

# 複製対象の解の特性を考慮した分布交換EDAによる ロングショートポートフォリオのレプリケーション

折登 由希子<sup>1,a)</sup> 花田 良子<sup>2</sup> 柴田 峻輔<sup>3</sup> 山本 久志<sup>3</sup>

受付日 2013年3月28日, 再受付日 2013年6月13日,  
採録日 2013年7月25日

**概要:** 投資配分比率の構成が不明な第三者のポートフォリオが良好なリターンを示しているとき, そのポートフォリオの複製を行いたいという要望がある. そこで本研究では, ポートフォリオのリターンは既知であるが, 組み入れアセットの投資配分比率は未知であるポートフォリオのレプリケーション問題に着目する. この問題は, 複製対象ポートフォリオのアセット数  $N$  が複製のために利用可能な時点数  $T$  より多い場合,  $T$  連立  $N$  変数の連立方程式を解くことで真の最適解を得ることが不可能な不定問題である. このため, 本研究では, 複製対象ポートフォリオのリターンと同一挙動のリターンを持つようなポートフォリオの最適化を目標に, 分布の入れ替え操作を行う分布推定アルゴリズム (分布交換 EDA) を提案する. 分布交換 EDA は, 設計変数間で確率分布の変更を行うことで異なる探索領域に新たな個体集団を生成し, 局所解に陥ることを回避しながら最適解を探索することに特徴を持つ. 数値実験結果から, 分布交換 EDA がポートフォリオのレプリケーション問題に対して有効であることを示す. さらに, 過去期間の既知データを用いて構築したロングオンリー, ロングショート, ショートオンリーの3種のポートフォリオが, 将来期間においても良いパフォーマンスを保つための組み入れアセットの特徴を示す.

**キーワード:** ポートフォリオの複製, ロングショートポートフォリオ, 分布推定アルゴリズム, 不定解, 相関係数

## Long-short Portfolio Replication by Using EDA with Switching Distributions Based on Structural Characteristics of Benchmark Portfolio

YUKIKO ORITO<sup>1,a)</sup> YOSHIKO HANADA<sup>2</sup> SHUNSUKE SHIBATA<sup>3</sup> HISASHI YAMAMOTO<sup>3</sup>

Received: March 28, 2013, Revised: June 13, 2013,  
Accepted: July 25, 2013

**Abstract:** It is desired to make the replication portfolio when a portfolio has delivered good performances. In this paper, our focus is on the portfolio replication problem whose total return is opened to the public but the proportion-weighted combination is closed to the public. It is difficult to find the true optimal solution in the replication problem because we do not have any techniques to solve the simultaneous equations when the number of unknown coefficients  $N$  is more than the number of equations  $T$ . In this paper, we propose an estimation of distribution algorithm (EDA) with switching distributions in order to make the replication portfolios such that its return has a similar path to the return of benchmark portfolio. Our EDA switches the distributions between two assets with strong correlation of their returns to make new offspring and then finds indeterminate solutions. From the results of the numerical experiments, we show that our EDA can optimize the better replication portfolios than the traditional EDA does. For long-only, long-short and short-only portfolios, we clarify the characteristics of assets that have delivered good performances even in the future periods.

**Keywords:** portfolio replication, long-short portfolio, estimation of distribution algorithm, indefinite solutions, correlation coefficient

## 1. はじめに

ポートフォリオの最適化問題は、与えられた目的関数を最小化あるいは最大化するよう、ポートフォリオに組み入れられた個々のアセットの投資配分比率を決定する問題であり、主には購入（ロング）だけのポジションをとるアセットで構成されたロングオンリーポートフォリオを対象に、遺伝的アルゴリズム (GA; Genetic Algorithm), シミュレーテッドアニーリング, タブーサーチ, ローカルサーチ, メメティックアルゴリズム, 分布推定アルゴリズム (EDA; Estimation of Distribution Algorithm) などの進化計算を適用した多くの研究報告がある [1], [2], [3], [4], [5], [6].

本研究では、ポートフォリオの最適化問題として、アセットが購入だけでなく売却（ショート）のポジションもとるロングショートポートフォリオのレプリケーション（複製）問題に着目する。実務的観点から、A社のファンドがB社のファンドより良いパフォーマンスを示しているとき、B社はA社のファンドの複製を行いたいという要望がある。しかしながら、ファンドを株式ポートフォリオと仮定すると、A社はそのファンドのパフォーマンスを表すファンド全体のリターン情報は公表しているが、組み入れ全アセットやそれらへの投資配分比率などの情報の公表は行わないため、A社と同一のファンドの複製は大変困難である\*1。これは、ポートフォリオを構成する  $N$  アセットの投資配分比率を設計変数、時点  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) におけるポートフォリオ全体のリターンを目的変数とすると、 $T$  連立  $N$  変数の方程式を解く問題となり、 $N > T$  の場合、少数時点のポートフォリオリターンから多数アセットの投資配分比率を複製する不定問題となる。この問題において、既知の  $T$  目的変数だけから真の解である未知の  $N$  設計変数を複製するアプローチは不在であり、不定解の中から真の解を決定することは、真の解の決定に利用できる他の情報がない限り不可能である。

そこで本研究では、ベンチマークとなるポートフォリオ（ベンチマークポートフォリオ）のリターン挙動を追跡するようなリターンを持つポートフォリオ（複製ポートフォリオ）を構築するため、EDA を利用した最適化手法を提案する。

従来研究として、Ohら [7] は、インデックスファンドと呼ばれる株価指数の増減率と同一挙動のリターンを持つ

ポートフォリオに対して、GA を利用した最適化手法を提案した。我々も従来研究 [5], [6], [8] において、GA や EDA (与えられた確率分布に従って探索する解の設計変数を決定することに特徴を持つ進化計算のアルゴリズム) を利用したインデックスファンドの最適化手法を提案し、狭幅化ヒストグラムを利用した EDA が、この問題の最適化手法として優れていることを示した。しかしながら、インデックスファンドの構築には、株価指数の増減率とファンドのリターン挙動の一致は要求されるが、株価指数はポートフォリオではないため不定問題ではなく、狭幅化ヒストグラムを利用した EDA は、より良い評価値を持つ 1 つの解を探索するアプローチである。

一方、本研究で提案する EDA は、不定解を持つポートフォリオのレプリケーション問題において、局所解へ陥ることを回避し、最適解を探索できるように、探索途中においてリターンの相関が強いアセット間の確率分布の入れ替え操作を行うことに特徴を持つ EDA である。

本 EDA における子個体生成のための確率分布の変更は、探索過程での解の探索領域の変更を意味する。複数の探索領域を指定して解の探索を行う従来モデルとして、Muhlenbein ら [9] は、探索空間全体を分離した複数の領域において異なる領域の個体が相互作用を持ちながら探索を進める島モデルを提案している。池田ら [10] は、探索空間を分離した複数の領域において独立に探索を進める生得分離モデルを提案している。Wang ら [11] は、探索空間において良個体の存在する領域に初期集団を構築し探索を進める Space Transformation Search を提案している。これらの従来モデルは、探索空間全体を一度に探索するアプローチより、複数の小領域に分割して探索するアプローチの優位性を報告しており、探索過程で探索領域を変更して探索を行う本 EDA の特徴と近い。

数値実験結果から、本 EDA は、従来の EDA [8] や生得分離モデル [10] の概念を利用した探索領域を指定する EDA と比較して、ベンチマークポートフォリオの過去期間におけるリターンに対して、非常に近いリターン挙動となる複製ポートフォリオを効果的に探索できることを示す。また、本手法により過去期間の既知データを用いて最適化したロングオンリー、ショートオンリー、ロングショートの 3 種のポートフォリオが、真の解と異なる複製ポートフォリオでありながら、将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追跡する場合のアセットの特徴を示す。

本論文の構成を述べる。まず 2 章では、ポートフォリオのレプリケーション問題の定式化を行い、目的関数を記述する。3 章では、ベンチマークポートフォリオの特性を考

<sup>1</sup> 広島大学大学院社会科学部社会科学経済システム専攻  
Department of Economics, Graduate School of Social Sciences, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima, Hiroshima 739-8525, Japan

<sup>2</sup> 関西大学システム理工学部  
Faculty of Engineering Science, Kansai University, Suita, Osaka 564-8680, Japan

<sup>3</sup> 首都大学東京大学院システムデザイン研究科  
Faculty of System Design, Tokyo Metropolitan University, Hino, Tokyo 191-0065, Japan

a) orito@hiroshima-u.ac.jp

\*1 多期間にわたるファンドの複製においては、複製対象ファンドのリバランスの実施内容やタイミングなども未知であるため、より複雑なレプリケーション問題となるが、本研究においては、リバランスを実施しない 1 期間におけるレプリケーション問題のみを研究対象とする。

慮した確率分布の入れ替えを行う EDA を提案する。4 章では、数値実験結果とその考察を示す。最後に 5 章においてまとめとする。

## 2. ポートフォリオのレプリケーション問題

ポートフォリオのレプリケーション問題に対して、2.1 節で本研究で複製対象とするロングショートポートフォリオの定義を行い、2.2 節で目的関数を定義する。

まず、本研究で使用する記号とその意味を以下に定義する。

$N$ : ポートフォリオへ組み入れられたアセット数。

$i$ : アセット  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ )。

$t$ : 時点  $t$  ( $t = 1, \dots, T, T+1, \dots, T+S$ )。なお、時点  $t = 1, \dots, T$  を過去期間、 $t = T+1, \dots, T+S$  を将来期間とする。

$r_i(t)$ : 時点  $t$  におけるアセット  $i$  のリターン。

$w_i$ : ポートフォリオに組み入れられたアセット  $i$  の投資配分比率。

$\mathbf{w}$ : ポートフォリオ  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N)$ 。

$w_i^L$ : ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  に組み入れられたロングのポジションをとるアセット  $i$  の投資配分比率。

$w_i^S$ : ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  に組み入れられたショートポジションをとるアセット  $i$  の投資配分比率。

$\mathbf{w}^L$ : ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  のロングの投資配分比率の組合せ  $\mathbf{w}^L = (w_1^L, \dots, w_N^L)$ 。

$\mathbf{w}^S$ : ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  のショート投資配分比率の組合せ  $\mathbf{w}^S = (w_1^S, \dots, w_N^S)$ 。

$r_{\mathbf{w}}(t)$ : ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  の時点  $t$  におけるリターン。

$\mathbf{w}^B$ : ベンチマークポートフォリオ  $\mathbf{w}^B = (w_1^B, \dots, w_N^B)$ 。

$r_{\mathbf{w}^B}(t)$ : ベンチマークポートフォリオの時点  $t$  におけるリターン。

$E_{\mathbf{w}}$ : 時点 1 から  $T$  までのベンチマークポートフォリオに対する複製ポートフォリオのリターンの追隨の割合を計る評価値。

### 2.1 ロングショートポートフォリオ

本研究では、同一アセットに対してロング（購入）とショート（売却）の両方のポジションをとるロングショートポートフォリオを複製対象ポートフォリオとして取り上げる。

一般に、ポートフォリオ最適化問題におけるロングショートポートフォリオは、個々のアセットの投資配分比率をロングの場合は正の実数値、ショートの場合は負の実数値とした次式で定義される [12]。

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= (w_1, \dots, w_N) \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^N w_i &= 1 \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) の等式制約は、ショートしたアセットの売却資金により他のロングのアセットの購入が可能であるという前提のもとで定義されており、ロングショートポートフォリオにおける一般的な制約である。日本国内市場の一般信用取引では、ショートしたアセットの売却資金は担保に回す必要があり、この資金で他のアセットを購入することはできないが、米国などのプライムブローカレッジの仕組みではこのような投資が可能である。

従来研究において、我々は、式 (1) で定義したロングショートポートフォリオに対して進化計算による最適化手法を提案した [8]。しかしながら、式 (1) の等式制約から、正の値であるロングするアセットの投資配分比率の合計は、負の値であるショートするアセットの投資配分比率の合計に依存するため、ロングまたはショートするアセットの投資配分比率の合計を事前に与える必要が生じる。依存関係のあるロングとショートの投資配分比率の合計が未知である最適化問題において、実行可能解を探索することは大変困難であり、従来研究 [8] においてはマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法と修正アルゴリズムを利用し実行可能解となるよう投資配分比率の決定を行っていた。しかしながら、MCMC 法を利用した探索は、実行可能解を構築するための計算コストが大きく、効果的に解探索を行うことができないという問題が存在した。

本研究では、この問題を回避するため、同一アセットに対してロングとショートの両方のポジションをとるロングショートポートフォリオを次式で定義する。

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= (w_1^L - \alpha w_1^S, \dots, w_N^L - \alpha w_N^S) \\ \mathbf{w}^L &= (w_1^L, \dots, w_N^L) \\ \mathbf{w}^S &= (w_1^S, \dots, w_N^S) \\ \text{s.t. } \sum_{i=1}^N w_i^L &= 1, \sum_{i=1}^N w_i^S = 1, 0 \leq w_i^L \leq 1, 0 \leq w_i^S \leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\alpha$  はロングに対してショートで利用できる資金のレバレッジであり、 $\alpha = 0$  のときロングオンリーポートフォリオ、 $\alpha$  の値が大きくなればショートオンリーポートフォリオを表現するパラメータである。

式 (2) は、アセット  $i$  に対してロングの投資配分比率  $w_i^L > 0$  かつショートの投資配分比率  $w_i^S > 0$  を許すことを意味し、両ポジションとも独立した正の値の投資配分比率で与えられるため、最適化においてロングもしくはショートする投資配分比率の合計を事前に与える必要がないという利点を持つ。

一方、式 (2) より、 $w_i^L$  と  $w_i^S$  の値にかかわらず、ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  を構成するアセット  $i$  の投資配分比率は  $w_i^L - \alpha w_i^S$  で表されるため、正の値の場合はロング、負の値の場合はショートのどちらかのアセットを保有することと同義である。このため、式 (2) で定義したロングショートポートフォリオがとりうる解空間は、個々のアセットが

ロングもしくはショートの方のどちらかのポジションしかとれないと定義したポートフォリオを真部分集合として含むことになり、解空間が広いという特徴を持つ。

## 2.2 目的関数

本研究で複製を行うベンチマークポートフォリオは、既知情報として組み入れ全アセットとベンチマークポートフォリオのリターンの情報が与えられていると仮定する。つまり、ベンチマークポートフォリオに組み入れたアセットは既知であるが、その投資配分比率は未知である。

このような仮定の下、 $T$  時点  $N$  アセットで構成される複製ポートフォリオのリターンとポートフォリオに組み入れられた個々のアセットのリターンの関係を次式に示す。

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} r_{\mathbf{w}}(1) \\ \vdots \\ r_{\mathbf{w}}(T) \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} r_1(1) & \cdots & r_N(1) \\ \vdots & & \vdots \\ r_1(T) & \cdots & r_N(T) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^L - \alpha w_1^S \\ \vdots \\ w_N^L - \alpha w_N^S \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

式 (3) において、複製ポートフォリオのリターンは与えられたベンチマークポートフォリオのリターンと同値であるため、 $(r_{\mathbf{w}}(1), \dots, r_{\mathbf{w}}(T))$  は既知である。また、個々のアセットのリターン  $(r_i(1), \dots, r_i(T))$  も既知である。以上より、複製ポートフォリオへの組み入れアセット数が時点数と同数の  $N = T$  の場合、 $T$  連立  $N$  変数の連立方程式を解くことにより、ベンチマークポートフォリオと同じ真の解として複製ポートフォリオの投資配分比率  $(w_1^L - \alpha w_1^S, \dots, w_N^L - \alpha w_N^S)$  を決定することが可能である。しかしながら、一般的には、ベンチマークポートフォリオはそのパフォーマンスを維持するため、短期間でリバランス（アセットの組み換えや投資配分比率の変更）が行われる。このため、組み入れアセット数が複製に利用できる時点数より多い  $N > T$  の場合が多く、不定問題となり、組み入れアセットが既知であったとしても真の解と同一の複製ポートフォリオの投資配分比率を求めることは不可能である。

そこで、本研究では、 $t = 1$  から  $t = T$  における既知の 1 期間におけるベンチマークポートフォリオのリターン挙動を追随するようなリターンを持つ複製ポートフォリオの構築を試みる。ベンチマークポートフォリオに対する複製ポートフォリオのリターン挙動の連動の割合を測定するため、 $t = 1$  から  $t = T$  におけるこれら 2 変数のリターンの誤差と時点  $t$  と  $t + 1$  のリターンの変化の割合を用いた目的関数を次式で定義する。

$$E_{\mathbf{w}} = \sum_{t=1}^T (r_{\mathbf{w}}(t) - r_{\mathbf{w}^B}(t))^2 \quad (4)$$

$$+ \rho \sum_{t=1}^{T-1} \left( 1 - \frac{r_{\mathbf{w}}(t+1) - r_{\mathbf{w}}(t)}{r_{\mathbf{w}^B}(t+1) - r_{\mathbf{w}^B}(t)} \right)^2$$

なお、 $\rho$  は数値実験において与えられる第 1 項のリターンの誤差に対する第 2 項のリターンの変化の割合の重みパラメータであり、 $\rho$  が小さいと目的関数におけるリターンの誤差の重みを大きく、 $\rho$  が大きいと目的関数におけるリターンの変化の割合の重みを大きくする。

以上より、リターンの誤差最小かつ時点間のリターンの変化の割合最小を目的としたロングショートポートフォリオのレプリケーション問題を次式で定義する。

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{w}} E_{\mathbf{w}} \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^N w_i^L = 1, \sum_{i=1}^N w_i^S = 1, 0 \leq w_i^L \leq 1, 0 \leq w_i^S \leq 1 \end{aligned} \quad (5)$$

## 3. 解の特性を考慮した分布交換 EDA

EDA は、従来の交叉や突然変異に代えて、親個体集団をもとに作成した個体の分布を子個体集団の確率分布と仮定し、その確率分布に従って子個体集団の個体を生成することに特徴を持つ進化計算のアルゴリズムである。設計変数間に依存関係を考慮しない最適化問題に対して有効な EDA として、PBIL (Population-Based Incremental Learning) [13]、Compact GA (Compact Genetic Algorithm) [14]、等幅・等高ヒストグラムを用いた確率モデル GA [15] などがあげられる。我々も従来研究において、確率分布として狭幅化ヒストグラムを利用した EDA を提案した [8]。しかしながら、この EDA は、より良い評価値を持つ 1 つの解を探索するアプローチであり、不定問題への対処を想定しているわけではない。本研究においては、不定解を持つポートフォリオのレプリケーション問題において、局所解へ陥ることを回避し、最適解を探索できるよう、リターン挙動の相関が強いアセット間の確率分布を入れ替えることで異なる探索領域に個体集団を生成する操作を加えた“分布交換 EDA”を提案する。

### 3.1 個体表現と評価値

ロングショートポートフォリオのレプリケーション問題において、解はポートフォリオを意味し、解の設計変数はポートフォリオに含まれる個々のアセットの投資配分比率を意味する。

分布交換 EDA では、 $l$  世代の個体集団の  $j$  番目の解を次式で表現する。

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^{(l,j)} & = \left( w_1^{L(l,j)} - \alpha w_1^{S(l,j)}, \dots, w_N^{L(l,j)} - \alpha w_N^{S(l,j)} \right) \\ \mathbf{w}^{L(l,j)} & = \left( w_1^{L(l,j)}, \dots, w_N^{L(l,j)} \right) \\ \mathbf{w}^{S(l,j)} & = \left( w_1^{S(l,j)}, \dots, w_N^{S(l,j)} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

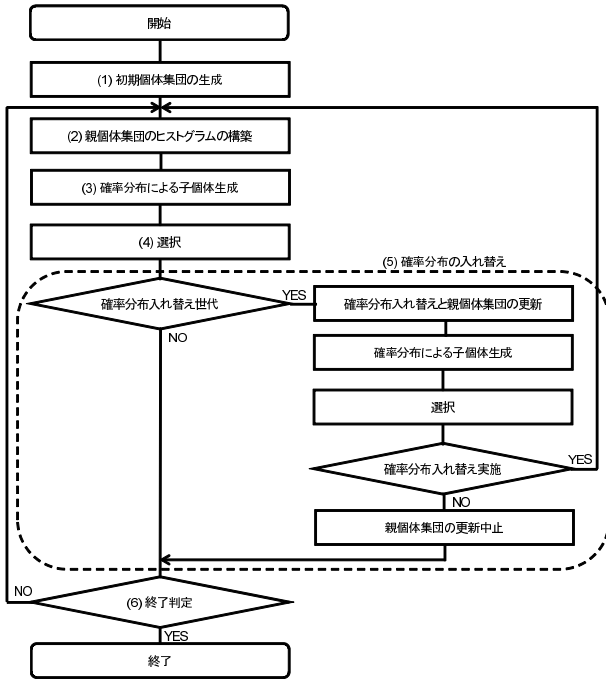


図 1 分布交換 EDA のアルゴリズム

Fig. 1 Algorithm of EDA with switching distributions.

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & \sum_{i=1}^N w_i^{L(l,j)} = 1, \sum_{i=1}^N w_i^{S(l,j)} = 1, \\ & 0 \leq w_i^{L(l,j)} \leq 1, 0 \leq w_i^{S(l,j)} \leq 1 \end{aligned}$$

式 (6) より、解  $\mathbf{w}^{(l,j)}$  は、ロングとショートとの 2 種の投資配分比率の組合せ  $\mathbf{w}^{L(l,j)}$  と  $\mathbf{w}^{S(l,j)}$  から導出される。このため、本 EDA においては、 $\mathbf{w}^{L(l,j)}$  と  $\mathbf{w}^{S(l,j)}$  をロングとショートそれぞれの個体と定義し、それぞれの個体集団に対して独立に子個体生成や選択操作を行う。

また、評価値として式 (4) で定義した  $l$  世代の集団の  $j$  番目の解の目的関数を  $E_{\mathbf{w}^{(l,j)}}$  と記述し、最小化問題とする。

### 3.2 分布交換 EDA のアルゴリズム

分布交換 EDA のアルゴリズムを以下の手順 (1) から手順 (6)、フローチャートを図 1 に示す。

#### (1) 初期個体集団の生成

アルゴリズムの初期世代  $l = 0$  において、 $M_{pop}$  個の個体で構成されるロングとショートそれぞれの初期個体集団  $\{\mathbf{w}^{L(0,j)} | j = 1, \dots, M_{pop}\}$  と  $\{\mathbf{w}^{S(0,j)} | j = 1, \dots, M_{pop}\}$  を生成する。

なお、初期個体集団における個々のアセットの投資配分比率は、式 (6) の下でロングとショートそれぞれのポジションに対して合計 1 となるようランダムに実数値が設定される。

#### (2) 親個体集団のヒストグラムの構築

ロングの個体  $\mathbf{w}^{L(l,j)}$  において、 $l$  世代におけるアセット  $i$  のための探索空間  $[0, 1]$  をビン数  $H$  に分割し、親個体集団を構成する  $M_{pop}$  個の個体からアセット  $i$  のヒ

ストグラムを構築する。ビン  $h$  ( $h = 1, \dots, H$ ) が探索空間  $\left[\frac{h-1}{H}, \frac{h}{H}\right]$  を表すとき、 $h$  に対する度数  $v_i^{L(l)}[h]$  を次式で定義する。

$$v_i^{L(l)}[h] = \# \left\{ j \mid \frac{h-1}{H} \leq w_i^{L(l,j)} \leq \frac{h}{H} \right\} \quad (7)$$

$(j \in \{1, \dots, M_{pop}\}, i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$

式 (7) と同様に、ショートの個体  $\mathbf{w}^{S(l,j)}$  によるヒストグラムのビン  $h$  に対する度数  $v_i^{S(l)}[h]$  を次式で定義する。

$$v_i^{S(l)}[h] = \# \left\{ j \mid \frac{h-1}{H} \leq w_i^{S(l,j)} \leq \frac{h}{H} \right\} \quad (8)$$

$(j \in \{1, \dots, M_{pop}\}, i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$

#### (3) 確率分布による子個体生成

式 (7), (8) で定義された個々のヒストグラムは、親個体集団において探索空間  $\left[\frac{h-1}{H}, \frac{h}{H}\right]$  を満たす投資配分比率が与えられていない場合、ビン  $h$  の度数は 0 となる。そこで、本 EDA では、すべてのビンに対し最小値として  $\sigma$  を与える。

ロングの個体  $\mathbf{w}^{L(l,j)}$  において、この最小値  $\sigma$  が付加された親個体集団のヒストグラムを子個体生成の確率分布と見なし、 $h$  に対する確率  $p_i^{L(l)}[h]$  を次式で定義する。

$$p_i^{L(l)}[h] = \frac{1}{M_{pop} + H \cdot \sigma} \left( \sigma + v_i^{L(l)}[h] \right) \quad (9)$$

$(i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$

式 (9) と同様に、ショートの個体  $\mathbf{w}^{S(l,j)}$  における  $h$  に対する確率  $p_i^{S(l)}[h]$  を次式で定義する。

$$p_i^{S(l)}[h] = \frac{1}{M_{pop} + H \cdot \sigma} \left( \sigma + v_i^{S(l)}[h] \right) \quad (10)$$

$(i = 1, \dots, N, h = 1, \dots, H)$

式 (9), (10) でそれぞれ定義した確率分布に従う一様乱数を発生させ、新たにロングとショートそれぞれの個体を決定し、独立の子個体集団とする。

なお、確率的には度数の高いビン  $h$  の探索空間  $\left[\frac{h-1}{H}, \frac{h}{H}\right]$  が探索される可能性が高いが、ヒストグラムのすべてのビンは最小値として  $\sigma$  が付加されているため、 $\sigma > 0$  の場合、 $[0, 1]$  のすべての探索空間の探索が可能である。

#### (4) 選択

ロングとショートそれぞれの  $l$  世代の親個体集団と子個体集団からエリート選択とルーレット選択の併用により  $M_{pop}$  個の個体を  $l + 1$  世代のそれぞれの親個体集団へ重複なく選択する。

#### (5) 確率分布の入れ替え

本 EDA では、各世代の最良解の評価値が収束した場

合、個々の個体の設計変数においてあるピンの度数が高い状態で確率分布が固定されたと考え、新たな個体を探索するため、リターン挙動の相関の強いアセット間の確率分布を入れ替えることで異なる探索領域に親個体集団を更新する分布交換操作を加える。

個々のアセットのリターン挙動の相関は、2アセット間のリターン挙動の決定係数で測定する。決定係数の高いアセットどうしは、リターン挙動が連動する割合が高いと考えられるため、それらのアセット間の投資配分比率、すなわち確率分布を入れ替えることで、得られた個体の構造を大きく破壊せず、効果的に評価値の収束から脱することが期待できる。

確率分布入れ替え操作は以下のとおりである。

- (a) 本 EDA の操作前に、全アセットについて、重複のない 2 アセット間のリターン挙動の決定係数を求める。決定係数降順に 2 アセットを次式のように並べて記述する。

$$\{i_{1,1}, i_{1,2}\}, \{i_{2,1}, i_{2,2}\}, \dots$$

- (b) 確率分布の入れ替えを初めて実施する世代数を  $L_{change}$ 、それ以降の入れ替え世代間隔を  $\delta$  とする。EDA の世代数が  $l = L_{change} + k \cdot \delta$  に到達した場合、ロングとショートそれぞれの個体集団においてアセットのペア  $\{i_{k,1}, i_{k,2}\}$  間の投資配分比率と確率分布を入れ替え、繰返し数  $k$  に 1 加算する。両個体集団で分布の入れ替えを行うアセットのペアは同一である。

- (c) 確率分布の入れ替えによるロングとショートの親個体集団の更新と評価値の再計算、手順 (3) と同様の確率分布による子個体生成、および手順 (4) と同様の選択をそれぞれ行う。選択により得られた個体集団から導出される最良解が、確率分布入れ替え前の最良解に劣る場合、入れ替え操作を中止し、ロングとショートの親個体集団とその確率分布を入れ替え前の状態に戻す。そうではない場合、得られた個体集団を次世代のための親個体集団として手順 (6) へ進む。

- (6) 終了条件

手順 (2) から手順 (5) までの操作を、世代数が  $l = L_{max}$  に到達するまで繰り返す。

以上のアルゴリズムにより、最終世代の個体集団内で評価値が最小となった解を抽出する。本研究では、この解を本 EDA により得られた準最適解 (準最適ポートフォリオ) とする。

#### 4. 数値実験結果

数値実験では、ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオへ組み入れるアセットとして東京証券取引所一

部市場の時価総額上位  $N$  アセットを利用した。2005 年から 2010 年の実験期間を過去期間  $T$  日 ( $t = 1 \dots, T$ )、将来期間  $S$  日 ( $t = T + 1 \dots, T + S$ ) の全  $T + S$  日からなる 13 期間に区切り、期間 1 から期間 13 のそれぞれにおいて過去期間のデータを用いてポートフォリオの複製を行い、その複製ポートフォリオの将来期間のパフォーマンスを評価する。データは東洋経済新報社の株価 CD-ROM [16]、トムソンロイター社の DataStream [17] から得ており、実験対象アセットは各データ期間中に新規上場や上場廃止によるデータ欠如のない銘柄、時点  $t$  のアセット  $i$  の価格として銘柄  $i$  の終値を用いている\*2。

#### 4.1 ベンチマークポートフォリオ

ベンチマークポートフォリオとして、数値実験上は次に従うロングショートポートフォリオ  $\mathbf{w}^B$  を構築した。

$$\mathbf{w}^B = (w_1^{B,L} - \alpha w_1^{B,S}, \dots, w_N^{B,L} - \alpha w_N^{B,S}) \quad (11)$$

$$\mathbf{w}^{B,L} = (w_1^{B,L}, \dots, w_N^{B,L})$$

$$\mathbf{w}^{B,S} = (w_1^{B,S}, \dots, w_N^{B,S})$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^N w_i^{B,L} = 1, \sum_{i=1}^N w_i^{B,S} = 1,$$

$$0 \leq w_i^{B,L} \leq 1, 0 \leq w_i^{B,S} \leq 1$$

なお、過去期間におけるポートフォリオの複製においては、ベンチマークポートフォリオのリターンと個々のアセットのリターンは既知データとして利用できるが、投資配分比率は未知データであり利用することはできない。

また、以降の全実験において、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーの各ポジションを持つベンチマークポートフォリオのレバレッジは、それぞれ  $\alpha = 0, 1, 2$  とする\*3。

#### 4.2 分布交換 EDA のパラメータ値

数値実験において分布交換 EDA に適用したパラメータ値を下記に示す。

親個体集団サイズ:  $M_{pop} = 100$

子個体集団サイズ:  $M_{off} = 200$

エリート選択率: 0.1

ビン数:  $H = 500$  (ビン幅は  $1/500 = 0.002$  となる)

ビンの最小値:  $\sigma = 5$

確率分布の入れ替え開始世代数:  $L_{change} = 100$

確率分布の入れ替え世代間隔:  $\delta = 1$

\*2 本研究の数値実験においては、各データ期間中にデータ欠如のあるアセットを除外したため、実験対象アセットには生存バイアスが残っている可能性がある。

\*3  $\alpha = 2$  としたポートフォリオの個々のアセットは、ロングのポジションをとることも可能であるが、投資配分比率の合計が  $-1$  となるため、多くのアセットはショートのポジションをとる。このため、本研究では便宜上、 $\alpha = 2$  としたポートフォリオをショートオンリーポートフォリオと呼ぶ。

表 1 分布交換 EDA による最適解とその評価値

Table 1 Optimal solutions obtained by EDA with switching distributions and its evaluating values.

期間	真の解 (ベンチマークポートフォリオ)			分布交換 EDA による最適解 (複製ポートフォリオ)			
	アセット 1	アセット 2	アセット 3	アセット 1	アセット 2	アセット 3	評価値
1	-0.1642	-0.3353	0.4995	-0.1642	-0.3353	0.4995	0
2	0.0371	-0.1047	0.0676	0.0373	-0.1055	0.0682	3.36E-10
3	0.6655	-0.4468	-0.2187	0.6635	-0.4462	-0.2173	5.71E-09
4	-0.1431	0.1130	0.0301	-0.1433	0.1177	0.0256	2.95E-10
5	0.3672	-0.0770	-0.2902	0.3649	-0.0728	-0.2920	2.80E-11
6	-0.0263	0.3376	-0.3113	-0.0253	0.3367	-0.3114	5.04E-10
7	0.0340	-0.2541	0.2202	0.0340	-0.2536	0.2196	2.26E-10
8	0.2090	-0.2469	0.0379	0.2065	-0.2463	0.0398	1.59E-09
9	-0.1383	-0.0214	0.1597	-0.1387	-0.0209	0.1596	2.63E-11
10	0.1587	-0.2430	0.0843	0.1585	-0.2423	0.0838	1.04E-11
11	-0.3879	0.3533	0.0345	-0.3883	0.3549	0.0334	2.11E-09
12	0.4138	-0.1941	-0.2197	0.4140	-0.1944	-0.2196	5.99E-11
13	0.2556	-0.5351	0.2794	0.2554	-0.5343	0.2789	4.90E-10

確率分布の入れ替えアセット数：100

最終世代数： $L_{max} = 200$

アルゴリズムの実行回数：10

### 4.3 分布交換 EDA による最適解

本研究で提案した分布交換 EDA の有効性の検証に先立ち、分布交換 EDA により得られる解 (複製ポートフォリオ) がどのような最適解であるか検証する。

解の構造を視覚化するため、アセット数をアセット間で分布の代替が可能な最小単位の  $N = 3$ 、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオに対してレバレッジをそれぞれ  $\alpha = 0, 1, 2$ 、過去期間の時点数を  $T = 2$ 、式 (4) に定義した目的関数の重みパラメータを  $\rho = 1.0E - 08$  とした分布交換 EDA により複製ポートフォリオの最適化を行った。なお、他のパラメータ値は 4.2 節と同様である。

全実験期間において分布交換 EDA により得られた最適解である複製ロングショートポートフォリオ ( $\alpha = 1$ ) とその真の解であるベンチマークポートフォリオの投資配分比率を表 1 に示す。また、得られた最適解の評価値 (目的関数) も表 1 に示す。

表 1 より、 $N = 3$  アセットのとき分布交換 EDA により得られた複製ポートフォリオは、期間 1 において真の解と同一、他の期間においては評価値が小さいことから真の解と非常に近い解であることが分かる。ロングオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 0$ ) とショートオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 2$ ) においても同様の結果となった。このため、分布交換 EDA の適用は、複製ポートフォリオの最適化に有効であるといえる。

一方、1 章にも記述したように、本問題は不定問題である。このため、アセット数が増加するに従い不定問題における最適解が増加し、分布交換 EDA により得られた複製ポートフォリオは、1 つの最適解とは非常に近くなるが、

真の解とは異なる確率が高くなることが想定される。本研究では、以降の数値実験において  $N = 100$  アセットにおける問題を取り扱うが、分布交換 EDA は 1 つの最適解を得ることに有効なアプローチである。

### 4.4 過去期間の目的関数による複製ポートフォリオの評価

アセット数を  $N = 100$ 、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオに対してレバレッジをそれぞれ  $\alpha = 0, 1, 2$ 、過去期間の時点数を  $T = 10$ 、将来期間の時点数を  $S = 100$ 、式 (4) に定義した目的関数の重みパラメータを  $\rho = 1.0E - 08$  とした分布交換 EDA により複製ポートフォリオの最適化を行った。重みパラメータ  $\rho$  は、 $\rho = 1.0E - 05, 1.0E - 06, 1.0E - 07, 1.0E - 08$  のそれぞれにおいて分布交換 EDA によるロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオの複製を行った結果、多くの期間 (全 39 期間中 27 期間) の評価値が最小となった  $\rho = 1.0E - 08$  に決定した。

本節では、時点  $t = 1$  から  $t = 10$  ( $= T$ ) までの過去期間において最適化された 100 ( $= N$ ) アセットで構成される複製ポートフォリオの有効性を議論する。

まず、ロングオンリー ( $\alpha = 0$ )、ロングショート ( $\alpha = 1$ )、ショートオンリー ( $\alpha = 2$ ) のポートフォリオについて、分布交換 EDA により得られた最良の複製ポートフォリオの評価値 (目的関数)、目的関数の第 1 項であるリターンの誤差の二乗和、第 2 項である時点間のリターンの変化の割合の二乗和、実施された分布交換の回数 (分布交換を行ったペアのアセット数) を表 2 (a), (b), (c) にそれぞれ示す。また、比較として、分布交換を行わない“分布固定 EDA”、従来研究において我々が提案した“狭幅化 EDA” [8]、生得分離モデル (ISM; Innately Split Model) [10] の概念を用いた“ISM\_EDA”による結果も表 2 (a), (b), (c) に示す。

ここで、狭幅化 EDA は、分布固定 EDA に確率分布として利用したヒストグラムのビン数を世代の推移とともに

表 2 分布交換 EDA, 分布固定 EDA, 狭幅化 EDA, ISM\_EDA の結果  
 Table 2 Results of EDA with switching distributions, EDA with fixed distributions,  
 EDA with narrower-width distributions, and EDA with ISM.

(a) ロングオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 0$ )

期間	分布交換 EDA				分布固定 EDA			狭幅化 EDA			ISM_EDA		
	評価値	誤差	変化の割合	交換回数	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合
1	1.09E-08	1.09E-08	1.48E-03	32	9.83E-07	9.81E-07	1.46E-01	9.44E-07	9.43E-07	1.44E-01	9.79E-07	9.77E-07	1.46E-01
2	4.80E-08	4.66E-08	1.38E-01	26	1.02E-06	9.83E-07	4.13E+00	1.02E-06	9.86E-07	3.90E+00	1.48E-06	1.43E-06	5.06E+00
3	1.86E-08	1.86E-08	2.78E-03	24	5.71E-07	5.71E-07	1.88E-02	5.67E-07	5.67E-07	1.89E-02	7.25E-07	7.25E-07	1.47E-02
4	3.03E-08	3.03E-08	5.10E-04	34	5.05E-07	5.04E-07	2.04E-02	4.62E-07	4.61E-07	1.99E-02	7.83E-07	7.83E-07	1.19E-02
5	6.05E-09	6.05E-09	4.70E-04	26	3.22E-07	3.21E-07	6.79E-02	3.12E-07	3.11E-07	6.20E-02	4.46E-07	4.45E-07	5.07E-02
6	2.73E-08	2.67E-08	6.78E-02	20	7.77E-07	7.61E-07	1.59E+00	7.09E-07	6.91E-07	1.82E+00	6.43E-07	6.42E-07	9.73E-02
7	1.29E-07	1.28E-07	7.30E-03	21	2.12E-06	2.12E-06	1.44E-01	2.25E-06	2.25E-06	1.55E-01	5.21E-06	5.20E-06	1.46E-01
8	6.22E-08	6.22E-08	9.47E-04	17	8.37E-07	8.37E-07	1.75E-03	7.55E-07	7.55E-07	1.83E-03	1.05E-06	1.05E-06	1.37E-02
9	1.33E-08	1.33E-08	4.25E-04	22	1.98E-07	1.98E-07	8.36E-03	1.62E-07	1.62E-07	9.13E-03	4.23E-07	4.23E-07	7.79E-03
10	3.48E-08	3.48E-08	1.58E-03	21	1.18E-06	1.18E-06	3.26E-02	1.14E-06	1.14E-06	2.66E-02	1.45E-06	1.45E-06	1.19E-01
11	1.84E-08	1.84E-08	1.13E-03	14	4.25E-07	4.22E-07	3.45E-01	4.21E-07	4.17E-07	3.48E-01	7.23E-07	7.19E-07	3.87E-01
12	3.34E-08	3.33E-08	6.16E-03	11	3.56E-07	3.55E-07	5.75E-02	3.46E-07	3.46E-07	6.47E-02	7.94E-07	7.92E-07	2.10E-01
13	9.29E-09	9.28E-09	1.08E-03	20	2.31E-07	2.31E-07	7.60E-03	2.31E-07	2.31E-07	1.02E-02	3.60E-07	3.60E-07	1.86E-02

(b) ロングショートポートフォリオ ( $\alpha = 1$ )

期間	分布交換 EDA				分布固定 EDA			狭幅化 EDA			ISM_EDA		
	評価値	誤差	変化の割合	交換回数	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合
1	6.62E-08	6.57E-08	5.09E-02	34	2.59E-06	2.54E-06	5.31E+00	2.76E-06	2.71E-06	4.98E+00	2.41E-06	2.37E-06	4.53E+00
2	5.80E-07	5.19E-07	6.07E+00	15	2.15E-06	1.23E-06	9.18E+01	2.14E-06	1.26E-06	8.80E+01	2.14E-06	1.86E-06	2.78E+01
3	4.33E-08	4.31E-08	2.23E-02	27	1.24E-06	1.23E-06	7.96E-01	1.25E-06	1.24E-06	6.68E-01	1.18E-06	1.17E-06	5.76E-01
4	1.03E-07	1.01E-07	1.44E-01	27	1.15E-06	1.07E-06	8.31E+00	9.28E-07	8.48E-07	7.97E+00	1.48E-06	1.47E-06	7.35E-01
5	1.43E-08	1.41E-08	2.42E-02	20	4.53E-07	4.23E-07	2.98E+00	4.72E-07	4.61E-07	1.07E+00	6.84E-07	6.64E-07	2.08E+00
6	7.39E-08	7.02E-08	3.71E-01	25	1.38E-06	1.14E-06	2.36E+01	1.28E-06	1.07E-06	2.09E+01	2.07E-06	1.88E-06	1.94E+01
7	5.33E-07	4.93E-07	4.03E+00	25	5.65E-06	3.83E-06	1.82E+02	5.86E-06	4.09E-06	1.77E+02	9.75E-06	9.28E-06	4.75E+01
8	8.59E-08	8.58E-08	1.21E-02	31	3.38E-06	3.37E-06	9.59E-01	3.15E-06	3.15E-06	1.72E-01	3.08E-06	3.08E-06	5.61E-01
9	4.61E-08	4.49E-08	1.30E-01	26	1.32E-06	1.22E-06	1.06E+01	1.26E-06	1.16E-06	9.63E+00	1.17E-06	1.15E-06	2.17E+00
10	7.58E-08	7.54E-08	3.45E-02	21	2.48E-06	2.47E-06	6.11E-01	2.43E-06	2.43E-06	4.85E-01	2.46E-06	2.44E-06	2.32E+00
11	2.54E-08	2.51E-08	2.49E-02	19	8.57E-07	8.33E-07	2.41E+00	8.14E-07	7.91E-07	2.31E+00	2.05E-06	2.01E-06	3.86E+00
12	8.83E-08	8.82E-08	9.15E-03	18	1.32E-06	1.31E-06	5.95E-01	1.28E-06	1.27E-06	5.19E-01	1.49E-06	1.48E-06	8.86E-01
13	4.39E-08	4.17E-08	2.18E-01	35	1.10E-06	1.09E-06	6.77E-01	1.20E-06	1.20E-06	6.62E-01	1.63E-06	1.61E-06	1.97E+00

(c) ショートオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 2$ )

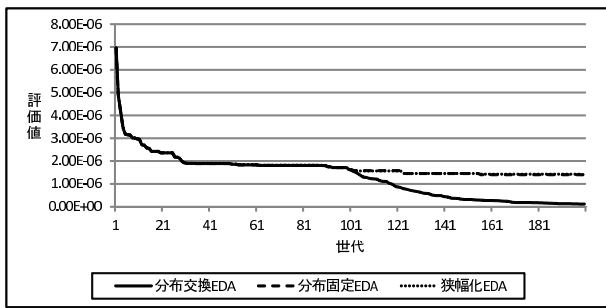
期間	分布交換 EDA				分布固定 EDA			狭幅化 EDA			ISM_EDA		
	評価値	誤差	変化の割合	交換回数	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合
1	1.83E-07	1.83E-07	5.21E-02	27	3.39E-06	3.35E-06	3.62E+00	3.58E-06	3.53E-06	4.31E+00	7.94E-06	7.92E-06	2.07E+00
2	1.16E-07	1.16E-07	2.93E-02	20	3.37E-06	3.30E-06	7.58E+00	3.24E-06	3.18E-06	6.14E+00	4.17E-06	4.14E-06	3.12E+00
3	8.55E-08	8.53E-08	1.87E-02	25	2.30E-06	2.26E-06	3.63E+00	2.54E-06	2.51E-06	2.95E+00	3.93E-06	3.71E-06	2.19E+01
4	6.25E-08	6.24E-08	6.70E-03	24	3.03E-06	3.03E-06	2.51E-01	2.79E-06	2.79E-06	2.02E-01	4.18E-06	4.18E-06	1.41E-01
5	5.62E-08	5.62E-08	5.03E-03	27	1.69E-06	1.69E-06	1.64E-01	1.65E-06	1.65E-06	3.84E-02	1.84E-06	1.84E-06	3.06E-02
6	5.44E-08	5.44E-08	2.81E-03	24	3.72E-06	3.72E-06	7.14E-02	3.77E-06	3.77E-06	7.23E-02	2.46E-06	2.46E-06	1.29E-01
7	4.83E-07	4.83E-07	5.67E-02	28	9.06E-06	9.05E-06	4.76E-01	8.81E-06	8.81E-06	4.51E-01	7.42E-06	7.41E-06	3.05E-01
8	4.46E-07	4.46E-07	1.44E-03	25	5.68E-06	5.68E-06	1.00E-02	5.11E-06	5.11E-06	1.05E-02	5.31E-06	5.31E-06	1.51E-02
9	1.25E-07	1.25E-07	1.68E-02	27	3.27E-06	3.27E-06	1.68E-02	3.70E-06	3.70E-06	2.34E-02	4.89E-06	4.89E-06	7.77E-02
10	4.40E-07	4.40E-07	3.67E-04	32	8.89E-06	8.89E-06	2.71E-02	8.92E-06	8.92E-06	2.33E-02	7.50E-06	7.50E-06	1.05E-02
11	7.04E-08	7.04E-08	4.92E-04	30	4.22E-06	4.22E-06	4.71E-03	4.93E-06	4.93E-06	7.73E-03	5.19E-06	5.18E-06	1.75E-01
12	3.63E-07	3.62E-07	5.69E-02	22	5.10E-06	5.10E-06	2.08E-01	4.63E-06	4.63E-06	1.79E-01	4.52E-06	4.52E-06	1.96E-01
13	2.83E-07	2.83E-07	2.55E-03	29	3.78E-06	3.78E-06	1.24E-01	4.04E-06	4.04E-06	1.47E-01	5.61E-06	5.61E-06	1.14E-01

$H = 500$  から  $H = 1000$  まで 1 世代ごとに 5 ずつ増加させることでビン幅を狭幅化し, 個々のアセットの投資配分比率の探索空間を狭めるアルゴリズムである.  $H = 1000$  に到達した以降の世代では, ビン数を固定し, 個々のアセットの投資配分比率の値を重点的に探索する.

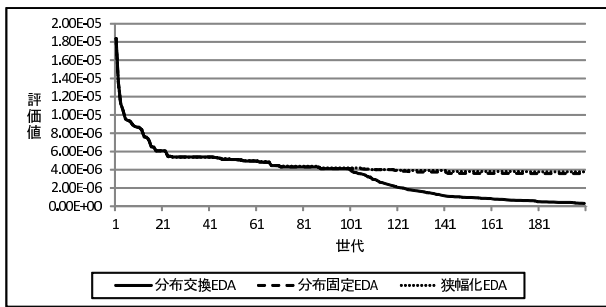
また, ISM\_EDA は, 探索空間を分離した複数の小領域で 100 世代ごとに初期集団の再初期化を繰り返す分布固定 EDA とした. 分割した小領域において初期集団を生成するため, まずロングとショートそれぞれのポジションに対

して合計 1 となるようランダムに投資配分比率を与え, 1 個体を生成する. 本問題は組合せ最適化問題であるため, この 1 個体に対してランダムに選択した 1 アセットの投資配分比率を再度一様乱数で与え直す突然変異操作を  $Q$  回実施し,  $M_{pop} = 100$  個体の初期集団を生成する. 実験においては, 100 世代の分布固定 EDA による複製ポートフォリオの最適化と領域を変更する初期集団の再初期化を 5 回繰り返した. ISM\_EDA の他のパラメータ値は, 4.2 節と同様としており, 5 つの小領域の最適化において最良となっ

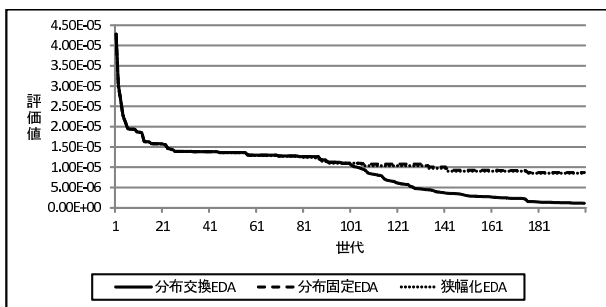




(a) ロングオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 0$ )



(b) ロングショートポートフォリオ ( $\alpha = 1$ )



(c) ショートオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 2$ )

図 2 分布交換 EDA, 分布固定 EDA, 狭幅化 EDA による複製ポートフォリオの世代数に対する評価値 (平均)

Fig. 2 Averages of evaluating values of replication portfolios obtained by EDA with switching distributions, EDA with fixed distributions, and EDA with narrower-width distributions as functions of generation size.

た解を ISM.EDA の複製ポートフォリオとしている。突然変異操作  $Q = 10, 50, 100$  のそれぞれにおける複製ポートフォリオの評価値は、全期間を通してほぼ同一となったため、表 2(a), (b), (c) には、 $S = 10$  における結果を示す。

さらに、分布交換 EDA, 分布固定 EDA, 狭幅化 EDA によるアルゴリズムの世代数に対する評価値 (10 回の試行の評価値平均) の収束の様子も期間 1 を例として図 2(a), (b), (c) にそれぞれ示す。なお、ISM.EDA については、他手法と世代数が異なるため比較が難しく、図 2 では議論しない。

表 2 より、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオのすべての実験期間において、本研究で提案した分布交換 EDA による複製ポートフォリオの評価値は、比較手法である分布固定 EDA だけでなく狭

幅化 EDA や ISM.EDA の評価値より小さいことが分かる。また、すべての実験期間において、評価値を構成する誤差の二乗和と時点間の変化の割合の二乗和も小さい。本問題の最適解は、評価値がゼロ、つまり誤差の二乗和と時点間の変化の割合の二乗和ともゼロとなる複製ポートフォリオであるため、表 2 に示した解は最適解には到達していないが、分布交換 EDA の結果は、他手法と比較して評価値のオーダが異なるほど小さい値を得ている期間が多く、従来手法より良い準最適解である複製ポートフォリオを探索できているといえる。一方、分布交換 EDA において実施された分布交換の回数 (探索領域を変更した回数) は、全実験期間を通して 35 回以下であるが、期間により異なる。適切な分布交換回数の検証は今後の課題としたい。また、分布固定 EDA, 狭幅化 EDA, ISM.EDA の結果を比較すると、差はわずかであり、これらの従来手法は、本問題においては同程度の評価値を持つ複製ポートフォリオを構築しているといえる。

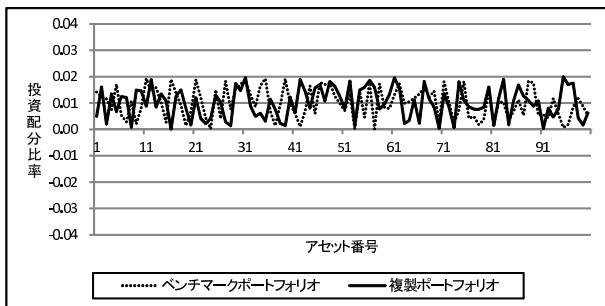
一方、図 2 より、分布交換 EDA は、分布固定 EDA, 狭幅化 EDA と比較して、分布入れ替え操作により親个体集団の確率分布を更新する 100 世代以降に、世代の推移に従ってより小さい評価値の複製ポートフォリオを構築していく様子が分かる。ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオの他のすべての実験期間においても同様の傾向が見られた。

次に、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオにおけるベンチマークポートフォリオと分布交換 EDA による複製ポートフォリオの組み入れアセットの投資配分比率を期間 1 を例として図 3(a), (b), (c) にそれぞれ示す。図においては、横軸が組み入れアセット  $i$ 、縦軸がその投資配分比率となる。

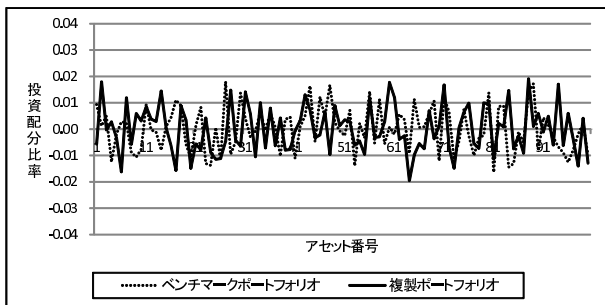
また、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオについて、ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターンの挙動を期間 1 を例として図 4(a), (b), (c) にそれぞれ示す。なお、図中において  $t = 1$  から  $t = 10$  までが複製に利用した過去期間のリターン、 $t = 11$  から  $t = 110$  までが将来期間のリターンを表し、過去期間と将来期間は縦線で区切って表示している。

図 3 より、複製ポートフォリオの投資配分比率はベンチマークポートフォリオのそれと大きく異なっていることが分かる。しかしながら、図 4 より、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオのすべてにおいて、過去期間の複製ポートフォリオのリターンはベンチマークポートフォリオのリターンを追随している。

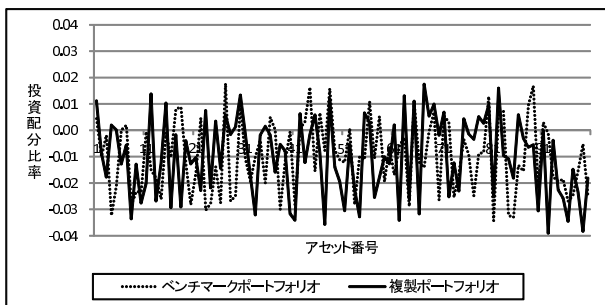
ここで、ロングショートポートフォリオについて、図 3(b) に示したベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのアセット  $i$  の投資配分比率に、過去期間の最終時点である時点  $t = 10$  ( $= T$ ) におけるアセット  $i$  のリターン  $r_i(10)$  を乗じた保有リターンを期間 1 を例として図 5(a)



(a) ロングオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 0$ )



(b) ロングショートポートフォリオ ( $\alpha = 1$ )



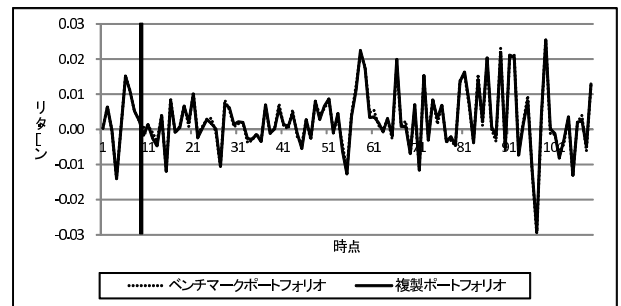
(c) ショートオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 2$ )

図 3 ベンチマークポートフォリオと分布交換 EDA による複製ポートフォリオの投資配分比率

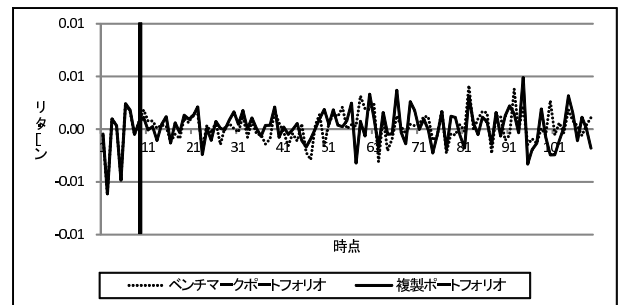
Fig. 3 Weights of benchmark portfolio and replication portfolio obtained by EDA with switching distributions.

に示す. 図においては, 横軸がアセット  $i$ , 縦軸がアセット  $i$  の保有リターン (投資配分比率にリターン  $r_i(10)$  を乗じた値) となる. さらに, 横軸をアセット番号順ではなく, 保有リターンの降順に並べ替えた様子を図 5(b) に示す. 図においては, 横軸が保有リターン降順に並べ替えたアセット, 縦軸が保有リターンとなる. また, ロングオンリー, ロングショート, ショートオンリーポートフォリオのすべての実験期間におけるアセット番号順と保有リターン降順のベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの保有リターンの相関係数を表 3 に示す.

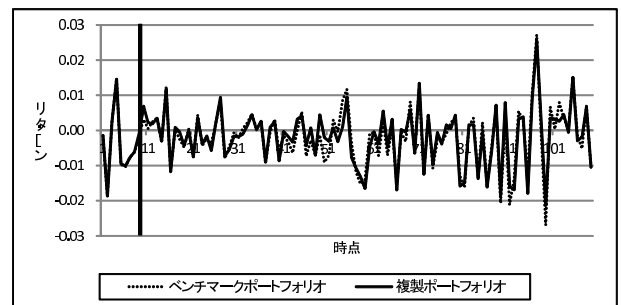
図 5(a) より, ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの同一アセットにおける保有リターンは異なるが, 図 5(b) より, 保有リターン降順にアセットを並べると, 両ポートフォリオはいずれかのアセットにおいて非常に近い保有リターンを保持していることが分かる. 表 3 から, 保有リターン降順の両ポートフォリオの相関係数は,



(a) ロングオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 0$ )



(b) ロングショートポートフォリオ ( $\alpha = 1$ )



(c) ショートオンリーポートフォリオ ( $\alpha = 2$ )

図 4 ベンチマークポートフォリオと分布交換 EDA による複製ポートフォリオのリターンの挙動

Fig. 4 Returns of benchmark portfolio and replication portfolio obtained by EDA with switching distributions.

アセット番号順の相関係数より非常に大きく, ロングオンリー, ロングショート, ショートオンリーポートフォリオの全実験期間について, 図 5 の期間 1, ロングショートポートフォリオのケースと同様の傾向であることが分かる.

以上より, 本研究で提案した分布交換 EDA は, 親個体集団の確率分布を入れ替えることで, ベンチマークポートフォリオのリターンに対して小さな誤差と時点間の変化の割合となるようなリターンを持つ複製ポートフォリオを効果的に探索することができるといえる. さらに, 本研究のポートフォリオのレプリケーション問題は, 不定問題であるため, ベンチマークポートフォリオと同一の真の解を見つけることはできないが, ベンチマークポートフォリオの個々のアセットの保有リターンをいずれかのアセットで代替保持することにより, 目的関数である過去期間のリターン挙動が一致するような準最適解の 1 つを見つけることができるといえる.

4.5 将来期間のリターンによる複製ポートフォリオの評価

本節では、4.4 節において分布交換 EDA により最適化を行った複製ポートフォリオの将来期間の有効性を議論する。時点  $t = 1$  から  $t = 10 (= T)$  までの過去期間において最適化された複製ポートフォリオが、時点  $t = 11 (= T + 1)$  から  $t = 110 (= T + S)$  までの将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追従するか考察を行う。

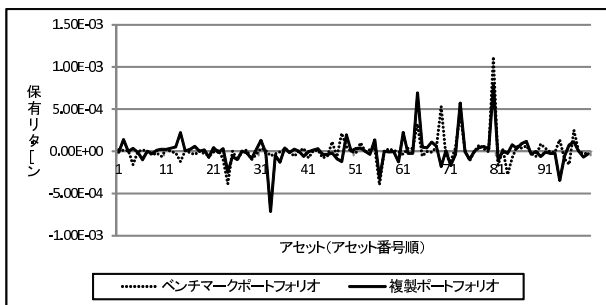
ロングオンリー ( $\alpha = 0$ )、ロングショート ( $\alpha = 1$ )、ショートオンリー ( $\alpha = 2$ ) のポートフォリオについて、ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターンの挙動を期間 1 を例として図 4(a), (b), (c) にそれぞれ

示した。なお、図中において  $t = 11$  から  $t = 110$  までが、複製ポートフォリオの将来期間のリターンを表している。また、ロングオンリー、ロングショート、ショートオンリーポートフォリオの全実験期間について、ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの将来期間のみのリターンの誤差の二乗和の平均を表 4 の  $T = 10$  の欄に示す。

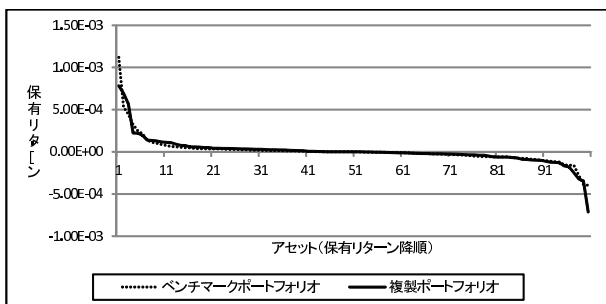
図 4 より、ロングオンリーポートフォリオとショートオンリーポートフォリオは、将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追従する傾向が見受けられるが、ロングショートポートフォリオはリターンを追従できているとはいえない。表 4 の  $T = 10$  の欄からも、全実験期間についてロングオンリーとショートオンリーのポートフォリオと比較し、ロングショートポートフォリオの将来期間のリターンの誤差が大きいという同様の傾向が見て取れる。

これらの結果から、本研究で提案した分布交換 EDA による複製ポートフォリオは、ロングオンリーとショートオンリーのポートフォリオについては、真の解でなくても将来期間においてベンチマークポートフォリオのリターンを追従するため、有効な複製ポートフォリオといえる。しかしながら、ロングショートポートフォリオは、将来期間においてベンチマークポートフォリオのリターンを追従しておらず、有効な複製ポートフォリオではない。

この原因として、ロングオンリーポートフォリオ (ショートオンリーポートフォリオ) は、すべてのアセットの投資配分比率が正 (負) で表現されるため、真の解でなくても、複製ポートフォリオの個々のアセットの保有リターン (投資配分比率にリターン  $r_i(t)$  を乗じた値) は、将来期間においてもベンチマークポートフォリオと同じ正か負の方向の保有リターンとなる。一方、ロングショートポートフォリオは、個々のアセットの投資配分比率は正か負のどちらかで表現されるため、ベンチマークポートフォリオの真の投資配分比率と正負が異なる場合、ベンチマークポートフォリオのアセットと異なる方向の保有リターンとなり、



(a) 保有リターン (アセット番号順)



(b) 保有リターン (保有リターン降順)

図 5 ロングショートポートフォリオにおける時点  $t = 10 (= T)$  の個々のアセットに対する保有リターン

Fig. 5 Weighted return of individual assets at  $t = 10 (= T)$  for long-short portfolio.

表 3 ベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオの保有リターンの相関係数  
Table 3 Correlation coefficients of weighted returns between benchmark portfolio and replication portfolio.

期間	ロングオンリー		ロングショート		ショートオンリー	
	アセット番号順	保有リターン降順	アセット番号順	保有リターン降順	アセット番号順	保有リターン降順
1	0.9063	0.9646	0.5764	0.9455	0.6654	0.8668
2	0.8152	0.9792	0.0704	0.9710	0.3471	0.9870
3	0.8143	0.9852	0.2856	0.9305	0.5016	0.9695
4	0.4079	0.9873	-0.0274	0.9754	0.0960	0.9709
5	0.6274	0.9930	-0.0658	0.9832	0.2500	0.9577
6	0.8306	0.9376	0.4781	0.9766	0.5295	0.9355
7	0.7820	0.9822	0.3549	0.9857	0.2819	0.9816
8	0.6120	0.9891	0.2660	0.9714	0.3869	0.9808
9	0.5198	0.9885	-0.1416	0.9783	0.4928	0.9761
10	0.7200	0.9880	0.1522	0.9729	0.4331	0.9735
11	0.6467	0.9900	-0.0329	0.9756	0.2221	0.9893
12	0.7001	0.9888	0.1463	0.9844	0.5401	0.9818
13	0.8521	0.9785	0.7968	0.9838	0.3865	0.9740

表 4 将来期間のベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターンの誤差二乗和の平均

Table 4 Average of error sum of squares of returns between benchmark portfolio and replication portfolio in the future period.

期間	T = 10 (過去期間の時点数)			T = 90 (過去期間の時点数)		
	ロングオンリー	ロングショート	ショートオンリー	ロングオンリー	ロングショート	ショートオンリー
1	9.10E-07	2.04E-06	6.13E-06	6.74E-07	7.26E-07	3.49E-06
2	1.65E-06	6.24E-06	1.68E-05	2.05E-06	3.95E-06	8.81E-06
3	1.27E-06	1.77E-06	9.18E-06	7.02E-07	1.59E-06	4.19E-06
4	1.02E-06	2.20E-06	8.67E-06	5.39E-07	1.18E-06	3.08E-06
5	2.40E-06	3.95E-06	1.18E-05	1.36E-06	2.27E-06	3.92E-06
6	1.36E-06	5.40E-06	9.88E-06	1.08E-06	2.38E-06	5.67E-06
7	3.61E-06	5.12E-06	1.41E-05	2.08E-06	3.88E-06	7.22E-06
8	3.22E-06	4.97E-06	1.53E-05	1.20E-06	1.94E-06	7.54E-06
9	9.74E-06	1.24E-05	3.71E-05	3.53E-06	1.43E-05	2.07E-05
10	3.86E-06	6.39E-06	2.28E-05	1.11E-06	3.97E-06	1.51E-05
11	2.27E-06	3.71E-06	1.38E-05	8.17E-07	2.17E-06	9.26E-06
12	1.24E-06	3.18E-06	7.36E-06	6.51E-07	1.80E-06	6.58E-06
13	2.44E-06	1.76E-06	8.49E-06	6.00E-07	1.25E-06	2.53E-06

将来期間において、複製ポートフォリオのリターンがベンチマークポートフォリオのリターンを追随しない可能性がきわめて高い。このため、将来期間において有効な、真の解と異なるロングショートポートフォリオを複製することは非常に困難である。

このようなロングショートポートフォリオのレプリケーション問題において、将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追随するような組み入れアセットの特徴を分析するため、過去期間の時点数を  $T = 10$  より長時点数の  $T = 90$  においてポートフォリオの複製を行った。ベンチマークポートフォリオと  $T = 90$  の過去期間において分布交換 EDA により得られた複製ポートフォリオの将来期間のリターンの誤差の二乗和の平均を表 4 の  $T = 90$  の欄に示す。

表 4 より、 $T = 90$  の欄の将来期間のベンチマークポートフォリオと複製ポートフォリオのリターンの誤差二乗和は、 $T = 10$  の欄の誤差二乗和と比較し、ロングオンリーポートフォリオの期間 2 とロングショートポートフォリオの期間 9 以外のすべての期間において小さくなっている。

以上より、ロングショートポートフォリオのレプリケーション問題でも、複製ポートフォリオの最適化に利用する過去期間の時点数を増加させること、つまり解の探索空間を狭めることで、その将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追随する有効な複製ポートフォリオを構築できる可能性が高いといえる。一方、最適化に利用可能な時点数が不足している状況下で、その時点数を増加させる方法としてデータの内挿なども考えられる。これについては、今後の課題としたい。

#### 4.6 ベンチマークポートフォリオと異なるアセットで構成された複製ポートフォリオの評価

4.5 節までの数値実験では、ベンチマークポートフォリオ

を構成するアセットが既知という仮定のもとで複製ポートフォリオの最適化を行った。これらの実験結果より、分布交換 EDA により真の解でなくても将来期間に有効な複製ポートフォリオを構築できることから、ベンチマークポートフォリオと異なるアセットで構成される複製ポートフォリオにおいても、ベンチマークポートフォリオを構成するアセットの保有リターンを代替するアセットが組み入れられていれば、分布交換 EDA により有効な複製ポートフォリオを構築できると考えられる。

そこで本節では、ベンチマークポートフォリオを構成するアセットと異なるアセットで構成される複製ポートフォリオの最適化を試みる。複製ポートフォリオは、ベンチマークポートフォリオを構成する個々のアセットの過去期間のリターンに対して相関の強い  $N$  アセット (アセット間のリターンの決定係数降順の  $N$  アセット) で構成し、 $T = 10$ 、ロングオンリー ( $\alpha = 0$ )、ロングショート ( $\alpha = 1$ )、ショートオンリー ( $\alpha = 2$ ) のポートフォリオについて、分布交換 EDA により得られた最良の複製ポートフォリオの評価値、リターンの誤差の二乗和、時点間のリターンの変化の割合の二乗和を表 5 (a) に示す。また、比較として、相関の弱い  $N$  アセット (アセット間のリターンの決定係数昇順の  $N$  アセット) で構成される複製ポートフォリオの評価値、リターンの誤差の二乗和、時点間のリターンの変化の割合の二乗和も表 5 (b) に示す。

ベンチマークポートフォリオと同一のアセットで構成される複製ポートフォリオの評価値 (表 2) と比較すると、同一アセットではないが相関の強いアセットで構成される複製ポートフォリオの評価値 (表 5 (a)) は大きな値となっている。一方、表 5 より、相関の強いアセットで構成される複製ポートフォリオは、相関の弱いアセットで構成される複製ポートフォリオよりロングオンリーの期間 6, 8, ロングショートの期間 3, 6, 10, 12, 13, ショートオンリーの

表 5 ベンチマークポートフォリオと異なるアセットで構成された複製ポートフォリオの結果

Table 5 Results of replication portfolio consisting of different assets from benchmark portfolio.

(a) 相関の強い複製ポートフォリオ

期間	ロングオンリー			ロングショート			ショートオンリー		
	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合
1	1.01E-06	1.01E-06	2.47E-02	9.26E-07	8.63E-07	6.37E+00	3.56E-06	3.56E-06	6.87E-02
2	3.77E-06	3.74E-06	3.22E+00	4.52E-07	3.78E-07	7.43E+00	3.23E-06	3.22E-06	6.66E-01
3	9.64E-07	9.63E-07	1.21E-01	7.77E-07	7.64E-07	1.30E+00	7.04E-06	6.96E-06	7.80E+00
4	8.78E-07	8.78E-07	5.50E-03	8.10E-08	7.65E-08	4.55E-01	1.47E-06	1.47E-06	6.65E-03
5	6.15E-07	6.15E-07	4.07E-03	1.78E-07	1.77E-07	9.78E-02	1.77E-06	1.77E-06	1.22E-02
6	3.10E-06	3.07E-06	2.65E+00	4.92E-07	4.83E-07	9.23E-01	1.39E-06	1.38E-06	1.45E+00
7	1.87E-05	1.52E-05	3.46E+02	5.54E-07	5.49E-07	5.28E-01	1.13E-05	1.13E-05	6.21E+00
8	1.51E-06	1.51E-06	1.64E-02	9.51E-07	9.30E-07	2.04E+00	1.45E-06	1.44E-06	4.14E-02
9	1.80E-06	1.80E-06	6.01E-02	1.21E-07	1.11E-07	1.02E+00	5.70E-07	5.69E-07	8.71E-02
10	3.80E-06	3.80E-06	2.33E-01	8.12E-07	4.32E-07	3.79E+01	5.68E-06	5.67E-06	1.74E+00
11	2.98E-06	2.98E-06	1.50E-02	3.37E-07	3.19E-07	1.78E+00	1.26E-06	1.26E-06	1.79E-03
12	3.20E-06	3.20E-06	1.67E-02	1.25E-06	1.21E-06	4.13E+00	1.71E-05	1.71E-05	8.25E-02
13	2.41E-07	2.40E-07	1.44E-01	1.07E-06	1.06E-06	9.61E-01	2.01E-06	2.01E-06	2.35E-02

(b) 相関の弱い複製ポートフォリオ

期間	ロングオンリー			ロングショート			ショートオンリー		
	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合	評価値	誤差	変化の割合
1	2.90E-05	2.90E-05	9.54E-01	1.25E-06	1.24E-06	5.70E-01	3.30E-06	3.30E-06	2.08E-01
2	9.56E-06	9.54E-06	1.98E+00	1.21E-06	1.19E-06	2.21E+00	2.19E-05	2.19E-05	4.08E+00
3	1.25E-05	1.25E-05	7.60E-02	5.44E-07	5.02E-07	4.18E+00	1.75E-05	1.75E-05	2.47E-01
4	1.47E-06	1.47E-06	5.54E-03	9.52E-07	9.30E-07	2.19E+00	3.68E-06	3.68E-06	4.90E-02
5	5.40E-06	5.40E-06	1.64E-01	3.29E-07	2.86E-07	4.29E+00	3.83E-06	3.82E-06	5.48E-02
6	2.28E-06	2.24E-06	4.02E+00	2.96E-07	2.84E-07	1.19E+00	4.50E-06	4.20E-06	3.07E+01
7	2.92E-05	2.92E-05	3.09E-01	2.00E-06	1.83E-06	1.69E+01	3.93E-06	3.93E-06	1.07E-01
8	1.46E-06	1.46E-06	1.23E-03	9.80E-07	9.53E-07	2.66E+00	2.20E-06	2.20E-06	1.39E-02
9	4.02E-06	4.01E-06	1.21E+00	4.15E-07	3.27E-07	8.82E+00	4.56E-06	4.55E-06	5.73E-01
10	8.67E-06	8.65E-06	1.75E+00	6.12E-07	5.50E-07	6.17E+00	1.95E-06	1.95E-06	1.70E-01
11	1.02E-05	1.02E-05	8.14E-01	1.19E-06	1.14E-06	5.48E+00	4.54E-06	4.54E-06	4.68E-02
12	5.11E-06	5.11E-06	5.60E-02	7.48E-07	6.43E-07	1.04E+01	5.08E-06	5.08E-06	6.16E-02
13	4.16E-05	4.16E-05	8.25E-01	7.93E-07	6.52E-07	1.41E+01	4.78E-05	4.78E-05	1.04E+00

期間 1, 7, 10, 12 を除いて小さい評価値となっている。このことから、同一アセットの複製ポートフォリオよりは悪い評価値となるが、異なるアセットであってもベンチマークポートフォリオの構成アセットと相関の強いアセットで構成される複製ポートフォリオは、比較的良好な評価値を持つ複製ポートフォリオとなることが分かる。

以上より、ベンチマークポートフォリオを構成するアセットが未知である状況下においても、仮に何らかの基準により構築した複製ポートフォリオが良い評価値を持つ場合、複製ポートフォリオを構成したアセットと相関の強いアセットでベンチマークポートフォリオは構成されていることを示唆しているといえる。

## 5. おわりに

本研究では、不定解を持つポートフォリオのレプリケーション問題において、局所解へ陥ることを回避し、最適解を探索できるようリターンの相関が強いアセット間の確率分布の入れ替え操作を行うことで解の探索領域を変更する

分布交換 EDA を提案した。

数値実験において、本研究の範囲内でいえることではあるが、分布交換 EDA は、親個体集団の確率分布を入れ替えることで、ベンチマークポートフォリオの過去期間におけるリターンに対して、非常に近いリターン挙動となる複製ポートフォリオを効果的に探索できることを示した。

また、複製したロングオンリーポートフォリオとショートオンリーポートフォリオは、その将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追随する有効なポートフォリオであることを示した。一方、将来期間において有効な、真の解と異なるロングショートポートフォリオを複製することは非常に困難であるが、複製ポートフォリオの最適化に利用する過去期間の時点数を増加させれば、その将来期間においてもベンチマークポートフォリオのリターンを追随する有効な複製ポートフォリオを構築できる可能性が高いことを示した。さらに、ベンチマークポートフォリオを構成するアセットが未知であったとしても、仮に何らかの基準により構築した複製ポートフォリオが良い

評価値を持つ場合、複製ポートフォリオを構成したアセットと相関の強いアセットでベンチマークポートフォリオは構成されているという1つの指針を示した。

今後の課題として、多数の最適解の中から真の解を探索するための第2目的関数の構築を試みる。また、アセット数  $N$ 、時点数  $T$  の  $N$  変数  $T$  連立の方程式を解くことで真の解を導出できるよう、 $N$  を減少させ  $N = T$  とするアプローチ、また  $T$  を増加させ  $N = T$  とするアプローチを検討する。

**謝辞** 本研究の一部は、科学研究費補助金（若手研究(B) 24700234, 25730148) の助成を受けて行われました。記して謝意を表します。

参考文献

[1] Xia, Y., Liu, B., Wang, S. and Lai, K.K.: A Model for Portfolio Selection with Order of Expected Returns, *Computers & Operations Research*, Vol.27, pp.409-422 (2000).

[2] Lin, C.C. and Liu, Y.T.: Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problems with Minimum Transaction Lots, *European Journal of Operational Research*, Vol.185, No.1, pp.393-404 (2008).

[3] Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J.E. and Sharaiha, Y.M.: Heuristics for Cardinality Constrained Portfolio Optimization, *Computers & Operations Research*, Vol.27, pp.1271-1302 (2000).

[4] Crama, Y. and Schyns, M.: Simulated Annealing for Complex Portfolio Selection Problems, *European Journal of Operational Research*, Vol.150, pp.546-571 (2003).

[5] Orito, Y., Yamamoto, H. and Yamazaki, G.: Index Fund Selections with Genetic Algorithms and Heuristic Classifications, *Computer & Industrial Engineering*, Vol.45, pp.97-109 (2003).

[6] Orito, Y., Sugizaki, S., Yamamoto, H., Tsujimura, Y. and Kambayashi, Y.: Index Fund Rebalancing Using Probabilistic Model-building Genetic Algorithm with Narrower Width Histograms, *Proc. WCCI 2010 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, pp.2974-2979 (2010).

[7] Oh, K.J., Kim, T.K. and Min, S.: Using Genetic Algorithm to Support Portfolio Optimization for Index Fund Management, *Expert Systems with Applications*, Vol.28, pp.371-379 (2005).

[8] Orito, Y., Yamamoto, H. and Tsujimura, Y.: Equality Constrained Long-Short Portfolio Replication by Using Probabilistic Model-building GA, *Proc. WCCI 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence*, pp.513-520 (2012).

[9] Muhlenbein, H., Schomisch, M. and Bornb, J.: The Parallel Genetic Algorithm as a Function Optimizer, *Parallel Computing*, Vol.17, pp.619-632 (1991).

[10] 池田 心, 小林重信: 生得分離モデルを用いた GA と JSP への適用, *人工知能学会論文誌*, Vol.17, No.5A, pp.530-538 (2002).

[11] Wang, H., Wu, Z., Wang, J., Dong, X., Yu, S. and Chen, C.: A New Population Initialization Method Based on Space Transformation Search, *ICNC'09 Proc. 2009 5th International Conference on Natural Computation*, Vol.5, pp.332-336 (2009).

[12] Luenberger, G.G. (著), 今野 浩, 鈴木賢一, 批々木則雄 (訳): 金融工学入門, 日本経済新聞出版社 (2002).

[13] Baluja, S.: Population-based Incremental Learning: A Method for Integrating Genetic Search Based Function Optimization and Competitive Learning, Technical Report, No.CMU-CS-94-163, Carnegie Mellon University (1994).

[14] Harik, G.R., Lobo, F.G. and Goldberg, D.E.: The Compact Genetic Algorithm, Technical Report, No.97006, IliGAL Report (1997).

[15] Tsutsui, S., Pelikan, M. and Goldberg, D.E.: Probabilistic Model-building Genetic Algorithms Using Marginal Histograms in Continuous Domain, *Proc. International Conference on Knowledge-Based and Intelligent Information & Engineering Systems 2001*, pp.112-121 (2001).

[16] 株価 CD-ROM2006-2011, 東洋経済新報社 (2011).

[17] DataStream, トムソンロイター社 (2012).



折登 由希子 (正会員)

2002年東京都立科学技術大学(現、首都大学東京)退学。博士(工学)。足利工業大学を経て、2009年から広島大学大学院社会科学研究科/経済学部。講師。



花田 良子 (正会員)

2007年同志社大学大学院工学研究科博士後期課程修了。博士(工学)。日本学術振興会特別研究員を経て、2008年から関西大学システム理工学部。助教。



柴田 峻輔

首都大学東京大学院システムデザイン研究科。学生。



山本 久志

1983年東京工業大学大学院修了。工学博士。東芝、西東京科学大学(現、帝京科学大学)を経て、1998年から首都大学東京大学院システムデザイン研究科。教授。