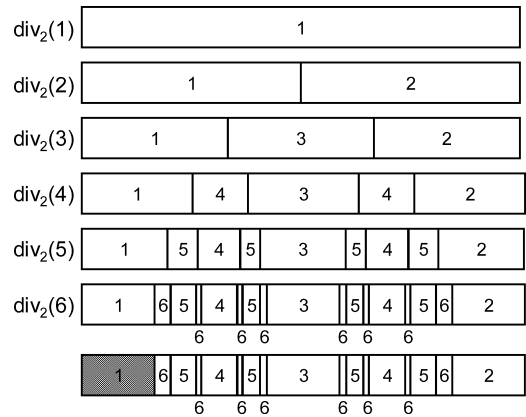


図 4 $color_p = 1$, $MaxColor(N_p^2) = 6$ であるノード p のスロット分割作成の様子

Fig. 4 Process of node p 's scheduling with $color_p = 1$, $MaxColor(N_p^2) = 6$.

各スロットに対して、ラベルのアルファベットを先頭から順に読み、最悪時、 $MaxColor(V)$ 個のアルファベットを読む。よってノード p の最悪時の計算時間は $O(MaxColor(V)! \times MaxColor(V))$ となる。

3.2 手法 2

手法 2 はノード p のスロット分割作成に 2-近傍のノードの色情報のみを利用する。 p の送信時間長は $1/MaxColor(N_p^2)$ であり、最小スロット長は $1/MaxColor(N_p^2)!$ 以上、スロット数は 2^{color_p-3} である。

手法 2 では、ノード p は TDMA 部に 1 色のスロットのみが存在するスロット分割をもとに、スロットの再分割と色の塗り直しを行うことによって、 $\{1, 2, \dots, MaxColor(N_p^2)\}$ のすべての色のスロットが出現するスロット分割を作成する。手法 2 において利用する $\{1, 2, \dots, k\}$ ($1 \leq k \leq MaxColor(N_p^2)$) のすべての色が出現するスロット分割を $div_2(k)$ と表す。 $div_2(k)$ は次のように定義される (図 4)：

- $div_2(1)$ は TDMA 部を 1 つの色 1 のスロットとしたものである。
- $div_2(2)$ は TDMA 部を 2 等分割し、前半を色 1、後半を色 2 としたものである。
- $div_2(k+1)$ は $div_2(k)$ から以下のように求める。
 - (1) $div_2(k+1)$ における色 1 のスロットを $[0, 1/(k+1))$ とする。
 - (2) $div_2(k+1)$ における色 2 のスロットを $[k/(k+1), 1)$ とする。
 - (3) $div_2(k)$ において、色 c ($c \neq 1, 2$) のスロットが $[x, y)$ ならば、 $div_2(k+1)$ における色 c のスロットを $[\frac{x+y}{2} - \frac{k}{k+1}, \frac{y-x}{2}]$ とする。

$\frac{x+y}{2} + \frac{k}{k+1} \frac{y-x}{2}$ とする .

- (4) 色が塗られていないスロットの色を $k+1$ とする .

このような操作を繰り返して求められる $div_2(MaxColor(N_p^2))$ が目的のスロット分割である . p は $div_2(MaxColor(N_p^2))$ のうち , 色 $color_p$ のスロットを $send_p$ とする .

例として , $color_p = 1$, $MaxColor(N_p^2) = 6$ であるノード p の動作を示す . p は $div_2(1)$ から開始し , $div_2(1)$, $div_2(2)$, $\dots$, $div_2(6)$ を順に計算する . $div_2(2)$ から $div_2(3)$ を計算するとき , 色 1 のスロット $[0, 1/2)$ は $2/3$ 倍し , $[0, 1/3)$ となり , 同様に色 2 のスロット $[1/2, 1)$ は $[1/3, 1)$ となる . 未彩色のスロット $[1/3, 2/3)$ の色は 3 とする . 同様の操作を繰り返すことにより , p が作成したスロット分割 , p の送信スロットを図 4 に示す . ノード p の送信スロットは図 4 の色つきのスロットである .

正しさの証明

定理 3 任意の N^2 -彩色がなされたネットワークに対して手法 2 を適用して得られた TDMA スケジュールは , 衝突なし TDMA スケジュールである .

証明

証明のために , 関数 $sset$, $itvl$ を定義する . スロット分割 div 上において色 c であるスロットの集合を $sset(div, c)$ とする . また , スロット集合 S に属する各スロットの和集合を $itvl(S)$ とする . つまり , $itvl(S) = \bigcup_{s \in S} s$ である , これらを用いて $send_p$ は次のように表現できる .

$$send_p = itvl(sset(div_2(MaxColor(N_p^2)), color_p))$$

手法 2 において , $div_2(k)$ から $div_2(k+1)$ を作成するとき , 色 c ($1 \leq c \leq k$) である各スロットは縮小される . このことから以下が成り立つ .

$$itvl(sset(div_2(k), c)) \supset itvl(sset(div_2(k+1), c))$$

ここで , $q \in N_p^2 \setminus \{p\}$ について , $h = \max\{color_p, color_q\}$ とし , $div_2(h)$ について考える . $h \in cset_p$, $h \in cset_q$ であるので , p, q は $div_2(MaxColor(N_p^2))$, $div_2(MaxColor(N_q^2))$ を計算する過程で , $div_2(h)$ を必ず計算している . 手法 2 より , $div_2(h)$ 上において異なる色のスロット集合が共通部分を持たないのは明らかである . つまり ,

$$itvl(sset(div_2(h), color_p)) \cap itvl(sset(div_2(h), color_q)) = \emptyset$$

ここで , 先ほどの性質を用いて , 次の式を得る .

$$itvl(sset(div_2(h+i), color_p)) \cap itvl(sset(div_2(h+j), color_q)) = \emptyset$$

(i, j は 0 以上の整数)

$q \in N_p^2$ かつ $p \in N_q^2$ より , $h \leq MaxColor(N_p^2)$, $h \leq MaxColor(N_q^2)$ であるため ,

$$itvl(sset(div_2(MaxColor(N_p^2)), color_p)) \cap itvl(sset(div_2(MaxColor(N_q^2)), color_q)) = \emptyset$$

つまり ,

$$send_p \cap send_q = \emptyset$$

性能評価

補題 1 任意の整数 k について , $div_2(k)$ において , 色 j ($1 \leq j \leq k$) のスロットのスロット長の和は $1/k$ である .

証明

数学的帰納法により証明する .

$k=1$ のとき $div_2(1)$ 上には , 色 1 のスロットのみ存在し , そのスロット長は 1 である .

$k=m$ のとき $div_2(m)$ において , 色 j ($1 \leq j \leq m$) のスロットのスロット長の和は $1/m$ であると仮定する .

$div_2(m+1)$ を計算するとき , $div_2(m)$ 上のスロットはすべて $m/(m+1)$ 倍される . したがって , $div_2(m)$ 上で色 j ($1 \leq j \leq m$) のスロットのスロット長の和は

$$1/m \times m/(m+1) = 1/(m+1).$$

また , 色 $(m+1)$ のスロットは , 色 $1, 2, \dots, m$ のスロット以外であるので , 色 $(m+1)$ のスロットのスロット長の和は

$$1 - \{1/(m+1) \times m\} = 1/(m+1).$$

したがって , $div_2(m+1)$ においても , 色 j ($1 \leq j \leq m+1$) であるスロットのスロット長の和は $1/(m+1)$ である .

したがって , 補題は成立する .

定理 4 任意の N^2 -彩色がなされたネットワークに対して手法 2 を適用して得られた TDMA スケジュールにおいて , ノード p の送信時間長は $1/MaxColor(N_p^2)$, 最小スロット長は最悪時 $1/MaxColor(N_p^2)!$ 以上 , スロット数は 2^{color_p-3} となる .

証明

ノード p の送信スロットは $div_2(MaxColor(N_p^2))$ における色 $color_p$ のスロットである . 補題 1 より , これらのスロットのスロット長の和は $1/MaxColor(N_p^2)$ である .

さらに , $div_2(k)$ から $div_2(k+1)$ を求めるとき ,

各スロットはたかだか $k/(k+1)$ 倍されるので、 p の作成したスロット分割上での最小スロット長は $1/MaxColor(N_p^2)!$ となる。また、 div_2 の求め方より、色 c について以下が成り立つ：

- $1 \leq c \leq 3$ であれば、色 c のスロットの数は 1。
- $c \geq 3$ であれば、色 c のスロットの数は 2^{c-3} 。

したがって、 p のスロット数は 2^{color_p-3} となる。■
計算量評価

各ノードが TDMA スケジュールを計算するのに必要な計算時間を示す。

手法 2 では、全ノードで div_2 の計算方法は共通であり、ノード p は順番に $div_2(1)$, $div_2(2)$, $\dots$, $div_2(MaxColor(N_p^2))$ を計算する。 $div_2(k)$ におけるスロット数は以下ようになる。

$k = 1$ のとき 1

$k = 2$ のとき 2

$$k \geq 3 \text{ のとき } 2 + \sum_{color=3}^k 2^{color-3} = 2^{k-2} + 1$$

したがって、 $div_2(MaxColor(N_p^2))$ までに p が計算するスロットの個数は以下のとおり。

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + \sum_{k=3}^{MaxColor(N_p^2)} (2^{k-2} + 1) \\ &= MaxColor(N_p^2) + 2^{MaxColor(N_p^2)-1} - 1 \end{aligned}$$

よって、ノード p の計算時間は $O(2^{MaxColor(N_p^2)})$ である。

3.3 手法 3

手法 3 は、ノード p のスロット分割作成に 2-近傍のノードの色情報のみを利用する。 p の送信時間長は $1/(2MaxColor(N_p^2))$ であり、最小スロット長は $1/(2MaxColor(N_p^2))$ 、スロット数の上限は $MaxColor(N_p^2)$ である。

手法 3 では、ノード p は 2 段階の操作により、目的のスロット分割を作成する。第 1 段階で、 p は $MaxColor(N_p^2)$ のみを利用して、単純なスロット分割を作成する。第 2 段階では、第 1 段階で作成したスロット分割のうち、 $cset_p$ に属さない色を持つスロットについて色の塗りなおしを行う。

第 1 段階では、ノード p は各スロットにラベルと色を割り当てたスロット分割を作成する。ラベルは $\{0, 1\}$ をアルファベットとする長さ 0 以上の語であり、色と対応している。このスロット分割は TDMA 部に 1 色のスロットが存在するスロット分割をもとに、各スロットの 2 等分割と色の塗りなおしを行うことによって、段階的に作成する。

$div_3(0)$	1 (ϵ)							
$div_3(1)$	1 (0)				2 (1)			
$div_3(2)$	1 (00)		3 (10)		2 (01)		4 (11)	
$div_3(3)$	1 (000)	5 (100)	3 (010)	7 (110)	2 (001)	6 (101)	4 (011)	8 (111)

図 5 $div_3(0)$, $div_3(1)$, $div_3(2)$, $div_3(3)$

Fig. 5 $div_3(0)$, $div_3(1)$, $div_3(2)$, $div_3(3)$.

k 段目で作成するスロット分割を $div_3(k)$ ($k \geq 0$) と表す。 $div_3(k)$ 上には 2^k 個のスロットが存在し、各スロットには k ビットのラベルが割り当てられる。スロット s のラベルを $sl(s)$ と表記し、 s の色は関数 dec を用いて $dec(sl(s)) + 1$ とする。関数 dec は入力ラベルを 2 進数と見た場合の数値を 10 進数で返す。ただし、入力が空語であれば 1 を返す。

$div_3(0)$ は TDMA 部全体を 1 つのスロットとし、 $sl([0, 1)) = \epsilon$ としたものである。したがってスロット $[0, 1)$ の色は 1 である。

$div_3(k)$ から $div_3(k+1)$ ($k \geq 1$) を次のようにして求める：

$div_3(k)$ において、スロット $[x, y)$ のラベル $sl([x, y))$ が $m_{k-1} \dots m_0$ とする。 $div_3(k+1)$ において、スロット $[x, (x+y)/2)$ のラベル $sl([x, (x+y)/2))$ を $0m_{k-1} \dots m_0$ 、スロット $[(x+y)/2, y)$ のラベル $sl([(x+y)/2, y))$ を $1m_{k-1} \dots m_0$ とする。

$div_3(0)$, $div_3(1)$, $div_3(2)$, $div_3(3)$ を図 5 に示す。

ノード p はこのような操作を繰り返し、 $\gamma_p = \lceil \log_2 MaxColor(N_p^2) \rceil$ である $div_3(\gamma_p)$ を求める。

第 2 段階では、 p は $div_3(\gamma_p)$ をもとに $cset_p$ の色のみが出現するスロット分割を作成する。つまり、 $div_3(\gamma_p)$ 上にある $cset_p$ に属さない色のスロットを $cset_p$ に含まれるいずれかの色に変更する。具体的には、スロット s の色の塗りなおしは、以下の手続きによってラベル $sl(s)$ から新たにラベル $sc(s)$ を求め、スロット s の新たな色を $dec(sc(s)) + 1$ とすることによって実現している：

$sl(s) = m_{\gamma_p-1}m_{\gamma_p-2} \dots m_0$ とする。

$j := \gamma_p - 1$;

$sc(s) = sl(s)$;

while $dec(sc(s)) + 1 \notin cset_p$

$j --$;

$sc(s) := m_j m_{j-1} \dots m_0$;

end

1 (000)	5 (100)	3 (010)	7 (110)	2 (001)	6 (101)	4 (011)	8 (111)
1 (000)	1 (00)	3 (010)	3 (10)	1 (ε)	6 (101)	4 (011)	4 (11)
1 (000)	1 (00)	3 (010)	3 (10)	1 (ε)	6 (101)	4 (011)	4 (11)

図 6 $color_p = 1$, $cset_p = \{1, 3, 4, 6\}$, $MaxColor(N_p^2) = 6$ であるノード p のスロット分割作成の様子
Fig. 6 Process of node p 's scheduling with $color_p = 1$, $cset_p = \{1, 3, 4, 6\}$ and $MaxColor(N_p^2) = 6$.

この色の塗りなおしの操作は、図 5 において、 $cset_p$ の色が現れるまで、 $div_3(3)$, $div_3(2)$, $div_3(1)$ とラベルをさかのぼることに相当する。

ノード p は、以上のようにして作成したスロット分割のうち、色 $color_p$ のスロットを $send_p$ とする。

例として、 $color_p = 1$, $MaxColor(N_p^2) = 6$, $cset_p = \{1, 3, 4, 6\}$ であるノード p の動作を示す。 $MaxColor(N_p^2) = 6 \leq 2^3$ であるので、ノード p は $div_3(0)$, $div_3(1)$, $div_3(2)$, $div_3(3)$ を順に計算する(図 5)。次に、 p は $div_3(3)$ 上のスロットの色の塗りなおしを行う。 $div_3(3)$ には色 1, 2, ..., 8 のスロットが出現するが、色 2, 5, 7, 8 は $cset_p$ に含まれていない。したがって、色 2 であるスロット $[4/8, 5/8)$ 、色 5 であるスロット $[1/8, 2/8)$ 、色 7 であるスロット $[6/8, 7/8)$ 、色 8 であるスロット $[7/8, 1)$ について色を塗りなおす。色 5 のスロットについて説明する。 $sl([1/8, 2/8)) = 100$ であり、 $dec(00) + 1 = 1 \in cset_p$ であるので、 $sc([1/8, 2/8)) = 00$ となる。よって、スロット $[1/8, 2/8)$ の色は 1 となる。このようにしてノード p が作成した $div_3(3)$ 、スロット分割、 p の送信スロットを図 6 に示す。ノード p の送信スロットは図 6 の色つきのスロットである。

正しさの証明

証明のために、関数 $fs(c)$ を定義する。

定義 1 色 c について $c \leq 2^l$ なる最小の l を l_c とおき、 $div_3(l_c)$ における色 c のスロットを $fs(c)$ とする。 ■

色 3 は $3 < 2^2$ であるので、 $l_3 = 2$ である。 $div_3(2)$ において、色 3 のスロットは $[1/4, 2/4)$ である。したがって、 $fs(3) = [1/4, 2/4)$ となる。 div_3 の計算過程を考えれば(図 5)、色 3 は $div_3(2)$ においてはじめてスロット分割上に出現する。つまり、 $fs(c)$ は色 c がはじめて div_3 に出現したときのスロットを示す。

$l_c = \lceil \log_2 c \rceil$ であるため、ある i_c を用いて、

$$fs(c) = [(i_c - 1)/2^{\lceil \log_2 c \rceil}, i_c/2^{\lceil \log_2 c \rceil})$$

と表現することができる。

$fs(c)$ について、以下の補題が成立する。

補題 2 $div_3(\lceil \log_2 c \rceil + k)$ ($k \geq 0$) をもとに作成したスロット分割において、色 c の任意のスロット s は $s \subseteq fs(c)$ 。

証明

$l_c = \lceil \log_2 c \rceil$ とし、 $div_3(l_c)$ における $fs(c)$ のラベル $sl(fs(c))$ を $m_{l_c-1} \cdots m_0$ とする。

$div_3(l_c + k)$ において、色 c となる可能性のあるスロット s のラベル $sl(s)$ は、塗りなおしの手順より

$$m_{l_c+k-1} \cdots m_{l_c-1} \cdots m_0 \quad (k \geq 0).$$

ここで、スロット s のラベルの決め方を考える。

$div_3(l)$ でスロット s' のラベルが $m'_{l-1} \cdots m'_0$ であれば、 $div_3(l+j)$ において $s^* \subseteq s'$ であるようなスロット s^* のラベルは $m'_{l+j-1} \cdots m'_{l-1} \cdots m'_0$ となる。つまり、 $sl(s')$ と $sl(s^*)$ の l 文字の接尾辞は一致する。

$sl(fs(c))$ と $sl(s)$ の l_c 文字の接尾辞は一致するので、 $s \in fs(c)$ 。 ■

定理 5 任意の N^2 -彩色がなされたネットワークに対して手法 3 を適用して得られた TDMA スケジュールは、衝突なし TDMA スケジュールである。

証明

任意のノード p と、任意の $q \in N_p^2$ について、 p, q が最終的に作成したスロット分割を div_p , div_q とする。 $\lambda = \lceil \log_2 MaxColor(N_p^2) \rceil$, $\delta = \lceil \log_2 MaxColor(N_q^2) \rceil$ とする。また、証明では、スロットを 2 のべき乗に等分割して考える。つまり、 p のある送信スロットが $((i-2)/2^\lambda, i/2^\lambda]$ であるような場合、 $((i-2)/2^\lambda, (i-1)/2^\lambda]$, $((i-1)/2^\lambda, i/2^\lambda]$ の 2 つのスロットとして扱う。

背理法を用いて証明を行う。つまり、 div_p 上で $color(s_i) = \{color_p\}$ となるあるスロット $s_i = [(i-1)/2^\lambda, i/2^\lambda]$ に対して、 div_q 上で $color_q (\neq color_p) \in color(s_i)$ であると仮定する。

ここで、一般性を失わず、 $color_p > color_q$ と仮定することができる。

div_p 上におけるスロット s_i について、 $color(s_i) = \{color_p\}$ であることから、補題 2 より、 $s_i \subseteq fs(color_p)$ が成り立つ。

次に、 div_q 上のスロット s_i について考える。 $color_q \in color(s_i)$ であるため、 s_i 内に $color_q$ で塗りなおしがなされるスロットが存在する。つまり、 $s_i \cap fs(color_q) \neq \emptyset$ である。 $s_i, fs(color_q)$ とともに 2 のべき乗に等分割されたスロットの 1 つであるので、 s_i と $fs(color_q)$ の間には包含関係が成り立つ。

s_i と $fs(color_q)$ のサイズはそれぞれ $|s_i| = 1/2^\lambda$, $|fs(color_q)| = 1/2^{\lceil \log_2 color_q \rceil}$ である. また, $color_q \in cset_p$ より, $\lceil \log_2 color_q \rceil \leq \lambda$ であるので, $|s_i| \leq |fs(color_q)|$ となる. したがって, $s_i \subseteq fs(color_q)$ が成り立つ.

以上より, $fs(color_p) \cap fs(color_q) \neq \emptyset$ が成り立つ. ここで, 先程と同様に, $fs(color_p)$ と $fs(color_q)$ の間には包含関係が成り立つ. $color_p > color_q$ と仮定したので, $fs(color_p) \subset fs(color_q)$ となる.

$s_i^j = [(j-1)/\delta, j/\delta)$ を, div_q 上において $color(s_i^j) = \{color_q\}$ であり, $s_i^j \subseteq s_i$ なるスロットとする. また, $sl(s_i^j) = m_{\delta-1}m_{\delta-2} \cdots m_0$ とする. $fs(color_p) \subset fs(color_q)$ より $dec(m_{r-1}m_{r-2} \cdots m_0) + 1 = color_p$, $dec(m_{s-1}m_{s-2} \cdots m_0) + 1 = color_q$ かつ $r \leq s$ なる r, s が存在する.

$$color(s_i^j) = \{color_q\} \text{ より} \\ color_q = \max(\{ dec(m_{\delta-1}m_{\delta-2} \cdots m_0) + 1, \\ dec(m_{\delta-2} \cdots m_0) + 1, \\ \cdots, dec(m_0) + 1 \} \cap cset_q)$$

が成り立たなければならない. しかし, $color_p \in cset_q$ であり, かつ, $fs(color_p) \subset fs(color_q)$ より, 色の塗りなおし法から, $color(s_i^j) \geq color_p$ となる. これは $color(s_i^j) = color_q$ であることに矛盾する. ■
性能評価

定理 6 任意の N^2 -彩色がなされたネットワークに対して手法 3 を適用して得られた TDMA スケジュールにおいて, ノード p の送信時間長は $1/(2MaxColor(N_p^2))$ 以上, 最小スロット長は最悪時 $1/(2MaxColor(N_p^2))$, スロット数は最悪時でも $MaxColor(N_p^2)$ 未満となる.

証明

ノード p が作成したスロット分割上では, 各スロットのサイズは $1/2^{\gamma_p}$ ($\gamma_p = \lceil \log_2 MaxColor(N_p^2) \rceil$) である. このスロット分割上に色 $color_p \in cset_p$ のスロットは少なくとも 1 個以上存在するので, ノード p の送信可能時間は $1/2^{\gamma_p}$ 以上である. ここで, $2^{\gamma_p} = 2^{\lceil \log_2 MaxColor(N_p^2) \rceil} \leq 2MaxColor(N_p^2)$. よってノード p の送信可能時間は $1/(2MaxColor(N_p^2))$ 以上である. また, 最小スロット長は $1/2^{\gamma_p} \geq 1/(2MaxColor(N_p^2))$ 以上である.

また, p のスロット数が最も多くなる場合を考える. $div_3(MaxColor(N_p^2))$ 上には 2^{γ_p} 個のスロットが存在する. $div_3(MaxColor(N_p^2))$ 上で実現可能なスロット数の最大値は 2^{γ_p-1} であり, このとき, p の色は 1 で, 送信スロットは $[0, 1/2^{\gamma_p}), [2/2^{\gamma_p}, 3/2^{\gamma_p}), \dots, [(2^{\gamma_p} - 2)/2^{\gamma_p}, (2^{\gamma_p-1})/2^{\gamma_p})$ である. ここで, さら

に p が新たに送信スロットを取得しても, 既存の送信スロットと隣接するため, スロットの極大性より, スロット数は減少してしまう. したがって, スロット数はたかだか $2^{\gamma_p-1} < MaxColor(N_p^2)$ である. ■
計算量評価

各ノードが TDMA スケジュールを計算するのに必要な計算時間を示す.

手法 3 では, 全ノードで div_3 の計算方法は共通であり, ノード p は, $\gamma_p = \lceil \log_2 MaxColor(N_p^2) \rceil$ としたとき, $div_3(0), div_3(1), \dots, div_3(\gamma_p)$ と順番に計算する. $div_3(k)$ におけるスロット数は 2^k である. よって, $div_3(\gamma_p)$ までに p が計算するスロットの個数は以下のとおり.

$$\sum_{k=0}^{\gamma_p} 2^k = 2^{\gamma_p} - 1$$

ノード p は $div_3(\gamma_p)$ でスロットの分割を終了する. $div_3(\gamma_p)$ におけるスロットの数は 2^{γ_p} である. 各スロットに対して, 塗りなおしを行う回数はたかだか γ_p である. したがって, p がスロットの塗りなおしを行う回数は $\gamma_p 2^{\gamma_p}$ 未満である.

div_3 の計算において, 1 つのスロットの始点, 終点, 色が定数時間で計算でき, $div_3(\gamma_p)$ のスロットの塗りなおしにおいて, 1 回の塗りなおし操作を定数時間でできるならば, ノード p の計算時間は次のように計算できる.

$$2^{\gamma_p} - 1 + \gamma_p 2^{\gamma_p}$$

したがって, ノード p の最悪時の計算時間は $O(\gamma_p 2^{\gamma_p})$ である.

4. シミュレーション実験

本章では, 手法 3 の有効性を検証するために行ったシミュレーション実験の結果を示す. 手法 1, 手法 2 は最小スロット長が非常に小さくなる, スロット数が非常に大きくなるといったスロットの断片化が起きやすく, アプリケーションによっては非実用的である. 手法 3 はこのようなスロットの断片化を大きく改善している. しかし, 送信時間長に対する保証値は提案手法の中で最も小さい. そこで, シミュレーションでは, 手法 3 の平均送信時間長が実用上有効であることを示す. また, 帯域利用率についても, 実用上有効であることを示す. さらに, 多くのノードが Herman ら³⁾ の提唱した基準である $1/|cset_p|$ に近い送信時間長を有していることを示す.

実験では, 手法 3 の送信時間長と帯域利用率を他の手法と比較するため, Ramanathan⁹⁾ の手法, 神崎

ら⁵⁾が提案した ASAP を比較対象とした．

Ramanathan の手法では、 N^2 -彩色に基づいて自明なスロット割当てを行っている．Ramanathan の手法では、各ノードの送信時間長は $1/MaxColor(V)$ となる．これに対し、手法 3 は N^2 -彩色をもとに、帯域を効率的に利用するためのスロット割当ての計算を行っている．シミュレーション実験ではこのスロット割当ての計算の効果を調べる．

ASAP は、ノードの参加・退出が起こる無線アドホックネットワークを対象とした TDMA スケジューリング手法である．ASAP では、ノードの参加・退出が発生したときに、そのノードの 2-近傍のノードが TDMA スケジュールを作成し直す．この際、TDMA 部の長さを各ノードが動的に設定することにより、帯域の利用効率を上げている．シミュレーションは静的な無線ネットワークを対象に行うので、動的な環境での TDMA スケジューリングに対応している ASAP との比較は適切ではない．シミュレーション実験の結果は、動的な無線ネットワークに対して適応的に TDMA スケジューリングを行う ASAP に対し、ネットワーク全体の TDMA スケジュールを再計算すれば、帯域の利用効率がどの程度改善されるかを示していると解釈できる．

4.1 評価環境

シミュレーション実験では、ユニットディスクグラフに対し、手法 3、Ramanathan の手法、ASAP を適用した．実験に用いたユニットディスクグラフは、 100×100 のフィールドに 50 個のノードをランダムに配置し、ディスク半径 R 以内のノードは互いに送受信可能であるとして作成した． $R = 15, 20, 25, 30$ とし、それぞれの R について 2,000 個のユニットディスクグラフを作成した．作成した各 2,000 個のユニットディスクグラフにおける平均次数の平均値を表 2 にまとめる．

手法 3 の送信時間長、最小スロット長、スロット数は N^2 -彩色の結果に依存し、 N^2 -彩色の結果はグラフの次数に依存している．したがって、手法 3 の評価を行うためには、様々な次数のグラフでの実験が必要である．本シミュレーションでは次数 3～10 程度のグラフにおける手法 3 の評価を行うために、上記のフィールドのサイズ、ディスク半径を採用した．

ASAP は静的なトポロジに対して TDMA スケジュールを作成することを想定していない．よって、ASAP のシミュレーション時には入力ユニットディスクグラフ中の 50 ノードが、ランダムな順番でネットワークに参加してくるとしてシミュレーションを行った．

表 2 ディスク半径 R と平均次数
Table 2 Disc radius and average degree.

ディスク半径 R	15	20	25	30
平均次数	2.9865	5.1055	7.5946	10.4609

また、手法 3、Ramanathan の手法が前提としている N^2 -彩色は次のような貪欲法を用いた．

- $|N_p^2|$ が大きいノード p から順に彩色を行う．
- $|N_p^2|$ が同じノードが複数存在すれば、それらのノードはランダムな順で彩色を行う．
- ノードは彩色を行う際、2-近傍で使用されていない最小の色を取得する．

4.2 評価基準

本実験では、手法 3、Ramanathan の手法、ASAP の送信帯域、帯域利用率に着目する．

ノード p の TDMA 部のサイズに対する $send_p$ の割合を p の送信時間長と定義する．ネットワーク内の全ノードの送信時間長の平均値を平均送信時間長と定義する．また、 p の 2-近傍ノードで送信スロットとして利用されているスロットの総和の TDMA 部に対する割合を帯域利用率と定義する．ネットワーク内の全ノードの帯域利用率の平均値を平均帯域利用率と定義する．

また、手法 3 を適用した場合の各ノードにおける送信時間長と Herman らの基準である $1/|cset_p|$ とを比較するために、各ノード p における達成率を以下の式で定義する．

$$\text{達成率} = \frac{\text{手法 3 における } p \text{ の送信時間長}}{1/|cset_p|}$$

シミュレーション実験では 3 つの手法について平均送信時間長と平均帯域利用率を比較し、手法 3 については達成率、スロット数、最小スロット長を評価した．

シミュレーション回数は 2,000 回とした．予備実験を行い、Ramanathan の手法、ASAP、手法 3 の平均送信時間長、平均帯域利用率の分布が正規分布に近いことを確認した．また、Herman らの基準に対する平均送信時間長の分布も正規分布に近いことを確認した．よって、シミュレーション回数は、母集団分布を正規分布としたときの信頼区間 95%、誤差 5% を実現するサンプル数を参考とした⁸⁾．

本実験では、(1) ランダムグラフを作成するプログラムと、(2) 各スケジューリング手法を計算するプログラムを自作し、(1) で作成した各ネットワークに対し (2) を適用した．

4.3 評価結果

シミュレーションの結果を表 3、表 4、表 5、表 6、

表 6 手法 3 : スロット数と最小スロットサイズ

Table 6 Proposed algorithm 3: number of slots and minimum size of slots.

R	MaxColor(V)		スロット数			最小スロット長		
	平均値	最大値	平均値	最大値	理論的上界	平均値	最小値	理論的下界
15	7.9000	13.0000	1.0162	4.0000	13.0000	0.2559	0.0625	0.0385
20	11.3200	18.0000	1.0281	6.0000	18.0000	0.1397	0.0313	0.0278
25	15.1100	24.0000	1.0366	7.0000	24.0000	0.0878	0.0313	0.0208
30	19.4700	29.0000	1.0464	8.0000	29.0000	0.0609	0.0313	0.0172

表 3 平均送信時間長 : 既存手法との比較

Table 3 Average send time: comparison with existing algorithms.

R		平均値	改善率 (%)
15	手法 3	0.2596	
	Ramanathan	0.1298	100.11
	ASAP	0.1896	36.96
20	手法 3	0.1445	
	Ramanathan	0.0901	60.36
	ASAP	0.1166	23.99
25	手法 3	0.0923	
	Ramanathan	0.0673	37.20
	ASAP	0.0772	19.51
30	手法 3	0.0650	
	Ramanathan	0.0520	24.93
	ASAP	0.0558	16.51

表 4 平均帯域利用率 : 既存手法との比較

Table 4 Average utilization ratio: comparison with existing algorithms.

R		平均値	改善率 (%)
15	手法 3	0.9304	
	Ramanathan	0.6697	38.92
	ASAP	0.8667	7.35
20	手法 3	0.9522	
	Ramanathan	0.7655	24.39
	ASAP	0.9076	4.91
25	手法 3	0.9646	
	Ramanathan	0.8365	15.32
	ASAP	0.9241	4.38
30	手法 3	0.9701	
	Ramanathan	0.8881	9.23
	ASAP	0.9336	3.90

図 7 に示す。

表 3 には平均送信時間長の平均値と、他の手法に対する手法 3 の改善率を示す。改善率は以下の式で定義する。

a : 手法 3 による平均送信時間長の平均値

b : 該当手法の平均送信時間長の平均値

$$\text{改善率 (\%)} = \frac{a - b}{b} \times 100$$

手法 3 と同様に N^2 -彩色をもとにした Ramanathan の手法と比較すると、手法 3 が Ramanathan の手法

表 5 平均送信時間長 : Herman らの基準との比較

Table 5 Average send time: comparison with Herman's measure.

R		平均値	改善率 (%)
15	手法 3	0.2596	
	$1/ cset_p $	0.2575	0.85
20	手法 3	0.1445	
	$1/ cset_p $	0.1407	2.73
25	手法 3	0.0923	
	$1/ cset_p $	0.0885	4.36
30	手法 3	0.0650	
	$1/ cset_p $	0.0588	10.51

より、平均送信時間長が大きいことが分かる。実験結果では、平均送信時間長の最大値、最小値についても手法 3 のほうが優れていた。また、手法 3 が ASAP より平均送信時間長が大きく、ASAP に比べ、平均 20%前後の改善を実現していることが分かる。さらに、平均送信時間長の最大値、最小値についても手法 3 のほうが優れていた。シミュレーション結果より、動的変化が頻繁でなく、TDMA スケジュールの再計算があまり生じない場合、手法 3 を用いることで、ASAP より効率的な通信ができることが分かる。

表 4 はこのシミュレーションでの各ノードの平均帯域利用率の平均値である。

平均帯域利用率についても、平均送信時間長と同様に改善率を定義する。

Ramanathan の手法と比較すると、手法 3 のほうが Ramanathan の手法より平均帯域利用率が大きいことが分かる。これは、Ramanathan の手法は、各ノードの 2-近傍に存在しない色のスロットを利用できないのに対し、手法 3 は、 div_3 上に出現するこのような色のスロットを塗りなおし、送信に利用しているためである。また、ASAP と比較しても、手法 3 の帯域利用率が高いことが分かる。これは、ASAP ではノードの参加により、帯域利用率が減少しても、スケジュールの再計算をしないためであると考えられる。シミュレーション結果より、動的変化が頻繁でなく、2-近傍ノードの多い密なネットワークでは、手法 3 を用いることで、ASAP よりも帯域を有効に利用できることが

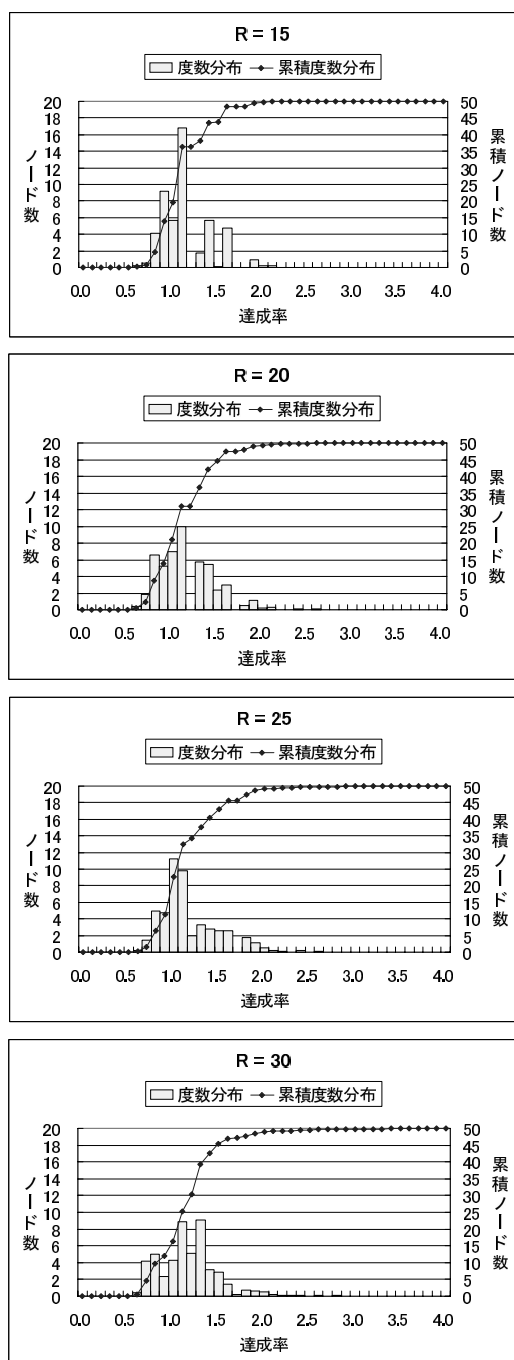


図 7 達成率

Fig.7 Achievement ratio.

分かる。

実験結果では、帯域利用率の最大値はすべての手法で 1 であったが、最小値については手法 3 が最も大きかった。手法 3 の帯域利用率に着目すると、ディスク半径が大きくなるにつれ、帯域利用率が増加してい

る。これは、ディスク半径が大きいほど、2-近傍ノードの数が増え、TDMA 部の分割が進むため、未使用スロットの影響が小さくなるためだと考えられる。

表 5 は手法 3 の実験に用いた彩色済みのグラフに対し、Herman らの基準である $1/|cset_p|$ を計算し、2,000 回のシミュレーションの平均値を計算したものである。Herman らの基準に対して、手法 3 は同程度以上の平均送信時間長を実現していることが分かる。これは、全ノードが Herman らの基準を満たしていても、使用されていない帯域が存在し、手法 3 ではこの未使用の帯域を複数スロットを取得したノードに割り当てているためだと考えられる。

図 7 は各ディスク半径について 2,000 回のシミュレーションを行った達成率の分布の平均である。横軸の達成率に対し、縦軸はその達成率を示したノードの数と累積ノード数を示している。図 7 では 2,000 回のシミュレーションによる、各達成率のノードの数の平均値を示している。図 7 より、90%以上のノードで 70%以上の達成率を実現していることが分かる。達成率 60%以下のノードは 5%以下であり、 $1/|cset_p|$ にくらべて極端に送信帯域の小さいノードは非常に少ないことが分かる。

表 6 は 2,000 回のシミュレーションで得られた N^2 -彩色結果、手法 3 のスロット数の平均値、最大値と、最小スロット長の平均値、最小値である。手法 3 のスロット数の理論的上界は $MaxColor(N_p^2)$ であり、最小スロット長の理論的下界は $1/(2MaxColor(N_p^2))$ である。表 6 は $MaxColor(V)$ をもとにスロット数の理論的上界、最小スロット長の理論的下界の数値を計算した。スロット数については、平均的には 1 であり、最大値も理論的上界の 3 割程度に収まっており、シミュレーションでは理論的上界ほど大きくない。また、最小スロット長については平均的には理論的下界の 4 倍以上、最小値も理論的下界以上となっており、シミュレーションでは理論的下界ほど小さくない。

シミュレーション結果より、手法 3 は断片化を抑えながら多くのノードで Herman らの基準に近い送信時間長を実現していることが分かる。

手法 3 の保証する送信時間長、最小スロット長、スロット数は N^2 -彩色の結果に依存している。シミュレーション実験では $|N_p^2|$ に応じた彩色アルゴリズムを用いたが、提案手法に最適な彩色を行う彩色アルゴリズムと組み合わせれば、手法 3 の長所をより引き出すことができると考えられる。

手法 3 を含む提案手法はネットワークのトポロジ

変化がない場合、または、変化が起きるまでの安定した期間を対象としている。センサーネットワークや無線アドホックネットワークといった無線ネットワークではノードの参加、離脱、故障といったトポロジの変化がしばしば発生する。提案手法をこのような動的なネットワークに適用する場合、トポロジが変化するたびに N^2 -彩色、TDMA スケジュールの再計算が必要であり、これらの再計算時間を考慮することも必要である。

4.4 彩色アルゴリズムのコスト

提案手法はいずれも N^2 -彩色を前提としている。グラフに対する N^2 -彩色の代表的な手法として、一般の彩色アルゴリズムを利用する方法とクラスタリングによる方法がよく知られている。

一般の彩色アルゴリズムを利用する場合、入力グラフ G に対して、距離 2 のノード間に辺を付加したグラフ G^2 を考え、 G^2 に対して彩色アルゴリズムを適用する。

グラフ $G = \{V, E\}$ に対する $G^2 = \{V, E'\}$ を次のように定義する：

$$E' = E \cup \{(p, r) \mid p, q, r \in V : (p, q), (q, r) \in E, p \neq r\}$$

提案手法では、ネットワーク全体、もしくは 2-近傍で彩色に使用する色の数は少いほうがよい。各ノードの使用する色を小さくするような彩色の 1 つに Grundy Coloring がある。

Grundy Coloring とは、各ノード $p \in V$ について以下が成立する彩色である：

$$color_p = \min\{c \geq 1 \mid \forall q \in N_p : color_q \neq c\}$$

グラフ $G = \{V, E\}$ に対する Grundy Coloring について、以下の性質が知られている：グラフ G の最大次数を d 、 G の彩色数を χ_G とし、Grundy Coloring で用いた色数を k とすれば、

$$\chi_G \leq k \leq d + 1$$

Hedetniemi ら¹²⁾ はグラフ $G = \{V, E\}$ ($n = |V|, m = |E|$) に対して、 $O(n + 2m)$ ステップで Grundy Coloring を行う自己安定アルゴリズムを提案した。自己安定アルゴリズムとはメモリクラッシュなどの一時故障に自律的に適応できるアルゴリズムであり、動的なネットワークに自律的に適応するシステムを構築するのに有利である。また、文献 12) では、ただか n ステップで $(d + 1)$ 色を用いた彩色を行う自己安定アルゴリズムも提案されている。

Herman ら³⁾ はクラスタリングによる確率的な N^2 -彩色アルゴリズムを提案した。Herman らのアルゴリ

ズムでは、まず、極大独立集合を求め、極大独立集合に含まれるノードをクラスタヘッドとし、各クラスタメンバがクラスタヘッドに隣接するようなクラスタを作成する。クラスタヘッドが各クラスタメンバに N^2 -彩色を満たすように色を与えることにより、 N^2 -彩色を実現している。Herman らは文献 3) で確率 1 で期待収束時間が定数となる N^2 -彩色を実現するアルゴリズムを提案した。

5. おわりに

本稿では、無線ネットワークにおける 3 つの TDMA スケジュール作成手法を提案した。3 つの手法はいずれも N^2 -彩色を利用している。手法 1、手法 2 は最小スロット長、スロット数が非実用的であり、この点を改善する手法として手法 3 を提案した。しかし、手法 3 の保証する送信時間長は 3 つの手法のうちで最も小さい。そこで、手法 3 については、既存の TDMA スケジューリング手法を比較対象としたシミュレーションによる性能評価を行った。その結果、手法 3 の平均送信時間長が ASAP⁵⁾ よりも大きくなることを示した。

今後の課題としては、3 つの提案手法に最適な彩色アルゴリズムを考案することが考えられる。また、実際の無線ネットワーク環境を反映したシミュレーション実験を行い、実環境における提案手法の性能を考察することも必要である。

本稿で提案した TDMA スケジューリング手法は、ネットワークが変化するたびに N^2 -彩色、TDMA スケジューリングの再計算が必要である。このような動的な環境におけるシミュレーション実験や既存手法との比較を行うことにより、提案手法の適用可能性を検討することが必要である。動的ネットワークへの効果的な対応法として、ASAP に対し、送信帯域を改善するために、定期的に手法 3 を利用して再割当てを行うという拡張を加えたハイブリッドな手法も考えられる。

謝辞 本研究の一部は、文部科学省 21 世紀 COE プログラム（研究拠点形成費補助金）の研究助成、日本学術振興会科学研究費補助金（基盤研究（B）15300017）、および、文部科学省科学研究費補助金（特定領域研究 16092215）によるものである。ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Arumugam, M. and Kulkarni, S.S.: Self-Stabilizing Deterministic TDMA for Sensor Networks, *Proc. ICDCIT 2005*, pp.69–81

(2005).

- 2) Arumugam, M. and Kulkarni, S.S.: Self-Stabilizing Deterministic TDMA for Sensor Networks, Technical Report MSU-CSE-05-19, Department of Computer Science, Michigan State University (2005).
- 3) Herman, T. and Tixeuil, S.: A Distributed TDMA Slot Assignment Algorithm for Wireless Sensor Networks, *Proc. ALGOSENSORS 2004*, LNCS 3121, pp.45–58 (2004).
- 4) 亀田恒彦, 山下雅史: アルゴリズムシリーズ 6 分散アルゴリズム, 近代科学社 (1994).
- 5) 神崎, 上向, 原, 西尾: アドホックネットワークにおける端末数の変化に応じた TDMA スロット割り当て手法, 情報処理学会論文誌, Vol.45, No.3, pp.824–837 (2004).
- 6) Kulkarni, S.S. and Arumugam, U.: Collision-free communication in sensor networks, *Proc. SSS 2003*, LNCS 2704, pp.17–31 (2003).
- 7) Lynch, N.A.: *Distributed Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, Inc. (1996).
- 8) 西平重喜: 新数学シリーズ 8 統計調査法補訂第 2 刷, 培風館 (1979).
- 9) Ramanathan, S.: A unified framework and algorithm for channel assignment in wireless networks, *Wireless Networks*, 5, 1999, pp.81–94 (1999).
- 10) Rhee, I., Warrier, A.C. and Xu, L.: Randomized Dining Philosophers to TDMA Scheduling in Wireless Sensor Networks, Technical Report TR-2005-20, Department of Computer Science, North Carolina State University (2005).
- 11) Tel, G.: *Introduction to Distributed Algorithms*, 2nd edition, Cambridge University Press (2000).
- 12) Hedetniemi, S.T., Jacobs, D.P. and Srimani, P.K.: Linear time Self-stabilizing colorings, *Information Processing Letters* 87, pp.251–255 (2003).

(平成 17 年 11 月 28 日受付)

(平成 18 年 10 月 3 日採録)

推薦文

本稿は、無線ネットワークにおける通信方式としてよく用いられる TDMA 通信における新たなスケジューリング手法を提案するものである。本稿では、距離 2 の彩色結果を利用したスケジューリング手法を提案し、既存手法の問題点であった帯域の利用率の低さを解決

している点が優れており、推薦論文として推薦する。
(マルチメディア通信と分散処理研究会前主査
東野輝夫)



山内由紀子 (学生会員)

平成 17 年大阪大学基礎工学部情報科学科退学 (飛び級)。平成 18 年同大学大学院博士前期課程修了。現在、同大学院情報科学研究科博士後期課程在学中。分散アルゴリズムの

研究に従事。



中南 良浩

平成 14 年大阪大学大学院基礎工学研究科博士前期課程修了。平成 18 年同大学院情報科学研究科博士後期課程修了。現在 (株) 松下電器産業に所属。分散アルゴリズムの研究に

従事。情報科学博士。



大下 福仁 (正会員)

平成 12 年大阪大学基礎工学部情報工学科退学。平成 14 年同大学大学院博士前期課程修了。平成 15 年同大学院情報科学研究科博士後期課程退学。同年同大学院助手。並列アル

ゴリズム、分散アルゴリズムに関する研究に従事。ACM, IEEE, 電子情報通信学会各会員。



増澤 利光 (正会員)

昭和 57 年大阪大学基礎工学部情報工学科卒業。昭和 62 年同大学大学院博士後期課程修了。同年同大学情報処理教育センター助手。同大学基礎工学部助教授を経て、平成 6 年

奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教授。平成 12 年大阪大学大学院基礎工学研究科教授、平成 14 年大阪大学大学院情報科学研究科教授、現在に至る。平成 5 年コーネル大学客員準教授 (文部省在外研究員)。分散アルゴリズム、並列アルゴリズムに関する研究に従事。工学博士。ACM, IEEE, 電子情報通信学会各会員。