

粒子からの表面構築の改良

原田 隆宏[†] 越塚 誠一[†] 河口 洋一郎[†]

本論文では粒子から薄い膜や鋭いエッジを持つ表面を構築する手法を提案する．このような特徴を持つ表面は今までは粒子から作成することは困難であった．本手法はまず粒子に濃度分布を与え表面を構築し，それを処理することでそのような特徴を持つ表面を作り出す．さらに本手法ではパラメータをユーザが設定することが可能であるため，様々な表面を作り出すことができる．粒子からこのように様々な表面を作成することが可能になるため，粒子シミュレーションやパーティクルシステムによる表現の幅が広がる．本論文ではいくつかの計算例を示し，最後に粒子を用いた流体計算結果に本手法を適用することによって，手法の有用性を示す．

An Improvement of Surface Construction from Particles

TAKAHIRO HARADA,[†] SEIICHI KOSHIZUKA[†]
and YOICHIRO KAWAGUCHI[†]

This paper presents a method that can construct a surface with thin region or sharp edges from particles. The method constructs a surface from particles by assigning a density distribution to each particle and then the surface constructed from the density is processed to a surface which has such a feature. Furthermore, it can generate various kinds of surfaces because the surface is controlled by a few parameters. Therefore, the present technique increases the range of expression of particle simulations and particle systems. In this paper, some calculation results are presented and an application to a result of particle-based fluid simulation is shown at last.

1. 序 論

粒子法は移流によって数値拡散が起きないため，質量損失を起こすことはない．粒子自体が流体を表すため界面追跡を行う必要がなく自由表面流れを容易に計算することができる．一般的に粒子法の計算結果をレンダリングするときには計算粒子に濃度球を割り当て，陰関数曲面を構築して表面を求める．しかしこのように表面を求めると図 1 に示すような薄い膜や鋭いエッジを表現するのが困難であった．

本論文では粒子から薄い膜や鋭いエッジを持つ表面を構築する手法を提案する．本手法はまず粒子に濃度分布を与え陰関数曲面を構築する．そして構築した表面を処理することによって表面を作り出す．濃度分布を与えて表面を構築する手法では濃度分布の関数を変えることでしか，表面の形状を制御することはできなかったが，本手法ではそれらに加えてパラメータを操作することによって制御することができる．よって粒

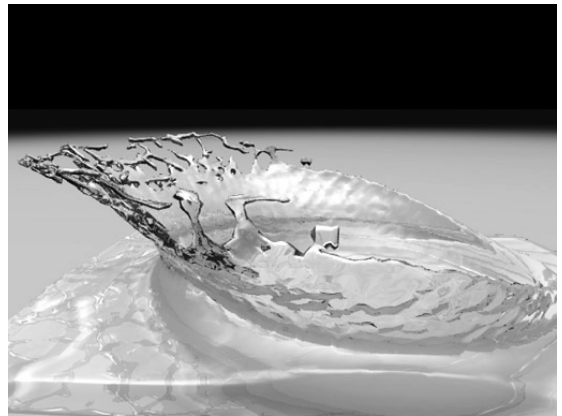


図 1 液滴を水面に落としたシーン
Fig. 1 A ball of fluid is thrown into a pool.

子から構築することのできる表面の形状の自由度が高くなり，様々な表面を作り出すことができる．本論文ではまず少ない粒子によって作成することのできる表面を 2次元と 3次元の例で示す．最後に粒子法の 1つである Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) を用いた流体計算結果に本手法を適用した例を示すこと

[†] 東京大学
The University of Tokyo

によって手法の有用性を示す⁴⁾。

2. 関連研究

Blinn が開発した濃度球を用いて複数の粒子から表面を構築する手法は粒子からの表面抽出に多く用いられてきた¹⁾。MüllerらはSPHを用いて流体のリアルタイムシミュレーションを行い、粒子に濃度球を割り当てて粒子法計算結果から表面を構築した⁵⁾。Premezeらは非圧縮流体計算手法である Moving Particle Semi-Implicit (MPS) Method を用いてシミュレーションを行ったが、計算粒子から表面の生成が困難であるため、Level Set 関数を用いて表面の構築を行った^{2),6)}。また Zhu らは計算粒子から凹凸の少ない陰関数曲面を構築する手法を開発した⁷⁾。しかしこの手法でも鋭いエッジを構築することは困難であり、それらを構築するためにはやはり多数の計算粒子を用いる必要がある。

3. 手法

本手法は流体表面を2段階の操作によって構築する。1段階目は濃度球を用いて粒子から表面を構築し、2段階目では得られた表面を処理する。

まず粒子それぞれに濃度球を割り当て、ある重み関数 w を持たせる。そしてそれらの和をとることで陰関数曲面を構築する。座標 \mathbf{x} での濃度値 $\phi(\mathbf{x})$ は全粒子の重み関数の和として以下のように求められる。

$$\phi(\mathbf{x}) = \sum_j w(\mathbf{x} - \mathbf{r}_j) \quad (1)$$

ここで \mathbf{r}_j は j 番目の粒子の座標である。重み関数 w は頂点から粒子 j までの距離 $|\mathbf{x} - \mathbf{r}_j|$ が近いほど重みが大きくなり、距離が遠いほど重みが小さくなるような重み関数を用いる。頂点から無限遠に存在する粒子も重みが0でなければ計算コストは非常に高くなってしまう。そこである距離より遠い粒子は重みが0になるような重み関数が望ましい。本研究では重み関数 w は以下のものを用いた。

$$w(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{r_e}{|\mathbf{x}|} - 1 & 0 \leq |\mathbf{x}| < r_e \\ 0 & r_e \leq |\mathbf{x}| \end{cases} \quad (2)$$

ここで r_e は影響半径であり、重み関数は $|\mathbf{x}|$ が r_e 以上のときは0である。

そしてこのようにして求めた濃度値が閾値 r_0 である位置で流体の表面を構築する。この表面を構成する頂点が n 個あり、これらを $V^0 = \{\mathbf{v}_0^0, \mathbf{v}_1^0, \mathbf{v}_2^0, \dots, \mathbf{v}_n^0\}$ とする。2段階目ではまず頂点それぞれに対して以下のように頂点 \mathbf{v}_i^t の周囲に存在する粒子の座標の重み付け和をとり、それらの重みの総和で割ることで頂点

\mathbf{t}_i^t を計算する。

$$\mathbf{t}_i^t = \frac{\sum_j w'(\mathbf{v}_i^t - \mathbf{r}_j) \mathbf{r}_j}{\sum_j w'(\mathbf{v}_i^t - \mathbf{r}_j)} \quad (3)$$

ここで重み関数 w' は w と同じものを用いた。

このようにすべての頂点について $T^t = \{\mathbf{t}_0^t, \mathbf{t}_1^t, \mathbf{t}_2^t, \dots, \mathbf{t}_n^t\}$ を求め、頂点 \mathbf{t}_i^t と頂点 \mathbf{v}_i^t を用いることによって頂点 \mathbf{v}_i^{t+1} を計算する。

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = (1 - c)\mathbf{v}_i^t + c\mathbf{t}_i^t \quad (4)$$

ここで c は0から1の間の値をとるパラメータであり、この値を調節することによって表面の鋭さを調整することができる。表面をレンダリングするために各頂点での法線ベクトルを求める必要がある。計算された頂点の法線ベクトルは濃度値の勾配をとることによって求めることができないため、頂点 \mathbf{v}_i^t の法線は2次元の場合は頂点を共有する辺、3次元の場合は共有する面の法線の和をとり、正規化して求める。

このように求めた \mathbf{v}_i^{t+1} を用いて式(3)と式(4)を再度計算することで \mathbf{v}_i^{t+2} を得ることができる。この操作を繰り返すことによって表面の形状をより粒子配置に密着した表面にすることができる。また本手法では c と t の2個のパラメータを用いて表面形状を制御することができる。

4. 結果と考察

まず2次元で計算した例を図2に示す。6個の粒子を配置し、それらから陰関数曲面の表面を抽出したものが(a)である。それ以外の図で示しているのは緑色の曲線が T^t であり、青色の曲線が V^t である。(b)は $t=1$ での表面であり、(c)は $t=2$ での表面を示したものである。中段、下段に行くに従って t が増加していく。反復を繰り返すことによって、表面が粒子座標に近づき、鋭い表面も表現できるようになっている。本手法は t を増加させることにより、表面上のある点は空間に分布している粒子座標の重み付け重心に収束していく。図2の流体の端の粒子の周りの表面は濃度球を用いた場合は広く広がっているが、その表面の近傍を見ると1個の粒子だけ近くに存在しているので、その表面で計算される粒子の座標の重み付け重心はほぼその粒子の座標になる。よって t を増加させるにつれて表面はその粒子の座標に収束していく。また図3では式(4)での c の値を変化させたときの表面の変化を示している。それぞれ $t=2$ の表面、つまり2回反復を行った後の表面である。(a)は $c=0$ の表面を示している。 $c=0$ なので表面は変化しない。すなわちこの表面は陰関数曲面を抽出したときの表面で

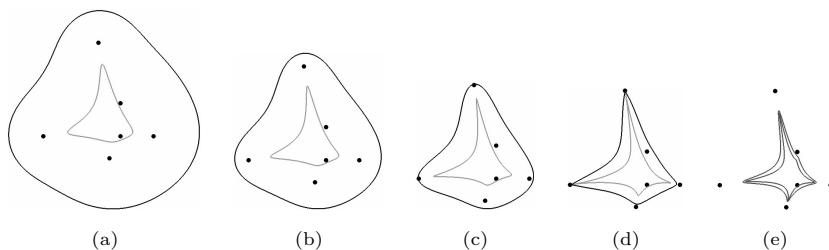


図 3 パラメータ c の変化による表面の変化．青線は V^t であり緑線は T^t である．(a) から (e) に用いたパラメータ c はそれぞれ $c = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ であり, $t = 2$ の表面を示したものである

Fig. 3 Variation of the surface by changing parameter c . The blue and green curves shows V^t and T^t , respectively. In these results, $c = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$ are used and the results are the surfaces at $t = 2$.

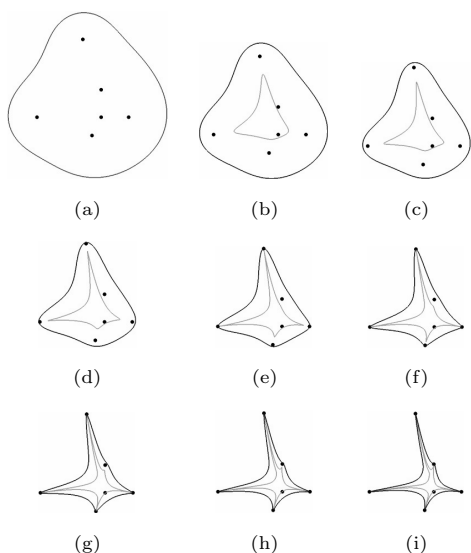


図 2 2次元での計算例．図中の黒点は粒子位置を示したものである．(a) は濃度分布の表面を抽出したものであり, (b) から (i) の青線と緑線はそれぞれ $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ での表面 V^t と T^t を示している．パラメータ c の値には 0.3 を用いた

Fig. 2 An example in two dimensions. The black points indicates particle positions. Figure (a) shows the surface of the implicit surface constructed using blobs. The blue and green curves in other figures shows the surfaces V^t and T^t at $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, respectively. The parameter c is 0.3 in all the results.

ある．図 3 の右に行くに従って c の値は大きくなり, V^t は T^t に近づいていく．これらの 2 つの図から分かるように, 反復回数 t を変え, パラメータ c の値を変えることによって様々な表面を構築することができる．濃度球のみを用いた表面構築手法では, 重み関数を変えることによってしか表面の形状を変えることができなかった．しかし, 本手法では t, c の 2 つのパラメータを調節することによって様々な表面を表現

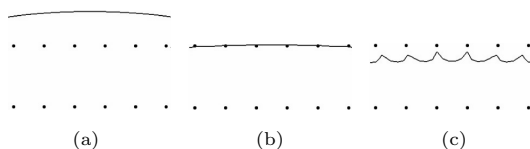


図 4 パラメータ t を変えることによる均等に並んでいる粒子から構築された表面への影響． $c = 0.3$ が用いられ, 図は左からそれぞれ $t = 3, 5, 7$ の結果を示している

Fig. 4 An effect on a uniform particle distribution by changing parameter t . In these results, $c = 0.3$ are used for the surfaces at $t = 3, 5, 7$.

することができるようになった．提案手法は粒子が均等に並んでいる平たい表面にも影響を与える．本手法がそのような表面をどのように変化させるかを示したものが図 4 である．この図から本手法を用いると良いパラメータが選択されたときは平な表面を作成することができるが, 同時にパラメータによっては表面をとがったものにすることもある．

また図 5 には 3次元での計算例を示す．3次元計算では陰関数曲面を構築した後に, まず Marching Cubes を用いて表面ポリゴンを抽出した³⁾．この例でも 6 個の粒子を用い, これらの配置は左上の図に示すようになっている．それらに濃度分布を与え, 表面抽出した図が上段 2 個目の図であり, 右に行くに従い反復回数 t を増やしたものである．

SPH で粒子を用いて流体計算を行った結果に本手法を適用したものを図 6 に示す．円の形状をした流入口が存在し, 球に流体が衝突する．図左は流体粒子に濃度分布を割り当て, 表面を構築したものであり, 図右はその表面から本手法を用いて構築した表面である．14,272 個の流体粒子を用い, パラメータには $c = 0.3$, $t = 2$ を用いた．これらの図から分かるように濃度球のみを用いた場合は薄い膜を表現することが困難である．上段の図の流体の端に着目すると図左の濃度球を

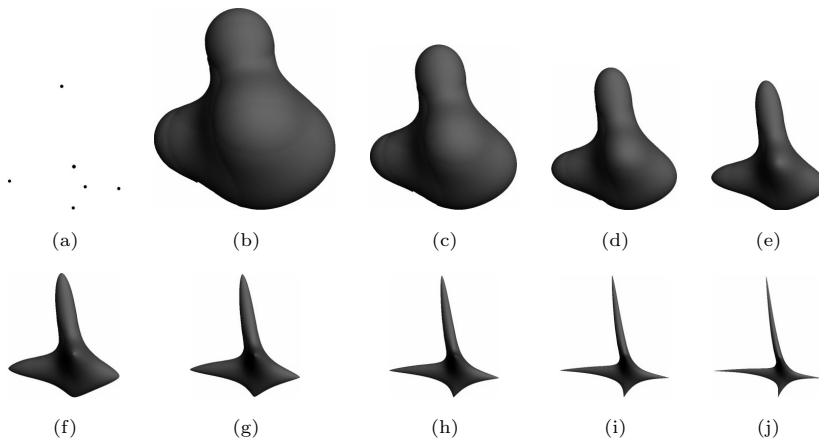


図5 3次元での計算例．6個の粒子を用いており，(a)はそれらの位置を示したものである．それ以外の図は表面ポリゴンを示している．(b)から(j)の図はそれぞれ $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ での表面を示している．パラメータ c の値には 0.3 を用いた

Fig. 5 Examples in three dimension. Six particles are used and the position of them are shown in figure (a). The other figures shows the surface at $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$, respectively. The parameter c was 0.3 in all the results.

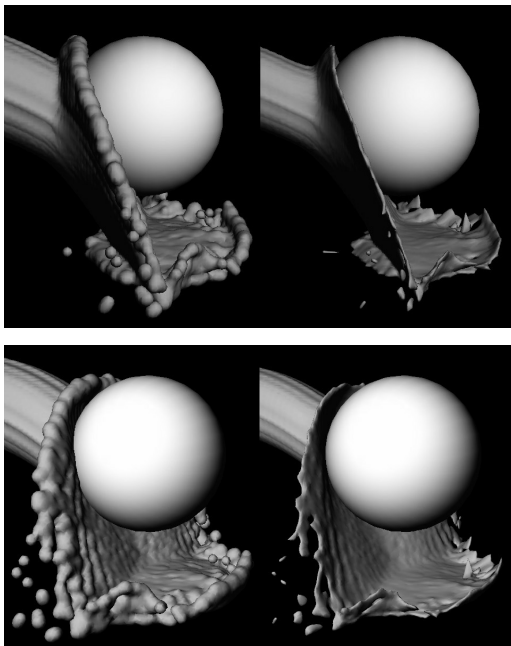


図6 3次元流体シミュレーションへの応用例．左列の図は濃度球を用いた結果であり，右列は提案手法を用いた結果である

Fig. 6 An application to three-dimensional fluid simulation. The left column shows results using blobs and the right column shows results using the proposed method.

用いた方法では1粒子分の厚みで表現されている．この厚みは1粒子の直径と考えることができる．それに比べ図右では同じ部分が鋭くなっている．この鋭さを濃度球で実現するためには，その最も薄い部分の厚さ

の直径の粒子を用いなければならない．つまり，薄い膜を表現するためにはそれだけ流体計算に用いる粒子の解像度を上げなければならない．しかし本手法を用いると薄い膜も表現することが可能になっている．上段の図から分かるように濃度球のみを用いた場合は流体のエッジが丸まっているのに比べ，本手法を用いた結果では鋭いエッジを作成することができている．この計算例では流体の表面は 39,564 頂点から構成されており，ポリゴン数は 79,100 であるが，図6の左に示す濃度球を用いて構築した表面から図右の表面を作成するのにかった計算時間は Core2 X6800 の CPU を搭載した PC で 15 秒であった．本手法は濃度球を用いて構築した表面を元にして新しい表面を構築するため，濃度球を用いた手法よりも計算時間がかかる．本手法の計算時間は t の値が増加するに従って計算時間は線形に増加する．図6の例では $t = 2$ であるが， $t = 1$ の場合はその計算時間の約半分で計算することができる．

5. 結 論

本論文では粒子から薄い膜や鋭いエッジを持つ表面を構築する手法を提案した．濃度球を用いて構築した表面を処理することによって今までは表現が困難であった表面も構築できるようになった．また本手法では濃度分布関数だけでなく表面を制御するパラメータを調節することによって様々な表面を作成することができる．本論文ではパラメータ c と t を変化させることによる表面の変化を2次元計算で示し

た．最後に粒子法による流体計算結果に本手法を適用することによって，薄い膜や鋭いエッジを持つ表面を構築することができることを示した．

参 考 文 献

- 1) Blinn, J.: A generalization of algebraic surface drawing, *ACM Trans. Graphics*, Vol.1, No.3, pp.235–256 (1982).
- 2) Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nucl. Sci. Eng.*, Vol.123, pp.421–434 (1996).
- 3) Lorenzen, W.E. and Cline, H.E.: Marthing cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm, *Proc. 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp.163–169 (1987).
- 4) Monaghan, J.J.: Smoothed particle hydrodynamics, *Annu. Rev. Astrophys.*, Vol.30, pp.543–574 (1992).
- 5) Müller, M., Charypar, D. and Gross, M.: Particle-based fluid simulation for interactive applications, *Proc. SIGGRAPH Symposium on Computer Animation*, pp.154–159 (2003).
- 6) Premoze, S., Tasdizen, T., Bigler, J., Lefohn, A. and Whitaker, R.T.: Particle-based simulation of fluids, *Computer Graphics Forum*, Vol.22, No.3, pp.401–410 (2003).
- 7) Zhu, Y. and Bridson, R.: Animating sand as a fluid, *ACM Trans. Graphics*, Vol.24, No.3, pp.965–972 (2005).

(平成 19 年 4 月 18 日受付)

(平成 19 年 9 月 3 日採録)



原田 隆宏 (正会員)

昭和 56 年生．平成 18 年東京大学大学院工学系研究科システム量子工学専攻修士課程修了．同年東京大学大学院情報学環学際情報学府助手．平成 19 年 4 月助教．計算力学とコンピュータグラフィックスの研究に従事．日本機械学会，画像電子学会，ACM 各会員．



越塚 誠一

昭和 37 年生．昭和 61 年東京大学大学院工学系研究科原子力工学専攻修士課程修了．同年東京大学工学部助手．平成 3 年博士 (工学)．同年講師．平成 5 年助教授．平成 16 年教授．連続体の力学シミュレーションの研究に従事．特に粒子法の開発を行う．平成 17 年に丸善より『粒子法』を出版．



河口洋一郎

昭和 27 年生．昭和 53 年東京教育大学大学院 (現，筑波大学大学院) 修了．平成 4 年筑波大学芸術学系助教授．平成 10 年東京大学大学院工学系研究科・人工物工学センター教授．平成 12 年東京大学大学院情報学環教授．昭和 50 年から CG に着手し，世界的 CG アーティストとして活躍中．第 100 回ベネチアビエンナーレ日本代表芸術家に選ばれる．