

オプティカルフローを用いた魚群のローテーションカーブの推定

寺山 慧^{1,a)} 炭谷 竜太¹ 阪上 雅昭¹

概要: 本研究では、魚群のダイナミクスを理解し、また魚群の数理モデルのパラメータを決定する際に重要な特微量であるローテーションカーブを、トラス状に回転する魚群の水中映像から推定することを目的とする。ローテーションカーブとは、銀河や群れ等大規模な集団の性質を記述する特微量の一つで、集団の中心からの半径に対して各位置での回転速度の大きさをプロットした曲線である。実際に撮影された画像は、魚群の密度が高く各魚の個体識別は困難であり、また群れとは無関係な魚も写り込んでいるため、群れの各個体を長時間追跡し速度を推定することは現実的ではない。そこで本研究では、各個体の速度を計測する代わりに、まず先にローテーションカーブを求める領域を中心からの距離で一定間隔に分割し、それぞれの領域ごとにオプティカルフローを用いて群れの動きのフローを計算する。その計算を一定時間内の各フレームで行い、領域ごとにフローの平均を取ることでローテーションカーブを求める。実際にオプティカルフローを計算する際には、魚群の回転方向および障害物となっている魚の速度を考慮することで対象の魚群以外のフローを除外し、注目している群れの動きのフローのみを抽出する。本研究では実験としてまずシミュレーションを行って提案手法の枠組みの妥当性を確かめた。さらに、それぞれ別の日に撮影された3つの魚群の映像に提案手法を適用して推定したローテーションカーブと、フレームごとに人手で群れの個体を多数追跡して概算したローテーションカーブを比較した。後者を真値とした場合の相対誤差の平均は0.063から0.078の間に収まり、また相対誤差の二乗平均平方根は0.074から0.11となり、提案手法の有効性が示唆された。

1. はじめに

魚や鳥などは時に数千から数万の個体からなる大規模な群れをなし、外敵の攻撃に機敏に対応するなど協調的な動きを示す。近年魚の群れに関しては、ReynoldsによるBoidモデル[11]を皮切りに、群れを構成する個々の個体を自己推進力を持つ粒子とみなし、それらが周囲の個体と反発・整列・接近するなどして相互作用することで、群れ全体の挙動を形成するモデルが多数提案されている[10], [13], [14]。それらのモデルに基づいて、近似を行った上で解析解を求める、あるいはシミュレーションを行うことで魚群の様々な形態・特性を探る研究[5], [6], [15]が進んでいる。

モデルの妥当性やパラメータを検証・推定するためには、現実の群れの動きや動きの特微量を数値化し、解析解やシミュレーションで求められた結果とを定量的に比較することが必要不可欠である。実際、鳥の群れに関しては現実の比較的数の多い群れの観測データから個々の個体の動きを

計測しモデルとの比較を行う研究[2], [3], [4]が進んでいる。また、数十からせいぜい数百の個体からなる比較的小さな魚群に関しては、人手で個々の魚を追跡することで動きを数値化し、シミュレーションとの比較を行う研究[8]や個々の魚を自動的に追跡する手法が開発されている[9]。しかしながら、魚群に関しては、鳥の群れより密度が高いことが多く個体識別が難しいため、大規模な群れの観測データから群れの動きを数値化し理論と比較する研究、あるいは観測データを人手に頼らず自動的に解析する研究は十分に進んでいるとはいえない。

本研究では、図1のようにトラス状に回転する数千匹からなる比較的大きな魚群について、群れの運動の重要な特微量であるローテーションカーブ(以下、RC)に注目し、魚群の水中映像から、オプティカルフローを用いてRCを推測する手法を開発した。

RCとは、銀河や群れなど、回転運動を行う大規模な集団の性質を記述する特微量の一つで、集団の回転中心からの半径方向についての各位置での回転速度の大きさをプロットした曲線である。図2にRCの模式図を示す。RCを調べることで、魚群の全体の動きの特徴を捉えることができ、

¹ 京都大学大学院人間・環境学研究科
Graduate School of Human and Environmental Studies, Kyoto University
^{a)} terayama@i.h.kyoto-u.jp



(a) 水底から撮影 (b) 横から撮影

図 1 トーラス状に回転するマイワシの群れ (海きらら九十九島水族館にて)

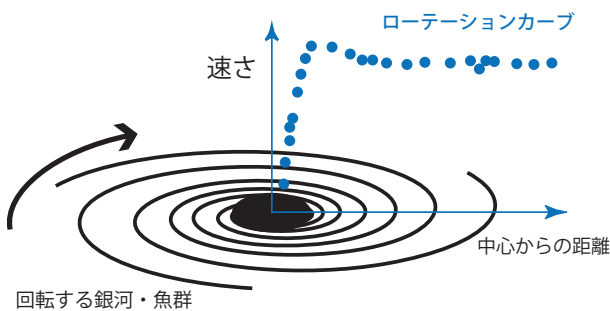


図 2 ローテーションカーブの模式図

また RC の傾きを比較するなどしてモデルの妥当性を調べたりパラメータを決定することが可能になると考えられる。図 1 からわかるように観測されたデータは、群れの密度が高く個体同士が頻りに重なり合うためオクルージョンが多数発生し、また群れの手前を横切る魚影が障害物として映り込むため、重なりあう魚の輪郭線を見分けるのは肉眼でも難しく、個体識別をした上で通常のトラッキングの手法を用いて追跡するのは困難である。

そこで本研究の提案手法では、各個体を追跡して速度を計測する代わりに、フレーム間でオプティカルフローを計算して得られる魚群のフローを、そのフレームの瞬間での魚群の速度場とみなし RC を推定する。このとき解析対象となる魚群以外の障害物の影響を排除するようにする。また RC は群れの回転中心から一定幅のリング状の領域ごとに求めることにする。具体的に提案手法ではまず各フレームごとに、Färneback アルゴリズム [7] によりオプティカルフローを計算する。次に魚群の回転運動の特性を表す条件を適宜設定することで障害物の影響を受けているフローを除外し、魚群のフローのみを抽出する。最後に魚群内に設定したリング状の領域のそれぞれで魚群のフローの平均を取ることで領域ごとの平均速度を求め RC を推定する。

本研究では、実験としてまずシミュレーションを行って提案手法の妥当性を確認した。また、実際の魚群を扱う例として、長崎県佐世保市の海きらら九十九島水族館にて撮影されたマイワシの群れの観測データから、提案手法によって RC を推定する実験を行った。このとき同一の映像について、予め目視によって魚を個体追跡することで導出した

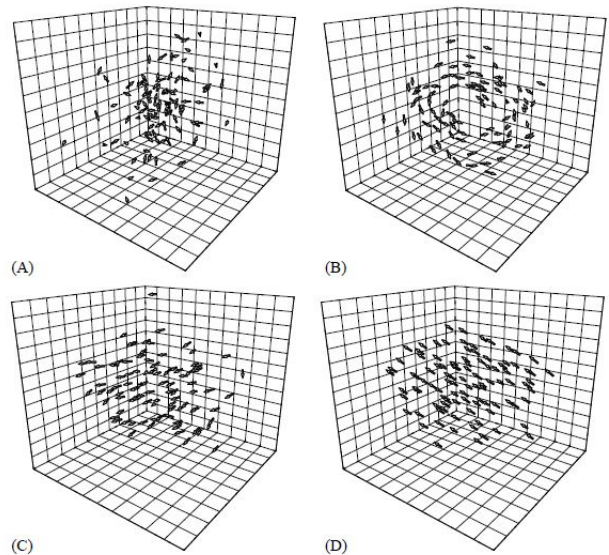


図 3 パラメータを変えることで現れる様々な群れの形 (B) において群れがトーラス状に回転している [6]

RC(以下、目視による RC) と提案手法で導出した RC を比較し、提案手法の有効性を評価した。

2. ローテーションカーブ

ローテーションカーブ (rotation curve; RC) とは、元々は宇宙物理学の分野において、銀河のダイナミクスを研究する上で注目された特徴量の一つで、銀河中心からの半径に対して各位置での回転速度の大きさをプロットしたものである。分光観測によって様々な銀河の RC が計測されてきたが、理論的に予想される RC とは大きく異なるため、ダークマターと呼ばれる未知の物質を仮定し、実際に観測された銀河の RC を説明しようとする研究が行われてきた。

魚群の RC はこれまで、群れの特徴量として取り上げられることは殆どなく、実際の魚群の RC の計測もなされてこなかった。その理由としては、Couzin らによって速度一定の修正 Boid モデルに適切なパラメータを与えることで群れが図 3 の (B) のようにトーラス状に回転する状態が得られることは示されていた [4] が、速度可変でトーラス状に回転する魚群の適切なモデルが見つかっていなかったこと、また、そもそも RC が群れの性質を表す重要な特徴量だと認識されてこなかったことなどが挙げられる。しかしながら、RC は回転する群れの特性を表現する重要な特徴量だと考えられる。例えば、[12] では、速度が変化する Niwa のモデル [10] でトーラス状に回転するパラメータが存在することが、シミュレーションを通して示されている。また、[12] では、人手で概算した RC が、撮影日時や群れの大きさによらず殆ど一致するなど、群れに関する興味深い性質が示唆されている。従って、実際の群れの RC を計測することは、群れのダイナミクスを理解しモデルのもっともらしさやパラメータの推定のためにも重要な役割を果たすと考

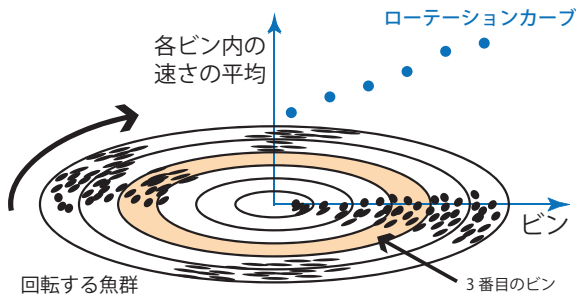


図 4 魚群のローテーションカーブの模式図

えられる。

なお、本研究では約 1 年の間に撮影された 3 本の魚群の動画を実験に用いた (動画の撮影方法の詳細については 3 節を参照のこと)。このとき対象とした群れはいずれも同じようなサイズの成魚から構成されていたが、観測条件を同一にできなかったため、魚の見かけ上の大きさが毎回異なっていた。そこで魚の体長を基準として映像データを扱うために、本研究では、各動画内の群れの個体の平均体長を算出し、これを各動画における単位長さ (body length; BL) とする。

またすでに述べたように RC を求める際には、魚群の領域を分割して考える。具体的には魚群の回転中心から 1BL ごとに等間隔なリング状 (あるいは扇状) の領域をとり、それぞれの領域を内側から順に n 番目のビン ($n = 0, 1, 2, \dots$) と呼び、ビンごとに魚群の速さの平均を算出し RC を求める。本稿では、 n 番目のビンに含まれる魚の平均の速さ RC_n を以下の式で定める。

$$RC_n = \frac{1}{|B_n|} \sum_{i \in B_n} v_i \quad (1)$$

ただし、 B_n は n 番目のビンに入っている魚の index の集合、 v_i は index i の魚の速さ、 $|B_n|$ は集合 B_n の要素数とする。本研究では、図 4 に示すように、ビンの番号を横軸に取り、式 1 で定義した n 番目ビンに含まれる魚の平均の速さ RC_n をプロットし、それらの点あるいはそれらの点を線分でつなぐことで RC を表現する。また、実際の魚の動きは 3 次元的であるが、撮影された動画は射影された魚群であり、本稿ではそのデータをもとに水の深さ方向への上下動を無視した RC を推定する。

3. 魚群データの取得

魚群の撮影は、長崎県佐世保市の海きらら九十九島水族館の九十九島湾大水槽において 2012 年の 3 月、9 月と 2013 年の 3 月に行った。大水槽は深さが約 5 メートル、天井のない野外型であり、撮影対象であるマイワシの群れ約 3000-5000 匹と共にサバ、アジ、シュモクザメをはじめとする多種多数の魚類が遊泳している。大水槽の底にカメラ (2012 年 3 月は DMC-T210(Panasonic), 2012 年 9 月と 2013 年 3 月

は HD HERO2(GoPro)) を上方にレンズを向けて設置し、30(フレーム/秒) でトラス状に運動しているマイワシの群れを撮影した。2012 年 3 月、9 月、2013 年 3 月に撮影された映像から、それぞれ比較的安定してトラス状に遊泳しているシーンのうち 30 フレームを抽出し、それぞれ得られたシーケンスをシーケンス A, B, C と呼ぶ。シーケンス A, B, C のスナップショットを図 5 に示す。

なおカメラを水中に沈めても映像に歪みはそれほど見られなかったため、撮影された映像に対して幾何的な補正はかけないでそのまま利用した。

各シーケンス A, B, C の平均体長は、画像中のマイワシの群れからランダムに 30 匹分の体長を測りその平均値を取ることで求めた。測定の結果、シーケンス A では $1BL = 58.4\text{pixel}$ 、シーケンス B では $1BL = 27.5\text{pixels}$ 、シーケンス C では $1BL = 32.0\text{pixels}$ であった。

表 1 撮影された群れの基本的情報

シーケンス	撮影日時	平均体長 (pixel)	群れの個体数
A	2012 年 3 月	58.4	約 4000
B	2012 年 9 月	27.5	約 3000
C	2013 年 3 月	32.0	約 3000

4. 目視による RC の概算

本研究では提案手法により推定される RC の妥当性を評価することを目的として、予め目視で個体追跡して導出された RC(目視による RC) を利用している。本節では、目視による RC の概算法とそれを 3 節で得られた魚群データに適用した結果について述べる。

まず群れの回転の中心位置は目測で定めた。次に、それぞれのシーケンス A, B, C ごとに、ランダムに約 100 匹のマイワシの頭の位置を追いかけ移動距離を求め各マイワシの速さを求めた。ただし、シーケンス全体を通して一個体の頭の位置を追跡するのは難しいため、各個体ごとに、シーケンスの中で追跡しやすい連続する 10 フレームを選び、その中で頭の位置を追跡し速さを求めた。以上のようにして得られた約 100 匹分の速さから、ビンごとにビン内の群れの速さの平均を求め RC を概算した結果が図 6 である。

5. 提案手法

ここでは提案手法による魚群の RC の推定法について説明する。RC を求めるためには各ビンに入っている魚の速さを求めれば良い。しかし、図 5 よりわかるように群れの密度が高く、また多数の障害物となる魚が映り込んでいるため、本研究で対象としている動画像に対して、画像処理によって各個体を識別し速さを求めるのは現実的ではない。提案手法では、前処理を行った後、各フレームごとにオプティカルフローを計算してから、障害物による影響を排除したフローを求め、最後にビンごとにフローを平均して RC

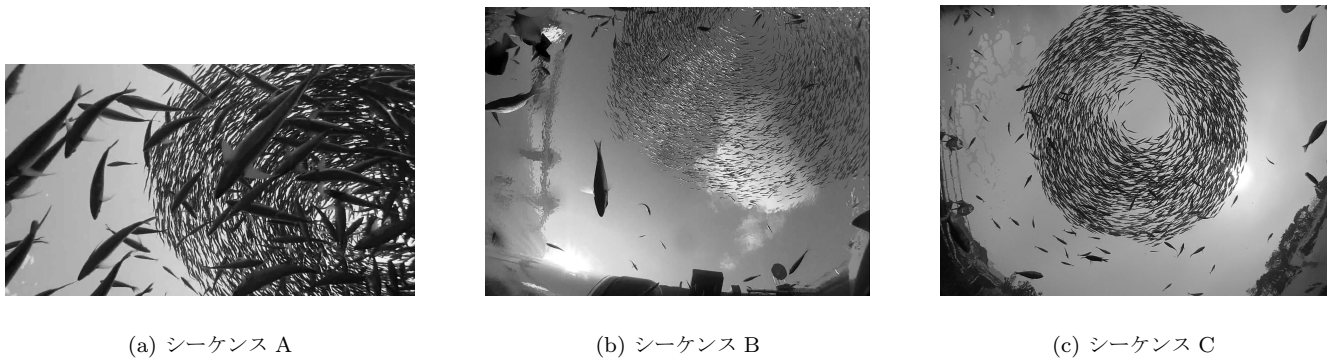


図 5 RC を概算するトラス状に回転するマイワシの群れ 回転方向は全て時計回りである

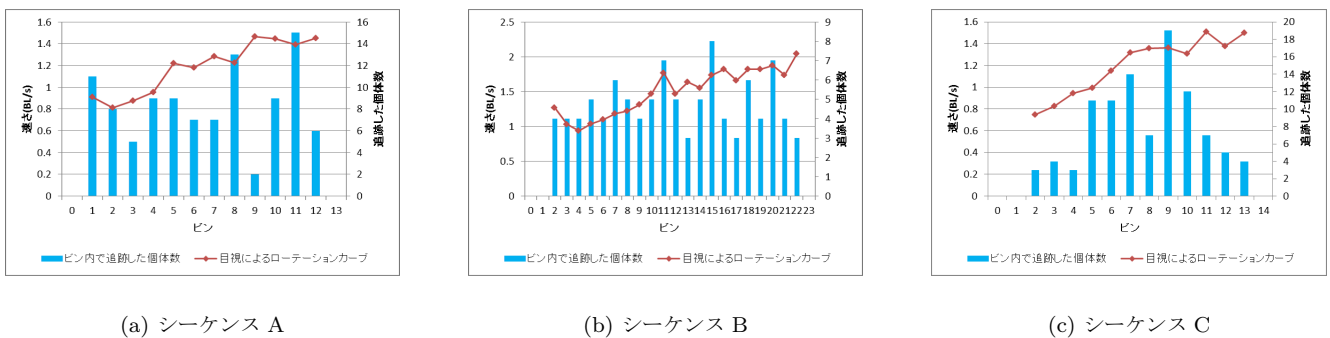


図 6 目視による RC

を算出する。

5.1 前処理

撮影された動画から抽出した画像にはブロックノイズや水面の波等のノイズが乗っているため、前処理としてバイラテラルフィルタを用いてノイズ除去を行う。

5.2 オプティカルフローの計算

撮影した魚群の映像では1フレームごとの変位が小さいため、フレーム t でのフローは、フレーム t の画像とフレーム $t + \Delta t$ の画像からフローを計算した後、フローの大きさを $1/\Delta t$ 倍することで求めた。なお、オプティカルフローを求めるアルゴリズムとして、密なフローベクトル場を求めることができ、しかも動きの向き・大きさ共に比較的良く推定できるとされる Färneback[7] によるアルゴリズムを用いた。

5.3 障害物の除去

次に注目している群れに由来するフローだけを抽出する手法を説明する。

まずトラス状に回転する群れは、注目している間に回転方向が変わることはないので、回転方向のフローが群れの動きを表すフローだと考えられる。次に、群れの中には極端に速いあるいは遅い個体は殆どいないと考えられる。そ

こでフローを計算した際に極端に速いフローあるいは極端に遅いフローは群れのフローとは無関係と考えることができる。極端に遅いフローが出現するのは、魚がいない部分、水面波等のノイズの影響であると考えられる。図6の目視による RC の計測結果からわかるように、中心から離れるほど群れの速度は速くなると思われるので外側に行くほど群れの動き由来しない遅いフローの基準を上げる。ただし、その基準が大きすぎると群れの動きに由来するフローも無視することになるので、十分外側では遅いフローの基準は一定とする。また、魚類は魚種によらず体長の数倍程度の速さで泳ぐとされる [1] ので、極端に速いフローは、群れの手前を横切るサバやサメ等の障害物に由来すると考えられる。以上の考察から以下の3つの条件を満たすフローを選ぶ。

- (1) フローの向きと回転方向の接線方向のなす角が $\pm 3\pi/8$ 以下
- (2) フローが $n (0 \leq n < 10)$ 番目のビンに入る時、フローの大きさを速さ (BL/秒) に変換した値が、体長 $\times (0.1 + 0.025 \times n)$ 以上。 $10 \leq n$ のときは、体長 $\times 0.35$ 以上。
- (3) フローの大きさを速さ (BL/秒) に変換した値が、体長の4倍以下

さらに、以上の条件を満たさないフローの周辺のフローは必ずしも群れの動きを正確に反映しないと考え、条件を満たすフローのうち4近傍がすべて条件を満たすフローを適

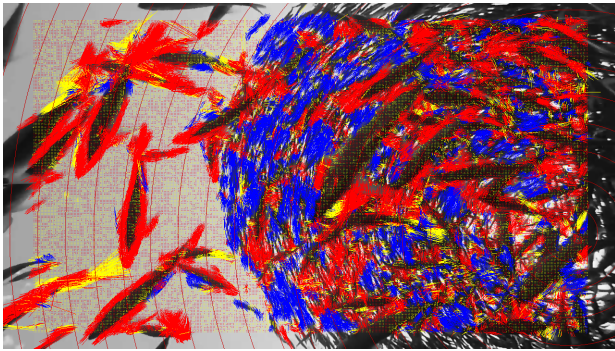


図 7 提案手法によるフローの算出の例 青い線が適格なフロー、黄色い線が条件の 2 または 3 を満たさないフロー、赤いフローが条件 1 を満たさないフローであり、見やすさのためにフローの大きさを変えている

格なフローとし、適格なフローが注目している魚群の動きを反映するフローであると定める。A のシーケンスに対してフローを算出した結果の一部を図 7 に示す。

5.4 オプティカルフローからの RC の算出法

次に各ビンごとでの適格なフローの大きさの平均を計算し、これをフレーム t での各ビンにおける群れの速さの平均とみなし、さらに T 枚のフレームから得られた値を平均することで注目している動画像中での RC を計算する。このとき n 番目のビンでの平均の速さ RC_n は以下のように与えられることになる。

$$RC_n = \frac{1}{T} \sum_{0 \leq t < T} \left(\frac{1}{|F_{tn}|} \sum_{i \in F_{tn}} flow_i \right) \quad (2)$$

ただし、フローを求めるデータのフレームを 0 から $T = 30$ までとし、 F_{tn} をフレーム t での n 番目のビンに含まれる適格なフローの index の集合とし、 $flow_i$ を index i の適格なフローの大きさとする。実際には、フレームによっては適格なフローが非常に少ないビンがあり、その値の影響を抑えるために、各ビンごとにすべてのフレームでの適格なフローを足し合わせた後に適格なフローの数で割ることで各ビンでの速さの平均を計算した、すなわち

$$RC_n = \frac{1}{\sum_{0 \leq t < T} |F_{tn}|} \left(\sum_{0 \leq t < T} \sum_{i \in F_{tn}} flow_i \right) \quad (3)$$

が成り立つと仮定して計算を行った。

最後に、以上のようにして各ビンでの群れの速さの平均を求めるが、殆どあるいは全く群れの個体を含まないビンも存在する。このような場合を排除するために、各ビンにおいて、求められる全てのフローのうち、適格なフローの割合が α 以上のときのみそのビンで求めた速さが有効であり、そうでない場合は速さは計測できないと考えることとする。

なお、Färneback によるアルゴリズムの実装は OpenCV の calcOpticalFlowFarneback 関数を用いた。予備実験よ

り、パラメータを画像ピラミッドを作るためのスケールは 0.5、画像ピラミッドの層の数は 3、平均化窓サイズは 7、各層での繰り返し数は 5、各ピクセルの隣接領域サイズは 5、ガウシアン標準偏差は 1.1 と設定し、画像上に l ピクセルの間隔でグリッドを設定しオプティカルフローを計測した。表 2 に本手法で用いたパラメータをまとめた。6 節では一貫して表 2 に従って計算を行った。

表 2 提案手法で用いたパラメータの値

	約 3
l	約 3
Δt	6
α	0.2
画像ピラミッドを作るためのスケール	0.5
画像ピラミッドの層の数	3
平均化窓サイズ	7
各層での繰り返し数	5
各ピクセルの隣接領域のサイズ	5
ガウシアンの標準偏差	1.1

6. 実験

提案手法の有効性を検討するために、まず事前に定めた RC に従うように動く群れの動画を生成し事前に定めた RC と提案手法を適用して得られた RC との比較を行った。次に、撮影されたデータに提案手法を適用して得られた RC と 4 節に示した目視による RC (図 6) を比較し本手法の有効性を評価する。

6.1 シミュレーション実験

RC が様々に変化しても、提案手法によって RC を適切に推定できるかどうかを確認することを目的として、シミュレーション実験を行った。実験にあたり、4000 匹のトラス状に回転する群れと障害物からなるシミュレーションデータを RC の傾きと障害物の量を変えて 9 種類用意し、各シミュレーションデータから、それぞれ海きららで撮影した動画と同じサイズ、フレーム数をもつシーケンスを生成した。ただし、群れは白地の背景の上に 4000 個の黒い楕円形を描くことで表現し、一方向に 1BL/秒で移動する群れより大きな黒い楕円を描くことで障害物を表現した。

9 種類のシミュレーションデータの設定を表 3 に示す。各データは RC の設定により、シーケンス D,E,F に区分されている。さらに D,E,F のそれぞれの区分で障害物となる大きな魚影の出現頻度を変えて、障害物がない=1、少ない=2、多い=3 の 3 段階のレベルを設けて、これらを 1,2,3 の枝番で示している。シーケンス D は 4 節で概算した目視による RC に近い設定にしている。シーケンス E では速さが一定で RC を平坦にしている。またシーケンス F は外側に行くほど速さが減少するようにしている。ただし、表 3 の傾きは横軸にビンをとり (n 番目のビン) 縦軸に速さ (BL/

表 3 シミュレーションデータ

シーケンス	RC の傾き	障害物
D-1	$0.05n + 0.7$	なし
D-2	$0.05n + 0.7$	少
D-3	$0.05n + 0.7$	多
E-1	1.0	なし
E-2	1.0	少
E-3	1.0	多
F-1	$-0.04n + 1.5$	なし
F-2	$-0.04n + 1.5$	少
F-3	$-0.04n + 1.5$	多

秒)を取ったグラフの傾きのことを指す。

シーケンス D-1, D-2, D-3 のスナップショットを図 8 に示す。

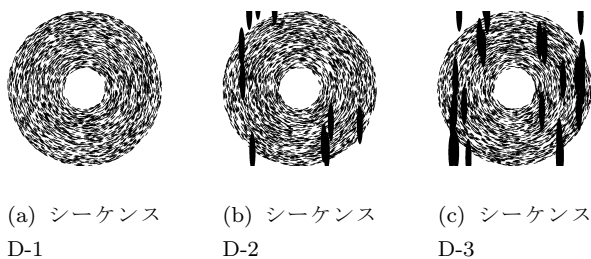


図 8 シーケンス D-1,D-2,D-3 のスナップショット

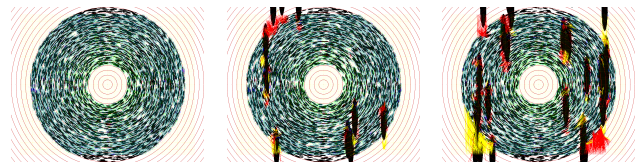
各シミュレーションデータに対し提案手法を適用して求められるフローのスナップショットを図 9 に示す。また、提案手法を用いて得られた RC を図 10 に、事前に定めた RC を真値とした時の相対誤差の平均と相対誤差の二乗平均平方根を表 4 に示す。

表 4 シミュレーションデータの RC と提案手法による RC 推定値の誤差 (%)

シーケンス	相対誤差の平均	相対誤差の二乗平均平方根
D-1	0.473	0.524
D-2	0.392	0.616
D-3	0.862	1.09
E-1	0.42	0.497
E-2	1.12	1.20
E-3	2.13	2.31
F-1	1.89	2.08
F-2	1.62	1.82
F-3	1.32	1.67

図 10 と表 4 より、シーケンス F においては、他と比較して提案手法で得られた RC と理論値に差があるものの、事前に定めた RC の傾きによらず、全体としては提案手法によって十分な精度で RC を推定できていることがわかる。また、障害物があっても求めたい群れの RC が十分に得られている。

従って、提案手法による RC 計測の枠組みの妥当性が確認できた。



(a) シーケンス D-1 (b) シーケンス D-2 (c) シーケンス D-3

図 9 シーケンス D-1,D-2,D-3 に提案手法を適用して求めたフロー

6.2 実際の群れの映像による実験

4 節で RC を概算したシーケンス A, B, C に対して、提案手法を適用して得られた RC を図 11 に示す。ただし、B については太陽光の反射によって一部計測が難しい領域が存在したためその領域 (回転中心から右に伸ばした直線を基準に時計回りに 0.625π ラジアンから 0.85π ラジアン領域、図 5(b) の左下の白く光っている部分が太陽である) を除いて RC を計測した。

提案手法で得られる RC と 4 節で得られた RC について、後者を真値とした場合の相対誤差の平均と相対誤差の二乗平均平方根を表 5 に示す。ただし、目視による RC の概算と提案手法による計算の両方で速さの平均が求められたピンについてのみ相対誤差を計算した。

表 5 目視による RC と提案手法による RC の差 (%)

シーケンス	相対誤差の平均	相対誤差の二乗平均平方根
A	6.28	7.82
B	7.83	11.0
C	6.48	7.42

図 11, 表 5 より、全体としては、目視による RC と比較してある程度近い値が提案手法で計測できているが、大きく異なる値が計測されているピンもある。その原因は複数考えられる。まず、魚の離合や尾びれの動きによるフローの誤検出や水面の波、雲等のノイズや撮影時のノイズによる影響、Färneback によるアルゴリズムでは正確にフローが検出できない部分があることなどが考えられる。また、4 節で求めた RC は、群れの一部の魚から計測したため真の群れの RC を正確に表したものではない。従って、4 節で概算された RC が真値であるとはいえず、むしろ提案手法による RC の方が真の群れの RC に近い可能性もある。

このように、提案手法の妥当性と推定の精度を確認するには不十分な点が残されているものの、提案手法を用いることで、大規模な魚群の動きの特徴の一つである RC を、大まかに推定できることが示された。

7. おわりに

本稿では、障害物が写り込んだ魚群の動画からオプティカルフローを用いて RC を推測する手法を提案した。提案

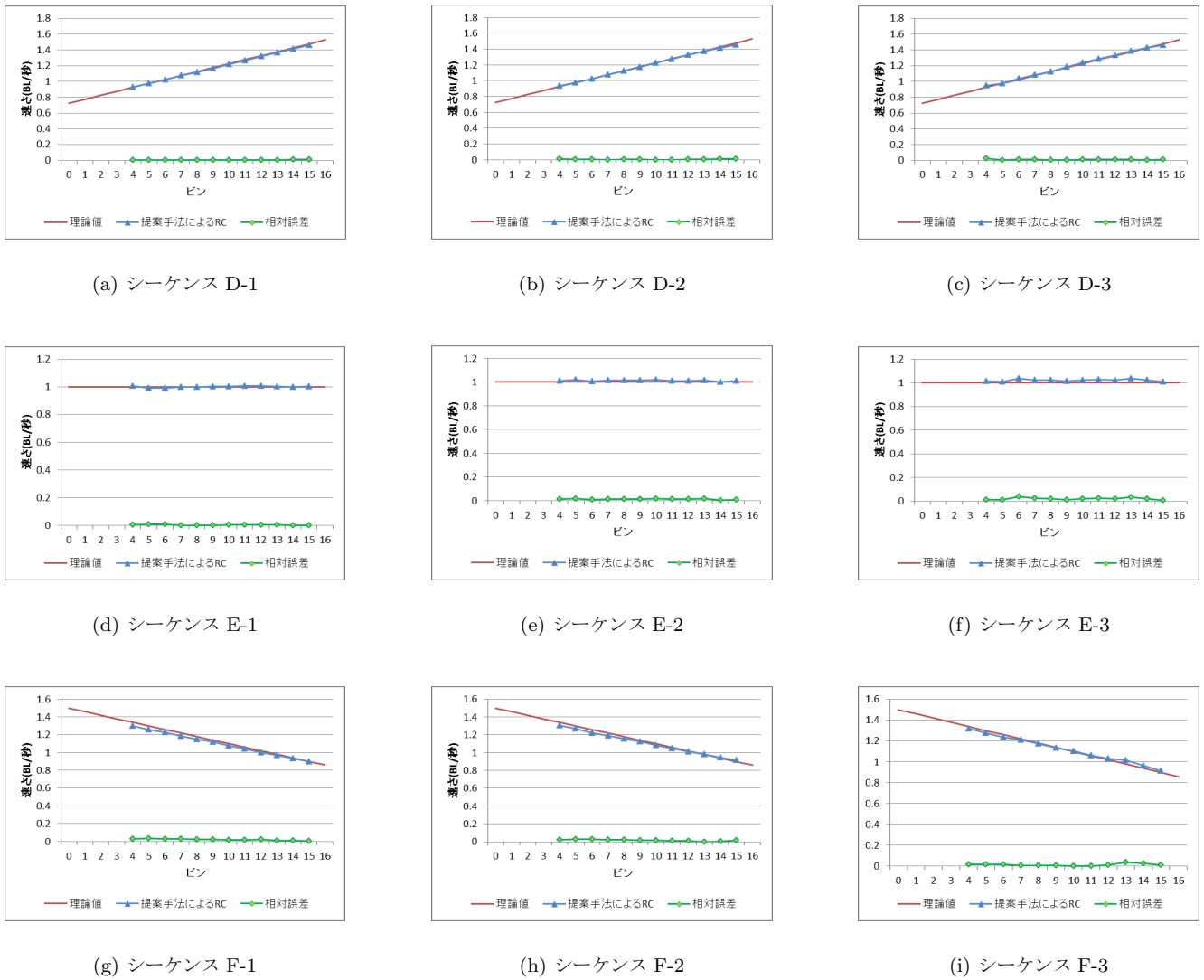


図 10 シミュレーションデータの RC と提案手法による RC の推定

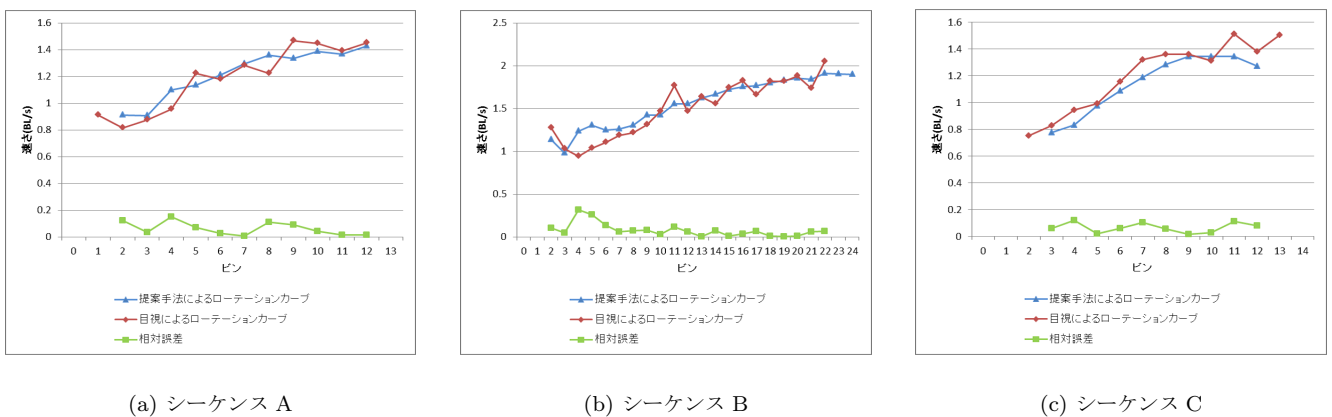


図 11 目視による RC と提案手法による RC

手法を用いれば、群れが比較的大規模で個体識別と追跡が困難な場合でも RC をある程度適切に推定することができることを、シミュレーション実験と実際の魚群映像を用いた実験を通して確認できた。

提案手法を用いることで、非常に手間のかかる目視による RC の計測をすることなく、手軽に RC を求められるようになり、その時間変化や魚種による違い等を定量的に計測できる。また、群れの特徴を定量的に計測できるので様々

モデルを元にした数値計算等との比較が可能になり、モデルのパラメータの決定やモデルの妥当性を考える上で役に立つと考えられる。

本研究では、撮影されたデータに合わせて経験的にパラメータの値を定めた。しかしこれらのパラメータがどのような映像に対しても適切な値であるとは言い切れない。これらを自動的に決定すること、RC推定の精度を改善することが今後の課題である。

謝辞 本研究は、海きらら九十九島水族館の協力なしには成し得なかった。ここに記して感謝の意を表す。また、多数の有益なコメントを頂いた京都大学大学院人間・環境学研究科の日置尋久准教授、立木秀樹教授、櫻川貴司准教授に感謝する。

参考文献

- [1] Bainbridge, R.: The speed of swimming of fish as related to size and to the frequency and amplitude of the tail beat, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 35, No. 1, pp. 109–133 (1958).
- [2] Ballerini, M., Cabibbo, N., Candelier, R., Cavagna, A., Cisbani, E., Giardina, I., Orlandi, A., Parisi, G., Procaccini, A., Viale, M. et al.: Empirical investigation of starling flocks: a benchmark study in collective animal behaviour, *Animal behaviour*, Vol. 76, No. 1, pp. 201–215 (2008).
- [3] Cavagna, A., Cimarelli, A., Giardina, I., Parisi, G., Santagati, R., Stefanini, F. and Viala, M.: Scale-free correlations in starling flocks, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 107, No. 26, pp. 11865–11870 (2010).
- [4] Cavagna, A., Giardina, I., Orlandi, A., Parisi, G., Procaccini, A., Viale, M. and Zdravkovic, V.: The STARFLAG handbook on collective animal behaviour: 1. Empirical methods, *Animal Behaviour*, Vol. 76, No. 1, pp. 217–236 (2008).
- [5] Couzin, I. D., Krause, J., Franks, N. R. and Levin, S. A.: Effective leadership and decision-making in animal groups on the move, *Nature*, Vol. 433, No. 7025, pp. 513–516 (2005).
- [6] Couzin, I. D., Krause, J., James, R., Ruxton, G. D. and Franks, N. R.: Collective memory and spatial sorting in animal groups, *Journal of theoretical biology*, Vol. 218, No. 1, pp. 1–11 (2002).
- [7] Farnebäck, G.: Two-frame motion estimation based on polynomial expansion, *Image Analysis*, Springer, pp. 363–370 (2003).
- [8] Hemelrijk, C. K., Hildenbrandt, H., Reinders, J. and Stamhuis, E. J.: Emergence of oblong school shape: models and empirical data of fish, *Ethology*, Vol. 116, No. 11, pp. 1099–1112 (2010).
- [9] Miller, N. and Gerlai, R.: Automated tracking of zebrafish shoals and the analysis of shoaling behavior, *Zebrafish Protocols for Neurobehavioral Research*, Springer, pp. 217–230 (2012).
- [10] Niwa, H.-S.: Self-organizing dynamic model of fish schooling, *Journal of theoretical Biology*, Vol. 171, No. 2, pp. 123–136 (1994).
- [11] Reynolds, C. W.: Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Vol. 21, No. 4, ACM, pp. 25–34 (1987).
- [12] 阪上雅昭, 寺山 慧, 炭谷竜太: 魚群のダイナミクスと情報伝達, 数理解析研究所講究録, To appear.
- [13] Toner, J. and Tu, Y.: Flocks, herds, and schools: A quantitative theory of flocking, *Physical Review E*, Vol. 58, No. 4, pp. 4828–4858 (1998).
- [14] Vicsek, T., Czirók, A., Ben-Jacob, E., Cohen, I. and Shochet, O.: Novel type of phase transition in a system of self-driven particles, *Physical Review Letters*, Vol. 75, No. 6, p. 1226 (1995).
- [15] Vicsek, T. and Zafeiris, A.: Collective motion, *Physics Reports*, Vol. 517, No. 3, pp. 71–140 (2012).