

情報系の線形代数教育のためのe-ラーニング教材の開発

江見圭司

金沢工業大情報フロンティア学部

〒921-8501 石川県石川郡野々市町扇が丘7-1

e-mail: emi@infor.kanazawa-it.ac.jp

概要

最近、e-ラーニングによる教材開発が盛んであるが、情報系と文系の教材はつくりやすいうえに、利用者数も多いために作成者が多い。しかるに、数学や物理学や工学一般など数式を使う分野では、数式のタグの標準的なものが普及していないために、なかなか開発が進んでいない。

さてコンピュータグラフィックス(CG)や画像処理などの教育のためには線形代数、とくに空間図形と線形変換の知識は不可欠であるにもかかわらず、高校では現在扱っていない分野であるため、e-ラーニング教材の開発は必要不可欠である。本稿は開発途中の教材(数式タグとウェブ3Dを利用)の一部を紹介しながら、現状の問題点を議論する。

1. はじめに

1.1 数式のある教材開発の困難性

最近、e-ラーニングによる教材開発が盛んであるが、情報系と文系の教材はつくりやすいうえに、利用者数も多いために作成者が多い。しかるに、数学や物理学や工学一般など数式を使う分野では、数式のタグの標準的なものが普及していないために、なかなか開発が進んでいない。

さてコンピュータグラフィックス(CG)や画像処理などの教育のためには線形代数、とくに空間図形と線形変換の知識は不可欠であるにもかかわらず、高校では現在扱っていない分野であるため、e-ラーニング教材の開発は必要不可欠である。本稿は開発途中の教材(数式タグとウェブ3Dを利用)の一部を紹介しながら、現状の問題点を議論する。

1.2 なぜ線形代数か

筆者は以前、ある文系の大学の情報数学の扱いに関して調査した[1]。そこで明らかになったことは、確率などは履修率が高いが、行列の計算に関しては「必要であるように感じているが学習していない」というものであった。そこで、筆者は戦後からの高校普通科の学習指導要領[2]において線形代数分野がどのように扱われたかを分析した。その結果、1961年度改訂実施のカリキュラムでベクトルが登場し、1973年度改訂実施で行列・一次変換が追加されて(数学IIB、IIA)、1982年度改訂実施で一応のまとまり(代数・幾何)をして、1994年度改訂実施で情報教育を数学のなかでやることになり、線形代数分野は大幅縮小し、2003年度改訂実施で一次変換は少し復活したという具合である。

1994年度に実施された高校数学の学習指導要領の実施で線形代数分野は縮小された。空間図形分野の大幅カットと一次変換の完全削除である。1976年度の学習指導要領の実施以来、行列は連立方程式の解法と一次変換の2

本立てで扱われてきたが、94年度以来、行列は連立方程式の解法が目的になった。その影響は大学教育に多大な損失をもたらし、これを解消することは教育システムは意外に少ない[3]。大学での線形代数教育は n 次元のベクトル・行列を主体としてきた教育であった。この教育は 2・3次元のベクトル・行列を高校で履修したことが前提であり、大学のテキストは現状ではまったく使えない。

たまたま、筆者の大学でメディア情報学科新設にあたり、3次元のベクトル・行列を扱う科目「空間メディア数学」を解説することになった。そこで使用するための教科書について出版社と相談したところ、e-ラーニング教材を指向した教科書[4]を作ることになり、以下に開発途中のものを報告する。

2. 開発環境

2.1 数式タグ MathML

数式タグ MathML を手で入力するのは大変骨の折れる作業であるので、MathType 5.0 for Windows というソフト[5]を MS-Word 上で使用して、HTML に変換している。XML への変換も可能であるが、HTML にすると図 1. のようなメリットがある。また Mathematica でも MathML は作成可能である。クライアント側には Math Player というプラグインのインストールは必要である。

mathematicaを用いて

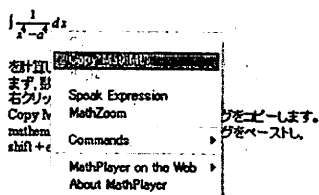


図 1. MathML では右クリックで数式タグのコピーも可能である。

2.2 ウェブ3D

イープロンティア社の Shade[6]で作成して出力している XVL 形式というウェブ 3D 形式[7]を用いている。CG というよりも CAD ベースであるため、見栄えはよくないが、独術のアルゴリズムに基づいた圧縮技術によってデータ量が小さく、学術用の 3次元 CG オブジェクトの表示には向いている[8]。クライアント側には XVL Player というプラグインのインストールは必要である。

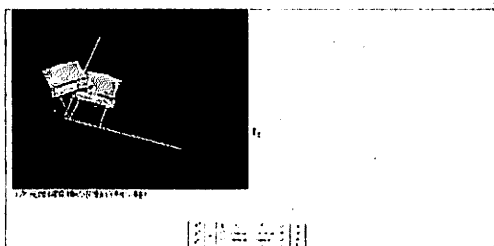


図 2. XVLによるウェブ3Dと数式表示

2.3 SVG(Scalable Vector Graphics)の採用

Web 上では平面図形は GIF または JPEG 形式の画像を使用するのが一般的である。出版物が先行する関係上、平面の図面を出版物の解像度に合わせた高解像度のものを作成する必要が出てきてので原図面はドロー形式で作成した。Justsystem 社の花子 13/2004 で作成したので、SVG 形式へも変換して利用できる。SVG 形式のメリットは、拡大・縮小しても画像が精密であることと、プログラミング可能であることである。クライアント側には SVG Viewer というプラグインのインストールは必要である。

3. 実装部分

3.1 インストラクションデザイン

最近の高校数学は選択科目と選択単元的方式を取り入れているため、学生の履修したパターンは様々である。その上、2003年度から新課程がスタートするため更に複雑である。

そこで、本システムはインストラクションデザインをはっきりさせるために、学習項目と高校でどの部分を学習したかをわかるようにする部分から入るようにした。学習者として、現在の大学生のみならず社会人も想定しているため、1973年度、1982年度、1994年度(数

学BとB/C)、2003年度(数学BとB/C)の6パターンを設けた[9]。表1参照にあるように、●が未習であるので、学習者は既習部分をスキップしてとりあえず●をクリックして学習を始めることができる。

表1. インストラクションデザインの概要。○が既習、●が未習

	2003年 数学B	数学B/C	1994年 数学B	数学B/C	1982年 代数・幾何	1973年 数学IIB
第1章 ベクトル ・多次元量とベクトル ・ベクトルの内積	○	○	○	○	○	○
第2章 行列 ・行列の計算 ・逆行列とべき乗行列 ・3元連立方程式の解法	●	○	●	○	○	○
第3章 線形変換 ・2次元線形変換 ・線型性の利用 ・固有値問題 ・3次元幾何変換 ・行列の演習と群	●	○	●	●	○	○
第4章 空間図形 ・空間内の直線の方程式 ・空間内の平面の方程式 ・ベクトルの外積 ・空間図形の総合問題	●	●	●	●	○	○
第5章 2次曲線 ・円錐曲線 ・2次曲線の応用	●	○	●	○	○	○

3.2 オブジェクトモデルの適用

オブジェクトモデル(UML)を用いてe-ラーニングコンテンツを設計・管理することを提案している。本システムは、未完成ながらもUMLを応用している[10]。

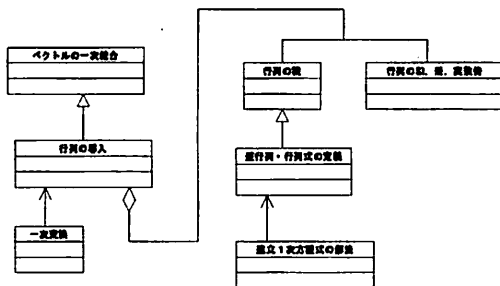


図3. 2003年度カリキュラムの場合のUML図。「一次変換」クラスが「行列の導入」クラスのインスタンスになっている。他のカリキュラムでは「一次変換」クラスは別のクラスと定義される。

筆者はそれぞれのクラスにインスタンスがあるように配慮しているのが特徴である。もちろん、客観的事実(公式)の部分は全面公開することはもちろんのことであっても、インスタンス部分は公開できないようにすれば、ビジネスモデルと成立する可能性があると考えている。

インスタンスは本の著作の引用でもかまわないであろう[11]。

3.3 MathML採用のメリット

ウェブページでのこれまでの数式表記は2つある。

- (1)テキストを用いた方法
(例) $(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}) / (2a)$
- (2)GIF画像を用いた方法

現在(2)が最も主流である。MathMLを用いると以下のメリットがある[12]。

(1) ウェブページの修正が容易

数式を修正も、タグの修正だけでよいので、簡単である。

(2) ウェブサイトの管理が容易

数式を多く含んでも、Web ページのファイルの中にタグとして組み込むことが出来るので、従来の様な膨大な数式の画像ファイルを必要としないので Web サイトの管理が簡単になる。例えば、ファイルのディレクトリーを変更しても、数式ファイルがないので、手間がかからない。

(3) ウェブ Mathematica との連動

ウェブ Mathematica と連動して関数のプロットや積分なども可能である。

なお、本システムでは現時点ではウェブ Mathematica との連動は行われていない。

4. 図面の紹介と学生の意見

現在のところ、専門科目の線形代数の講義はない(旧カリキュラムの情報工学科)が、筆者担当のグラフィックスの授業ではどうしても必要であるので、一部の学生に利用してもらった。線形変換と空間図形の系統的な扱いが高校ではなされていない(書籍もない)ので、これらの e-ラーニングの資料があるだけでも学生の満足度は高かった。以下には聞き取り調査に基づいた意見で評判のよい図面を紹介する。

4.1 逆行列の積

行列の積 AB の逆行列は $B^{-1}A^{-1}$ であるが、このことを直感的に理解させる図解が図 4. である。

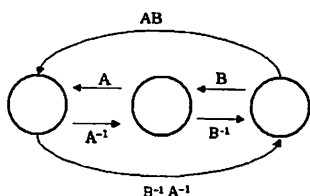


図 4. 逆行列の積

4.2 逆行列が存在しない場合

正則な行列では基本ベクトルは互いに一次独立なベクトルに変換される。しかし、逆行列をもたない場合は基本ベクトルを変換するとつぶれてしまうのである。

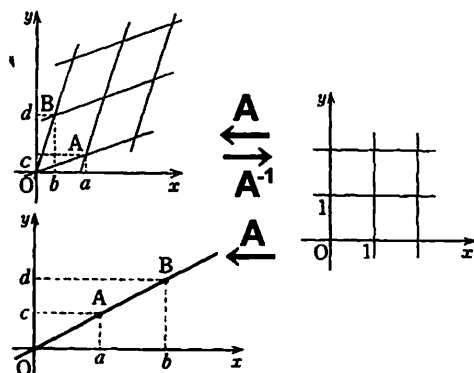


図 5. 一次変換の図解。

4.3 3次元幾何変換

3次元幾何変換に関してはCGの教科書にたくさん解説が載っている[13]。

3次元幾何変換に関してはCGの本には詳しいが3次元空間の直線や平面の方程式などは通常の数学の本にはほとんど述べられていない。かつては高校の検定教科書に載っていたので、大学の教科書では扱われないことが多い[14]。そこで、これらの図面をXVLで出力すれば、ウェブ上で3次元CGがみることができる。

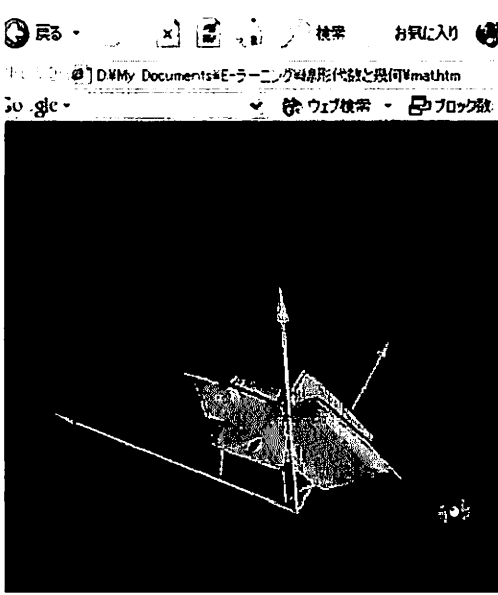


図 6. XVL の図解。くるくると回転させることが可能である。

4.4 3元連立1次方程式の解法

2元連立方程式の解法は直線で表すことができるので単純に不定・不能を図解できるが、3元連立方程式の不定・不能の図解は少ない[15]。特に、この図面の評判がよかったのは、筆者が数値処理基礎の授業で特別課題に出題したため、そのときに苦勞してレポートを作った学生にはビジュアルな解答を示してもらったという気持ちになったようである。

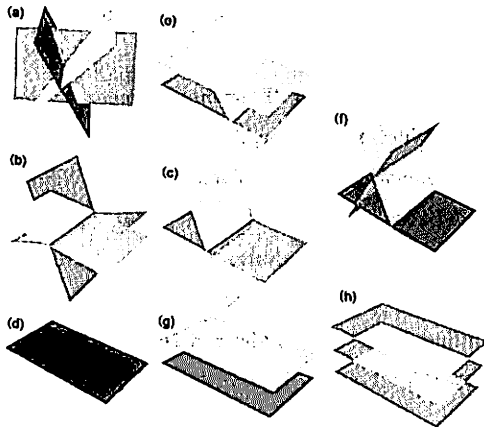


図 7. 3元連立方程式の解の図解。(a)が1つ

の解あり、(b)～(d)は不定、(e)～(h)は不能。

5. 考察

MathML を用いた数式の取り扱いが便利であるが現状ではタグ入力の簡単な方法がすくない。そのためメールによる質問などは数式によって行えないことが問題である。

現在、数式タグをもちいた掲示板とチャットを開発中である。現時点では学生からの質問を完全にウェブで行うことができないが、数式タグによるページ管理の容易さは教員の負担減で、ウェブ3Dは学習者には学習効果が高い。オブジェクトに分けて作成することによって、カリキュラムの変更や学習者ごとの学習項目の入れ替えが容易なこともこの教材の特徴である。

今回は情報系向けにしているが、将来は数学専攻向けを中心に他の専攻向けのことも視野にいれている。更に高度な線形代数の扱いも視野に入れている。特に n 次元への拡張である。今回、2・3次元に限定したが、 n 次元の行列・行列式の扱い[16]が必ずしも2・3次元の行列・行列式の扱いを継承しないので、別のクラスとして作成する必要があることがわかった。

参考文献と参考ウェブサイト

- [1] 矢島, 江見, 水野「情報数学の扱い」CIEC 会誌コンピュータ&エデュケーション Vol.12 pp.56-61 (2002)
- [2] 以下のサイトに掲載されている。
<http://nierdb.nier.go.jp/db/cofs/>
- [3] 岸田隆, 川添充, 木村英司, 岡田真, 岡本真彦, 瀬田和久, 高橋哲也「線形代数学習における仮説検証型教育システムの効果」(教育システム情報学会 JSiSE 第9回 卵 RUN フォーラム, 2003) この報告では2次元の行列までに特化した Web-based training が扱われている。

- <http://alg.cias.osakafu-u.ac.jp/webMathematica.htm>
1
- [4] 江見圭司, 江見善一「ベクトル・行列がビジュアルにわかる線形代数と幾何 多次元量の図形的解釈」(共立出版, 2004)
- [5] MathType 5.0はMicrosoft Officeに付属する数式エディタの完全版である。Windows版MathType 5.0はMathML出力は可能であるが, Mac版MathTypeはMathML出力に未対応である。
<http://www.mathtype.com/jp/>
- [6] 株式会社イーフロンティアが2003年春からエクス・ツールズ株式会社より営業権譲渡を受け、Shadeシリーズ製品の開発、販売、サポート業務を行う。
<http://shade.e-frontier.co.jp/index.html>
- [7] XVLに関しては以下のサイトも参照。
<http://www.xvl3d.com/ja/index.htm>
- [8] 脇田ほか「ラティス構造に基づく軽量で高品質なWeb3Dデータ表現」, IPSJ論文誌, vol.42, No.5, pp.1170-1181 (2001)
- [9] (a)小平邦彦編「文部省検定済み教科書 新訂 数学 IIB」(東京書籍, 1973年検定) 1973年度改訂実施の教科書として参考にした。
(b)何森ほか「文部省検定済み教科書 高等学校の代数・幾何」(三省堂, 1988年検定), 「高等学校の代数・幾何 教科書ガイド」(三省堂, 1988年) 1982年度改訂実施の教科書として使用した。
(c)永尾ほか「文部省検定済み教科書 高等学校 数学 C」(数研出版, 1999年検定) 1994年度改訂実施の教科書と参考にした。
- [10] (a)矢島, 江見, 田中, 中條: "オブジェクトモデルを用いた授業設計へのアプローチ" JSiSE Vol.20, No.2, pp.209-213 (2003);
(b)K. Emi et al., "Instruction Design by using Unified Modeling Language for E-learning", The Joint Workshop of Cognition and Learning Through Media-Communication for Advance e-Learning, Berlin, Vol.2003, pp.61-63 (2003)
- [11] インスタンス(具体例)の豊富な本を紹介する。(a) Ron Larson, Bruce H. Edwards, "Elementary Linear Algebra 5th" (Houghton Mifflin College Div, 2003);
(b)長谷川浩司「線型代数—Linear Algebra」(日本評論社, 2004)
(c)田村三郎「文系のための線形代数の応用」(現代数学社, 2004)
- [13] (a)CG-ARTS協会編「コンピュータグラフィックス 技術編CG標準テキストブック」(CG-ARTS協会)
(b)CG-ARTS協会編「入門コンピュータグラフィックス」(CG-ARTS協会, 2001年)。通称名は「入門編CG」。CG検定3級合格レベルである。
(c)荒屋真二「明解3次元コンピュータグラフィックス」(共立出版, 2003);
(d)小笠原祐治「C++による簡単実習3次元CG入門」(森北出版, 2004)
- [12] (a)中村晃ほか「数式処理システム MathMLを用いた科学教育ウェブページ作製に関する研究」第27回科学教育学会全国大会予稿集(2003)
(b)中村, 江見「数式表記タグMathMLを用いたWeb」PCカンファレンス2004予稿論文集(印刷中, 2004)
(c)<http://www.crossroad.jp>
- [14] (a)文献[4]第4章;
(b)郡山彬, 原正雄, 峯崎俊哉「CGのための線形代数」(森北出版, 2000)
(c)水本久夫「線形代数学の基礎」(培風館, 2000)
- [15] (a)文献[4]p.170;
(b)ハワード・アントン, 山下純一(訳)「アントンのやさしい線形代数」(現代数学社, 1979) この本の図解は不完全である。
(c)Howard A. Anton, "Elementary Linear Algebra" (John Wiley & Sons Inc, 2004), Howard A. Anton, "Comtemporary Linear Algebra" (John Wiley & Sons Inc, 2003) この中の図解は完全である。
- [16] Seymour Lipschutz, "Schaum's Outline of Theory and Problems of Linear Algebra (Schaum's Outline Series) 2nd", McGraw-Hill, (1991) この本の邦訳はOHM社から出ている。上巻は現在品切れ。