RGB-Dカメラを用いた動的光源環境へのリライティング

池田 拓也*1 フランソワ ドゥ ソルビエ*1 斎藤 英雄*1

Relighting with Dynamic Light Environments Using an RGB-D Camera

Takuya Ikeda^{*1} Francois de Sorbier^{*1} and Saito Hideo^{*1}

 ${f Abstract}$ – リライティングとは,ある光源環境で撮影された対象に対して,任意の光源環境に合わせてその陰影を変更する技術である.リライティングを行うには,対象物体の法線分布,反射特性,光源環境が必要である.本稿では, ${f RGB-D}$ カメラを用いた実時間リライティング手法を提案する.本手法では,正確な物体領域抽出のためにノイズを含む距離画像の修正を行う.領域抽出を行った後,対象物体の法線分布を推定する.光源環境は,観測された鏡面球から取得し,任意の環境に対してリライティングを行う.また,実時間処理を実現するために, ${f GPU}$ を用いた並列処理を行った.我々の実装では,約 ${f 10fps}$ の速度でリライティングが可能である.本実験では,提案手法の有効性を確認するために,対象物体に対して事前に撮影した動的光源環境へリライティングを行い,提案手法の有効性を示した.

Keywords: Relighting, Lambertian model, RGB-D camera, GPU

1 はじめに

ある照明条件の元で撮影された人物や物体などに対 し,他の照明条件に合わせて陰影を変更する処理を, リライティング (Relighting) と呼ぶ.この技術は,主 に映画や放送などの映像制作で利用されている.映画 制作では, CG で合成されたシーンに合わせて演者の 顔や服の陰影を変更することで, 光学的整合性の取れ たリアルな映像を生成している [1].また,現実空間 に仮想環境から情報や仮想物体を重畳して表示する拡 張現実感 (Augmented Reality,以下AR)において も,リライティングは重要である.仮想物体の反射特 性やシーンの光源情報を用いて現実空間との光学的整 合性が取れた AR を実現できる [2]. さらに, 商用ア プリケーションへの応用が考えられる. 例えば, 衣服 の試着を行うシーンでの利用である.ウェディングド レスやドレスなどを試着したユーザに対して、リライ ティングを行うことで,ユーザが結婚式場やパーティ 会場にいるような仮想体験が可能である.このシステ ムは,ユーザに対して衣服購入の判断材料となりえる. 映画や放送分野の映像制作ではオフラインで処理を行 うのに対し,後者のアプリケーションでは,実時間で 行うことが重要となる.なお,本論文で述べる実時間 は,撮影された対象物体やシーンに対して,毎フレー ムリライティングを行う事とする.

リライティングを行うには,対象物体の3次元形状(法線分布),物体の反射特性,対象物体を撮影した環境(以下,Src環境)とリライティングを行う環境(以下,Dst環境)の光源情報が必要である.一般的に

は,画像中の物体領域を抽出し,上記の要素を用いて Dst 環境に合わせて陰影を変更,最後に Dst 環境の背 景に合成して結果画像を得る.

従来研究として、Zhen ら [3] は、人物の顔を対象とし、1 枚の画像からリライティングを行う手法を提案している.この手法では、顔のモーフィングモデルを用いて対象となる顔の 3 次元形状を推定し、他のシーンの光源環境に合わせてリライティングを行っている.Zhen らの手法では、反射特性を拡散反射のみとし、Lambertian モデルを仮定している.また、撮影時の光源分布と目的のシーンの光源分布の比を計算することで拡散反射係数をキャンセルし、反射特性を求めずにリライティングを行う事が可能である.本論文で提案する手法では、高速化を優先するために、Zhen らと同様に物体の反射特性を拡散反射のみとし、Lambertian モデルを仮定する.

Debevec ら [4], Wenger ら [5] は, Light Stage と呼ばれる大量の点光源を備えた装置を用いて,様々な方向から光源を照射した陰影画像を取得している。その後,取得した画像群を用いて Reflectance Functionsと呼ばれる反射分布を作成し,任意の光源環境にリライティングする手法を提案している。この手法では,物体の3次元形状を得る必要が無く,反射分布を用いた高精度なリライティングが実現されている。Wengerらの手法では,高速撮影が可能なハイスピードカメラを用いることで,動的物体に対してリライティングが可能となっている。しかし,Light Stage を用いた手法では,それで撮影できないような環境に存在する物体に対してリライティングを行うことはできない。また,撮影された画像もしくは動画に対して,オフライ

1

^{*1}慶應義塾大学

^{*1}Keio University

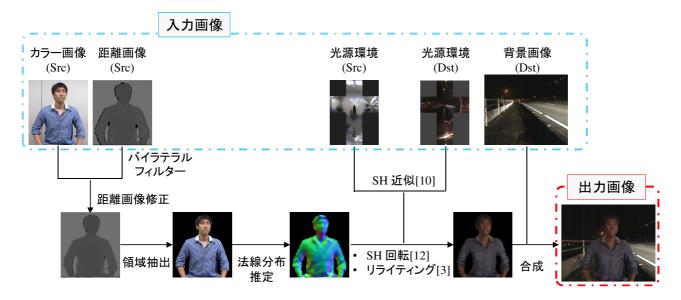


図 1 提案するリライティング手法の流れ . Fig. 1 Proposed relighting flow.

ン処理でリライティングを行っており,実時間リライティングは実現できていない.

従来手法に対し,本論文ではRGB-Dカメラを用 いた実時間リライティング手法を,新たに提案する. RGB-D カメラは,カラー画像と距離画像を実時間(約 30fps)で取得でき,実時間リライティングの実現に有 効である.提案手法は,動的物体を対象とし,対象領 域を任意の光源環境に合わせてリライティングし,他 のシーンに合成するというものである. そのため,対 象物体の正確な領域抽出が必要となる.また,リライ ティングの精度は,光源の方向を考慮するために用い る法線分布の精度に大きく依存する.以上の点から, 本研究は対象の領域抽出,法線分布推定,実時間処理 に着目し,それらに対して独自の工夫を施すことによ り目的の実時間リライティングを可能にするものであ る.提案手法は,任意の環境において,動的物体や動 的 Dst 環境に対してリライティングが可能であり,前 述した AR への利用や商用アプリケーションへの応用 に期待できる.

2 提案するリライティング手法

本章では、提案するリライティング手法について述べる、提案手法の流れを図1に示す、本システムでは、RGB-D カメラ1台と鏡面球1つを用いる、対象物体を撮影したカラー画像と距離画像、Src 環境と Dst 環境の光源分布、Dst 環境の背景画像を入力とする、なお、シーンの光源分布は観測された鏡面球より取得する、物体領域抽出は、距離値に閾値を設けて行う、この時、正確な領域抽出のために距離画像を修正する、次に、光源の考慮する範囲を決定するために、修正距離画像から法線分布を推定する、リライティング処理

では、光源分布を SH に近似して用いる . Src 環境と Dst 環境の光源分布の比を計算することで陰影を変更 した画像を取得し、Dst 背景画像に合成する . なお ,後 述する実験では , GPU を用いた処理の高速化を行う .

2.1 距離画像修正

対象物体を他のシーンに合成するために,対象の領域抽出を行うことが必要となる.提案手法では,距離画像に閾値を設けて領域抽出を行う.しかし,距離画像とカラー画像で物体の境界が一致していないことが多い.そこで,境界を一致させるために,物体の境界周辺領域を抽出し,その領域の距離値を修正する.距離画像の修正はChenら[6]の手法をベースにしており,大きく分けて2つのステップからなる.1つ目のステップは,対象物体と背景の境界周辺領域を検出し,その領域の距離値を空値とする.2つ目のステップは,対象物体と背景の境界周辺領域を検出し,その領域の距離値を空値とする.2つ目のステップは,対象物体と背景の境界周辺領域を検出し,その領域の距離値を空値とする.2つ目のステップは, ラー画像と物体の境界が一致した距離画像を得る.

1つ目のステップでは,まず入力距離画像に対して閾値処理を行い,物体領域を抽出する.その後,膨張処理により,物体領域を包含するマスク画像を得る(図 2 (a)).次に,物体の境界周辺領域を抽出するため,カラー画像と距離画像のマスク領域内においてそれぞれ,Cannyのエッジ検出を行う.検出されたエッジに対して, $n \times n$ の正方領域を 1, その他を 0 とするマスク画像を作成する.カラー画像,距離画像のエッジに対して作成したマスク画像をそれぞれ M_c , M_d とすると,物体の境界周辺領域を抽出したマスク画像 M_f は,2 つのマスク画像の積,

$$M_f = M_d A N D M_c \tag{1}$$

2

によって求める.カラー画像のエッジは物体境界だけ でなく、テクスチャによるエッジも検出してしまうが、 距離画像のエッジでは,物体境界のみ検出される.こ こで,物体の境界周辺領域のために,カラー画像,距 離画像のエッジに対する正方領域の1辺の長さをそれ ぞれ n_c , n_d とすると, $n_c < n_d$ の条件を満たすよう に設定する.これにより,図 2(b) のような境界周辺 領域を抽出する事ができる.

次に,2つ目のステップでは,検出された領域の距 離値を空値とし,それらを周辺の画素(空値とした画 素を除く)の距離値から補間する.距離値の補間は, Chen ら [6] の手法と同様に、物体領域については物体 領域内の距離値から補間し、背景領域については背景 領域の距離値から補間する. Chen らは region growing を用いて,物体と背景を区別しているのに対して,本 研究では k-means クラスタリングを用いたカラー画 像の領域分割を行うことによって,物体と背景の領域 を区別する.この点が,本論文とChenらの手法の相 違点であり, k-means クラスタリングを用いるのは, GPU で処理するアルゴリズム [7] を適用し,高速化 するためである.

カラー画像の領域分割後, RGB-D カメラより取得 した距離画像 D に対して ,

$$D^{t}(\boldsymbol{u}) = \frac{1}{k(\boldsymbol{u})} \sum_{\boldsymbol{v} \in \Omega_{s}, D^{t-1} \notin 0} g_{s}(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}) g_{c}(i(\boldsymbol{u}) - i(\boldsymbol{v})) D^{t-1}(\boldsymbol{v})$$
(2)

を計算し,補間した距離画像を得る.ここで, g_s は画 素空間の重み, g_c は色空間の重みをパラメータとして 持つガウシアン関数であり、各標準偏差は σ_s, σ_c で表 される Ω_s は , 画素 u を中心とする , 一辺 n_s の長 さの正方領域である.u-v は画像空間 , i(u)-i(v)はカラー画像の色空間におけるユークリッド距離を表 している $.D^{t-1}(v)$ は空値ではない近傍画素 v の距 離値である. $k_{m{i}}m{u})$ は, $k(m{u}) = \sum_{m{v} \in \Omega_s, D^{t-1}
otin 0} g_s(m{u} - m{u})$ $v)g_c(i(u)-i(v))$ によって算出される正規化要素であ る.距離値を補間する際は,k-means クラスタリング によって付けられたラベルと同じラベルの画素の距離 値を用いる. つまり, 画素 u の距離値は, u のラベル と同じラベルを持つ画素 v の距離値のみを用いる.こ れにより,前述した物体と背景の領域を区別して補間 を行うことができる.この時, Ω_s の領域内には,空 とした画素と距離値を持つ画素が存在する. 本研究で は,領域内に2画素以上距離値を持つ画素が存在する 場合に,式(2)を適用する.また,式(2)を繰り返し t 回行 $\mathbf{1}$ $\mathbf{1}$ D^t を毎回更新することで,最終的に空値と した画素が補間された修正距離画像 D_m を得る.

図 2(c), (d) はそれぞれ RGB-D カメラから取得し た距離画像と修正後の距離画像,図 2(e),(f) は各距





(a) 膨張処理後 の物体領域

(b) 物体境界の 周辺領域

(c) 距離画像









(d) 修正距離 画像

(e) 抽出領域 (距離画像)

(f) 抽出領域 (修正距離画像)

図2 距離画像の修正 Fig. 2 Depth map modification.

離画像に対して物体領域を抽出した結果画像である. 本手法により,図2の赤丸で示された人物の頭や衣服 の境界に合わせて距離画像が修正され,領域抽出が改 善されていることが分かる.

2.2 法線分布推定

次に,修正距離画像を用いて物体領域の法線分布を 推定する.法線推定の前に,距離画像とカメラの内部 パラメータKを用いて, $V(\boldsymbol{u}) = D_m K^{-1}[\boldsymbol{u},1]$ を計 算し,画像形式で保持された3次元点群マップVを得 る.カメラの内部パラメータについては, RGB-D カ メラに関するライブラリー OpenNI [8] を用いた.ま ず、カメラから得られる距離画像は離散的な値を持っ ているため,滑らかな距離画像にするためにバイラテ ラルフィルタを用いたフィルタ処理を行う.修正距離 画像 D_m に対して,

$$D_b(\boldsymbol{u}) = \frac{1}{k'(\boldsymbol{u})} \sum_{\boldsymbol{v} \in \Omega_{s'}} g_{s'}(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}) g_d(D_m(\boldsymbol{u}) - D_m(\boldsymbol{v})) D_m(\boldsymbol{v})$$

を算出し,ノイズを軽減した距離画像 D_b を得る.こ こで , $g_{s'}$ は画素空間の重み , g_d は距離空間の重みを パラメータとして持つガウシアン関数, 各標準偏差は $\sigma_{s'},\,\sigma_d$ とする $\Omega_{s'}$ は,画素 u を中心する,一辺 $n_{s'}$ の長さの正方領域である . $D_m(oldsymbol{u}) - D_m(oldsymbol{v})$ は距離値 のユークリッド距離を表しており, k'_{ℓ} u) は正規化要素

フィルター処理後, Stefan らの提案した手法 [9] を 適用する.Stefanらは3次元点群マップに対して積分 画像を計算し,法線を推定する手法を提案している.9 つの積分画像を用いて,分散共分散行列を構成し,そ の固有ベクトルから法線方向を得る.積分画像を用いる事で,3次元座標の平均を計算し,なめらかな法線分布を得ることができる.また,積分画像を用いる事で任意の矩形中の平均値算出が容易となり,処理時間が少ないという利点がある.

しかし,Stefan らが提案した 2 つの手法では,物体境界周辺の法線が算出できないという問題がある.これは,物体と背景の境界では,距離値が大きく異なっているため,誤った法線方向が推定されるからである.そこで,そのような領域では,着目画素の近傍画素とのベクトルを 2 つ算出し,それらの外積を法線ベクトルとする.具体的には着目画素 u=(u,v) の法線 N(u) は, $N(u)=(V(u+1,v)-V(u,v))\times(V(u,v+1)-V(u,v))$ を計算後,N(u) を正規化することによって得る.以上より,物体領域の法線分布を得る.

2.3 光源分布の取得

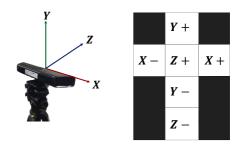
提案手法では,半径が既知の鏡面球を観測すること で光源分布を取得する.鏡面球は,周囲の環境を反射 するため, 広範囲の光源を得られる. なお, 提案手法 では,オフラインで光源分布の取得を行う.まず,鏡 面球が観測された画像から,画像中の球の中心と半径 を算出する.次に, cube map を用いて球上の全方向 のサンプリングを行う. cube map は図 3(a) に示した ようなカメラ座標系に対し,立方体によってサンプリ ング方向を表現する.図 3(b) に立方体の展開図を示 しており,各面の法線と一致する軸を示している.本 研究では, 32 * 32 * 6(画素) サイズの cube map を用 いる.各画素毎に方向ベクトルを保持しており,これ を用いた全方向のサンプリングを行う.各方向ベクト ルに対応する鏡面球の画素は次のように算出する.ま ず, cube map が持つ方向ベクトルと球の中心からカ メラへ向かうベクトルの中間ベクトルを算出する.次 に,球の法線ベクトルと中間ベクトルが一致する鏡面 球の位置を算出する.最後に,算出した位置と対応す る画像中の画素の明度値を参照する.cube map の全 画素に対して同様の処理を行うことで, cube map で 表現された光源分布を得る.

2.4 リライティング処理

最後に,陰影を変更する手法及び,その理論について述べる.本研究では,Zhen ら手法 [3] が提案したリライティングのモデルを用いる.無限遠の半径を持つ半球上に光源が存在すると仮定すると,実空間における 3 次元点 x の照度 E(x) は次のように表される.

$$E(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} L(\omega) max(\cos \theta, 0) d\omega \tag{4}$$

ここで, $L(\omega)$ は,点xの法線方向に対して $\omega=(\theta,\phi)$ 方向に存在する光源の輝度値, $max(\cos\theta,0)$ の項は,光源の入射角度による強度, $d\omega$ は点x からの微小立体



(a) カメラ座標系 (b) cube map 座標系

図3 カメラ座標系と cube map 座標系. Fig. 3 Camera and cube map coordinates.

角を表している.なお, θ は仰角, ϕ は方位角である. $L(\omega)$, $max(\cos\theta,0)$ の項はそれぞれ SH に近似 [10] して扱う.ここで,Ramamoorthi ら [11] の表記を用いると,式 (4) は,SH を用いて次のように表される.

$$E(\boldsymbol{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} A_l(\theta) L_{lm} Y_{lm}(\omega)$$
 (5)

 $Y_{lm}(\omega)$ は SH の基底関数を表している. $A_l(\theta)$ と L_{lm} は,それぞれ $max(\cos\theta,0)$, $L(\omega)$ の項を SH に近似して得た係数である.本研究では,2.3 節で取得した光源分布を事前に SH に近似して用いる.ここで,Ramamoorthi ら [11] の ronbun では,9 つの SH 基底関数を用いることで,拡散反射による陰影を表現できるという報告がある.そのため,本論文ではバンド数 l=2 とし,9 つの SH 基底関数を用いて近似する. $max(\cos\theta,0)$ の項は予め $\theta=0$ の時の値 $A_l^{std}=A_l(0)$ を計算しておき,推定された法線方向に合わせて, A_l^{std} を SH 回転 [12] する事で $A_l(\theta)$ を得る.

対象の物体の反射特性を完全 Lambertian モデルと 仮定すると, Src 環境と Dst 環境の光源分布の比を計算する事で, 陰影を変更した画像が得られる.

$$i^{dst}(\boldsymbol{u}) = i^{src}(\boldsymbol{u}) \frac{E^{src}(\boldsymbol{x})}{E^{dst}(\boldsymbol{x})}$$
 (6)

光源分布の比を取ることで,拡散反射係数をキャンセルでき,反射特性を求めずにリライティングを行える.ここで, $i^{dst}(u)$ は画素 u におけるリライティング後の画素値, $i^{src}(u)$ は入力画像の画素値, $E^{src}(x)$ は Src 環境での光源分布 L^{src}_{lm} によって得られる照度, $E^{dst}(x)$ は Dst 環境での光源分布 L^{dst}_{lm} によって得られる照度である.陰影を変更後,Dst 環境の背景に合成する事で,最終結果画像を得る.

3 実験

提案手法の有効性を示すために, Src 環境で撮影する対象が動的物体を,動的光源環境へリライティングを行った.図4に本実験で用いた,物体とSrc 光源環境





図 4 本実験で用いた物体と Src 光源環境 . Fig. 4 The Object and Src light environment using our experiment.

を示す. 本実験んでは, 動的物体として人物 Human を対象とした. 光源環境は図 3(b) の座標系で表される cube map で示している.

次に,実装環境について述べる.本実験では,RGB-D カメラとして Microsoft 社の Kinect を用いた、RGB カメラと距離カメラは同じ位置ではないため,RGB画 像と距離画像に視差が生じる.視差の補正は,RGB-D カメラに関するライブラリー OpenNI [8] を使用 した. 鏡面球は, 半径 5cm のステンレス製の球を用 いた.表1に実験のパラメータを示す.対象物体ま での距離によって画像中の領域の大きさが異なるた め,適切なパラメータを設定した.また,本手法では, GPU により並列処理で高速化を行う. ほとんどの処 理は,各画素で行う処理を GPU で並列に行うが,kmeans クラスタリング , SH 回転 , 積分画像の処理に 関しては, GPU 実装のアルゴリズム [7] [12] [13] を 用いた.実装環境は,以下の通りである.OS: Windows 7 , CPU: Intel Core i
7-3940XM $3.00{\rm GHz}$, RAM: 32.0GB, GPU: NVIDIA GeForce GTX 680M, 開発 環境:Microsoft Visual C++ 2010 . カラー画像 , 距離 画像の解像度は 640 × 480 である.

表 1 実験パラメータ. Table 1 Parameters of experiment

Table 1 Tarameters of experiment.		
処理名	パラメータ	Human
マスク作成	n_d	10
	n_c	8
距離値の補完 [6]	σ_s	1.4
	σ_c	1.2
	n_s	5
	t	40
k-means	Cluster number	20
クラスタリング	Iteration	20
バイラテラル	$\sigma_{s'}$	150
フィルタ	σ_d	60
	$n_{s'}$	13

3.1 実験結果

動的物体として人物 (Human) を動的な環境ヘリライティングを行った結果について述べる . Src 環境は , カメラ上方 (z+ 軸方向) に蛍光灯が配置された光源環境となっており , 光源によって人物の首の部分に生じ

ている影を除いて,全体の陰影は明るくなっている. Dst 環境は夜間の道路で予め撮影したシーン(Night Road と呼称)で,車の往来によって光源環境が動的 変化している.光源の変化に応じて,陰影の変化が表 現されているかを検証した.なお本処理では,予め撮 影した Dst 環境の光源分布と背景画像を毎フレーム 更新してリライティング処理を行っている.図5にリ ライティングを行った動画列から4つの結果を示す. 図 5 では,各フレーム時の光源分布,法線分布,リ ライティング結果を示している.より結果を見やすく するため, cube map と結果画像の明るさとコントラ ストを編集した.どのフレーム時に対しても,実験2 と同様に服のしわや人物の姿勢に合わせて法線分布が 推定できていることが分かる $.1^{st}$ フレームと 49^{th} フ レームでは,カメラ後方から走ってくる車のヘッドラ イトによって陰影が明るく 表現されている $.159^{th}$ フ レームでは,車の通過に伴って光源の位置は対象物体 の右横に存在している.そのため,光源と反対方向に 法線が向いている領域では暗く, 光源の方向に向いて いる領域は明るい陰影となっている . 222th フレーム では,車が完全に通過し,周囲に存在する街灯や信号 機の点灯などによって薄暗く陰影が表現されている. この実験より,本手法を用いる事で動的環境に対して リライティングできることが分かる.

最後に処理時間について述べる.表 3 に本実験での各処理時間を示す.距離画像修正と法線分布推定に最も処理がかかっていることが分かる.距離画像修正では k-means クラスタリングを用いており,これはCPUの処理と GPU の処理を交互に行っているためである.また,法線推定手法では,9 つの積分画像を算出しているため,処理が多くかかっている.Humanの平均処理速度は,10.20fps であった.

表 2 処理時間. 表 3 Computation time.

処理名	Human (ミリ秒)
距離画像修正	36.51
領域抽出	0.03
法線分布推定 [9]	42.69
SH 回転 [12]	0.01
リライティング [3]	0.02

4 おわりに

本稿では,RGB-Dカメラを用いた実時間リライティング手法を提案した.本研究は対象の領域抽出,法線分布推定,実時間処理に着目し,それらに対して独自の工夫を施すことにより実時間リライティングを可能

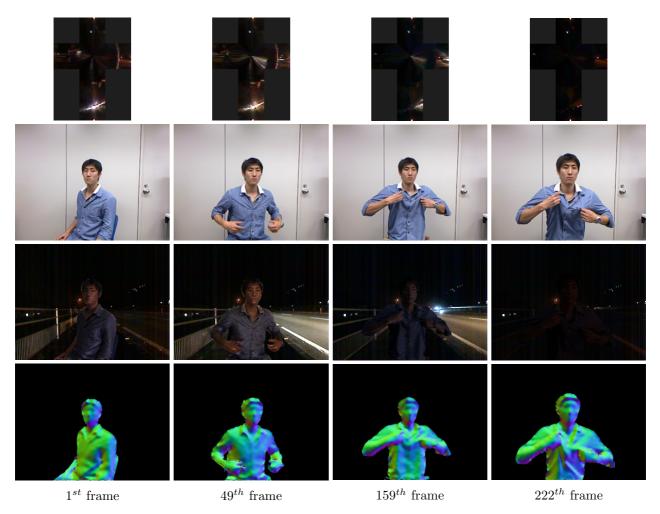


図 5 リライティング結果 (Human) . Fig. 5 Relighting results of **Human**.

とした.また,提案手法の処理を GPU による並列演算で高速化する事により,動的環境に対して約 10fps の速度でリライティングを行えることを示した.今後の課題として,鏡面反射を含む陰影や影を考慮したモデルを用いたリライティングの精度向上を目指す.

参考文献

- [1] http://gl.ict.usc.edu/LightStages/
- [2] Paul Debevec "Rendering synthetic objects into real scenes: bridging traditional and image-ased graphics with global illumination and high dynamic range photography", SIGGRAPH, pp. 189-198, 1998.
- [3] Zhen Wen, Zicheng Liu and Thomas S Huang "Face Relighting with Radiance Environment Maps", Computer Vision and Pattern Recognition, pp. 158-165, 2003.
- [4] Paul Debevec, Tim Hawkins, Chris Tchou and Haarm-Pieter Duiker, Westley Sarokin and Mark Sagar "Acquiring the reflectance field of a human face", SIGGRAPH, pp. 145-156, 2000.
- [5] Andreas Wenger, Andrew Gardner, Chris Tchou, Jonas Unger, Tim Hawkins and Paul Debevec "Performance relighting and reflectance transfor-

- mation with time-multiplexed illumination" ACM Transactions on Graphics 24, 3, pp.756–764, 2005.
- [6] Li Chen, Hui Lin, and Shutao Li, "Depth image enhancement for Kinect using region growing and bilateral filter", International Conference on Pattern Recognition, pp. 3070-3073, 2012.
- [7] J. Sirotkovic, H. Dujmic, V. Papic, "K-Means Image Segmentation on Massively Parallel GPU Architecture", MIPRO, pp. 489-494, 2012.
- [8] OpenNI, http://openni.org/
- [9] Stefan Holzer, Radu Bogdan Rusu, M. Dixon, Suat Gedikli, and Nassir Navab, "Adaptive neighborhood selection for real-time surface normal estimation from organized point cloud data using integral images", IROS, pp. 2684-2689, 2012.
- [10] Sloan Peter-Pike, "Stupid Spherical Harmonic (SH) Tricks", Game Developer's Conference, 2008
- [11] R. Ramamoorthi, P. Hanrahan, "An efficient representation for irradiance environment maps", SIGGRAPH, pp. 497-500, 2001.
- [12] Derek Nowrouzezahrai, Patricio Simari, Eugene Fiume, "Sparse Zonal Harmonic Factorization for Efficient SH Rotation", ACM Transactions on Graphic, 31(3): 23, 2012.
- [13] B. Bilgic, B.K.P. Horn, I. Masaki, "Efficient Integral Image Computation on the GPU", In IEEE Intelligent Vehicles Symposium, pp. 528-533, 2010.