

# エッシャー風タイリング画像作成支援システム

木佐貫 恵<sup>1,a)</sup> 待井 寛史<sup>1</sup> 崎元 健公<sup>1</sup> 小野 智司<sup>1,b)</sup> 水野 一徳<sup>2</sup> 中山 茂<sup>1</sup>

**概要:** 本研究では、ユーザとシステムが協調してエッシャー風タイリング画像を作成するシステムを提案する。関連研究において、与えられた座標をもとに行列計算を行い、タイリング画像を自動生成する手法が提案されているが、一つの入力図形からは一つの出力図形しか得られず、ユーザの創造性の支援が困難であった。提案する手法は、ユーザが描画した入力図形から、対話型進化計算を用いて複数の出力図形を生成する。行列計算に基づく生成と入力図形の一部を利用したランダム生成によって初期集団を作り、遺伝的アルゴリズムを用いたタイリング可能なパターンへの変形および、ユーザによる入力図形の再描画を繰り返すことでタイリング画像を作成する。これにより、入力図形に近い形状を探索しつつ、入力図形に随時ユーザの嗜好を反映させることができる。

**キーワード:** 遺伝的アルゴリズム, 対話型進化計算, タイリング, デザイン支援

## A Pattern Creation Support System for Escher-Like Tiling

MEGUMI KISANUKI<sup>1,a)</sup> HIROHUMI MACHII<sup>1</sup> KIYOMASA SAKIMOTO<sup>1</sup> SATOSHI ONO<sup>1,b)</sup>  
KAZUNORI MIZUNO<sup>2</sup> SHIGERU NAKAYAMA<sup>1</sup>

**Abstract:** This paper proposed a system for Escher-like tiling design, which allows a user drawing a desirable pattern shape image. Due to the hard constraints of the tiling design, it is difficult to produce a pattern shape which is sufficiently similar to the given one and satisfies the tiling constraints. A previous work produces Escher-like tiling pattern automatically, but it has been not sufficient to help the creativity of users because it produces only one output from one input shape. The proposed system therefore iterates drawing the desirable pattern shape with the user and searching for feasible pattern shapes by interactive iterative Genetic Algorithms.

**Keywords:** Genetic Algorithm, Interactive Evolutionary Computing, Tiling, Design Support

### 1. はじめに

タイリングとは、一つ、または少数の図形の繰り返しによって平面を隙間なく、かつ重なりなく敷き詰めたものである。タイリングは、建築物の装飾や衣類の模様等多くの場所で利用されており、それが成す模様は規則的な幾何学模様から複雑に入り組んだ形を組み合わせた模様に至るまで多岐に渡る。また、タイリングには多くの数学的な側面

もあり、その繰り返しの中に現れる法則や性質、種類等が考察されている [1]。しかし、タイリングの制約は強力であり、隣り合う辺の凹凸等を考慮して図形の形状を調整しなければならないため、人の手によって複雑な図形のタイリング画像を作成することは困難である。

個人の嗜好や感性的な評価等、解の評価の基準を数式等で明確化できない場合、従来は人間の評価系の代替モデルを作り、これを最適化システムに組み込んで探索する方法が行われてきた。しかし、比較的単純な嗜好を表すにはよいが、問題解決の最中に生じる嗜好の具体化あるいは変化等を表現することは難しい。そこで、ユーザの評価系をモデル化して組み込むという分析的なアプローチに対して、

<sup>1</sup> 鹿児島大学理工学研究科情報生体システム工学専攻  
鹿児島県鹿児島市都元 1 丁目 21-40

<sup>2</sup> 拓殖大学工学部情報工学科  
東京都八王子市館町 815-1

a) k0790524@kadai.jp

b) ono@ibe.kagoshima-u.ac.jp

ユーザそのものを最適化系に取り込み、ユーザの評価にもとづいてコンピュータに最適化させるというアプローチが考えられる。このように人間と機械との相互作用によって主観の評価に基づく最適化を行う手法のうち、進化的計算を用いる方法が対話型進化計算のアプローチである [3]。

本研究では、タイリングの一種であるエッシャー風タイリングのパターンを生成するために、ユーザとシステムが協調してタイリング画像を作成するシステムを制作する。一般的な対話型進化計算では、ユーザは心理空間上のターゲットとシステム出力との距離に応じて評価し、進化計算は、その心理空間上の距離尺度を適応度として特徴パラメータ空間を探索する。これに対し、提案する方式では、システムに提示された解候補の選択や再描画によって探索中に目標図形を更新することで随時ユーザの嗜好を反映させることができる。本手法ではユーザが描画した図形、またはツールに読み込んだ任意の画像を入力図形とし、入力図形から対話型進化計算を用いて複数の出力図形を生成することで、ユーザの発散的思考を支援しつつタイリングの制約を満たした図形を生成することができる。

## 2. 研究分野の概要

### 2.1 タイリング

数学的な見地から芸術的なタイリングを生み出した芸術家の一人に、オランダの版画家 M.C. Escher がいる。Escher は独自の研究をもとに、1 種類もしくは複数種類の動物の形で平面を敷き詰めた作品等、タイリングに関する多くの芸術的な作品を残している。

Escher の名前と作品にちなんだ Escherization Problem と呼ばれる問題がある [5]。Escherization Problem とは、ある図形  $S$  が与えられたとき、

(1) 図形  $T$  はできるだけ  $S$  に近い形である。

(2) 図形  $T$  は平面を敷き詰めることができる。

という二つの条件を満たす図形  $T$  を見つけるという問題である [5]。エッシャー風タイリングとは、Escherization Problem の解を一つのタイルとしたタイリングのことである。

また、本研究ではタイリングの中でも isohedral タイリングと呼ばれる種類のタイリングについてのみ考えるものとする。isohedral タイリングとは、平面上にある図形が全て同一の図形と重なる合同変換である場合のタイリングである。この isohedral タイリングは、93 種類のパターンに分けられ、それぞれ IH01, IH02, ..., IH93 という記号として表される。本論文では、このパターンをタイリングパターンと呼ぶこととする。

タイリングパターンにはタイリングの条件を満たすように作られた多角形を基本とする図形が存在する。本論文では、それぞれの多角形の頂点を端点と呼び、端点を結んだ線分を辺と呼ぶ。端点はパラメータによって位置が変化

し、多角形の概形を決定する。詳細な図形の形状は、各辺の形状を変更することで決定する。辺の形状とは、辺上にいくつかの点群を与え、その点の位置を変更して得られる形のことである。

### 2.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm : GA) は、進化計算において最も広く応用や拡張が行われている方式である [6]。初期の GA では設計変数がバイナリ列の問題を対象としていたが、近年は、整数列、実数列、記号列、順列等の設計変数を対象とした方式も提案されている [7]。

GA では状態空間上の要素 (解) を個体として表現する。各個体は、設計変数値を遺伝子とする染色体によって構成されている。各個体の評価関数の値を適応度とし、適応度が高い個体ほど次の世代に高い確率で生き残るように選択が行われる。個体の集合を集団と呼び、次世代の集団を作成するために、選択された親個体に対して交叉、突然変異等の遺伝的オペレータを適用し、子個体を生成する。これらの一連の操作を繰り返して行うことによって解探索を行う。探索が進むごとに、より適応度が高い個体が増加し、やがて最適解が得られると期待できる。

### 2.3 対話型遺伝的アルゴリズム

GA のような進化計算 (Evolutionary Computing : EC) において、解候補の評価を人間に委ねる方式を、対話型進化計算 (Interactive Evolutionary Computing : IEC) という [9]。IEC では評価関数の明確化が困難であるが、人間の知識、経験、嗜好にもとづいて解候補の評価が可能である問題で有用であり、デザインや似顔絵作成、音楽等の様々な分野への応用が行われている。

IEC の一手法である対話型遺伝的アルゴリズム (Interactive Genetic Algorithm : IGA) とは、GA の遺伝的操作をベースとして、評価部分をユーザの主観による提示個体の評価に置き換えたものである [11]。図 1 に IGA のフローチャートを示す。その流れは以下のとおりである。

IGA では通常の GA と同様に問題に応じて遺伝子型を設定するが、評価関数を定義する必要はない。探索を行う際はまず、各個体を探索点として、初期集団を生成する。次に、ユーザによる評価とシステムによる遺伝的操作を繰り返す。遺伝的操作は通常の GA と同様に、選択、交叉、突然変異を行う方式が一般的である。選択の処理では、評価の高い個体が後続の世代へ生存する確率が高くなるよう操作する。また、交叉の処理では、二つの個体を親として互いの個体の一部を交換した新たな遺伝子を持つ個体を生成し、突然変異では、ある一定の確率にもとづいて個体の一部の遺伝子をほかの遺伝子に置き換える。

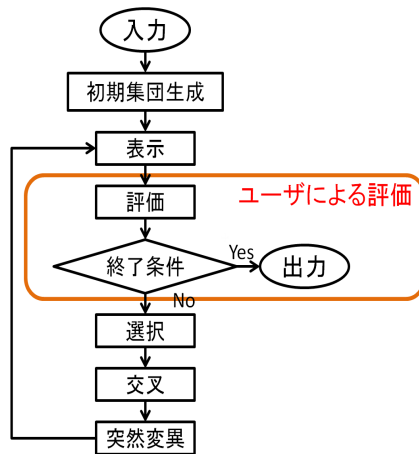


図 1 IGA のフローチャート

## 2.4 関連研究

Kaplan は焼きなまし法 (Simulated Annealing : SA) を用いて Escherization Problem を解く手法を提案している [2]。初期図形を評価し、初期図形の辺の形状をランダムな値によって変化させ、再度評価する。評価が上がる場合は変化を受け入れ、評価が下がる場合は、温度パラメータ  $T$  による確率によって変化を受け入れるか受け入れないかを判別する。この処理を繰り返し、より適応度の高い (目標図形と形状に近い) 解が出力となる。この手法では、初期図形として isohedral タイリングの 93 パターンそれぞれの基本となる図形を与えており、凸に近い入力図形に対して困難なく解が得られることが数値実験により示されている。

また、行列計算を用いて Escherization Problem を解く手法が提案されている [12]。この手法は Escherization Problem を最適化問題として再定式化し、対称行列の最大固有値を求める問題へと帰着させ、この問題のある空間への射影とみなすことにより効率よく計算できることが示されている。小泉らは、上記によって効率的な解法を提案し、エッシャー風タイリング画像の自動生成を行っている [13]。この手法では、凸に近い入力図形に対する解を効率よく得ることができる。

上記の手法では、複雑な入力図形に対し効率的かつ良質な解が得られるとしている。しかし、一つの入力図形から得られる解は一つのみであり、ユーザーの意図を反映させることが難しい。

## 3. 提案する方式

### 3.1 概要

本研究で提案するシステムは、ユーザーが描画した図形に近い形状のタイリング可能な図形を生成し、それをもとにエッシャー風タイリング画像を作成することができる。ユーザーの発散的思考を支援することを目的とした本方式の開発方針を以下に示す。

### 方針 1: 遺伝的操作の設計指針

前述の行列計算に基づく生成を初期個体の一つとして利用することで、通常の GA とは異なり初期集団に良好な個体 (局所解) が含まれることになる。この解を活かすため、適応度が高い個体ほど交叉の親として利用される確率を高くし、最優良個体は次の世代へそのまま残すようにする。

### 方針 2: 遺伝的アルゴリズムを対話的に繰り返す

GA を用いて複数の解候補を生成し、ユーザーが選択することも可能であるが、得られた解候補の中にユーザーの望む解が含まれるとは限らない。提案する方式は、一定世代数の GA とユーザーの操作を繰り返すことでユーザーの意図に沿った図形の生成を試みる。一般的な対話型進化計算では、システムが解候補を生成し、ユーザーが有望な解候補の選択を行う。これに対して提案する方式は、ユーザーが目標とする図形を繰り返し修正する。これは、本問題におけるタイリングの制約が強力であり、ユーザーが意図する図形を一回の探索で得ることが困難なためである。

### 3.2 染色体表現

本研究では、パターンの形状を決定する要素を GA の染色体および遺伝子とする。図 2 に GA の染色体表現と、Genotype から Phenotype への変換方法を示す。Genotype はタイリングパターン、タイリングパターン固有のパラメータ、端点間の点群の相対座標データを持つ。図 2 ではタイリングパターン IH07 での変換方法を示している。IH07 は 120 度回転と並進によるタイリングである。上記の図で Genotype の相対座標データ群が ①~③ の 3 つに分かれているのは、3 つの端点間 (AB,CD,EF) の形状を表すことで、残る 3 辺 (BC,DE,FA) の形状を算出することができるからである。まず、タイリングパターンとパラメータにより、基本図形の枠組を作る。次に、相対座標データ群から形状を表す 3 つの辺を生成し、それぞれの辺に当てはめ、残りの 3 辺を算出する。これが Phenotype となる。

### 3.3 処理手順

本システムの処理手順について図 3 に示し、処理の流れを説明する。

本システムでは、解候補に対して遺伝子の操作による新たな解候補の生成と、入力図形を用いた評価を繰り返すことで、入力図形に近い出力図形を生成する。GA の処理を開始すると一般的な進化計算を行い続けるが、ユーザーが中断の指示を行った場合、解候補を任意の図形に描画しなおすことができ、出力図形にユーザーの嗜好を取り入れることができる。

#### (1) 入力

ユーザーが描画、または画像を読み込むことによって、

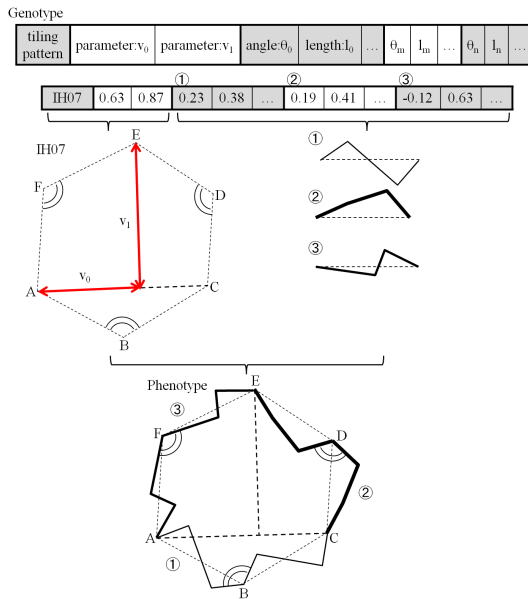


図 2 Genotype から Phenotype への変換

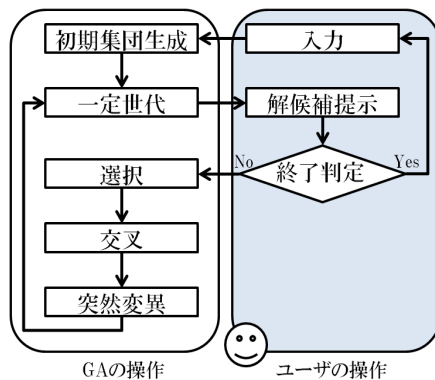


図 3 システムの流れ

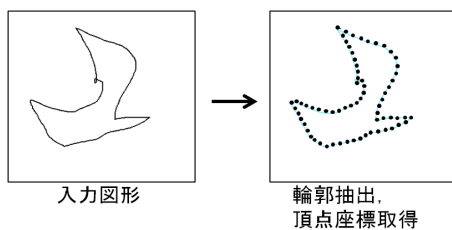


図 4 輪郭抽出の例

入力図形を作成する。図形から輪郭のみを抽出し、輪郭の頂点座標を取得する [10]。取得した頂点座標から、タイリングの基本パターンにもとづいて頂点座標を取捨選択し、点の列に変換する。輪郭抽出の例を図 4 に示す。

(2) 初期集団の生成

取得した輪郭の頂点座標から、行列計算を用いた手法 [13] でタイリング可能な図形を自動生成し、入力図形の一部を利用したランダム生成によって作られた図形と合わせて初期集団とする。初期集団の一部にあらかじめ自動生成された図形を用いることで、入力図形に近い形状の解を得ることが期待できる。

(3) 評価

システムは、評価関数に後述する Turning Function を用いて入力図形と GA によって生成された図形の形状の類似性を数値的に比較する。

(4) 選択・交叉・突然変異

評価によって得られた適応度にもとづいて、個体集団の中から後続の世代に子孫を残す個体、死滅させる個体を選択する。このとき、優良な個体ほど選ばれる確率を高くし、選択する個体の重複は許すものとする [8]。交叉には二点交叉を用いる。なお、図 2 の Genotype に示すタイリングパターンと、パラメータ ( $v_0, v_1$ ) の交叉は行わない。本問題では、図形によって変形可能な辺が異なり、タイリングパターンによっても異なる。よって、提案する方針では変形可能な辺の長さを正規化し、角度を考慮したデータ構造の Genotype を用いる。これにより、異なる図形・異なるタイリングパターン間での交叉を実現する。突然変異では、各遺伝子の突然変異の有無をランダムに決める。パラメータを突然変異させる場合は、パラメータの制約が各タイリングパターンによって異なるので、各タイリングパターンでの制約の違いを考慮した遺伝子データの変更を行う。

(5) 提示

GA の処理を一定世代繰り返した後、生成された解候補を提示する。このとき、提示された解候補の中から好みの図形を選択できるが、ユーザの意図した解がない場合、ユーザが図形を再描画することによって目標図形が更新され、再度 GA の処理を繰り返す。

3.4 Turning Function

評価関数として、2つの多角形を相対座標を用いて比較する Turning Function [14] を用いる。図 5 のように 2つの図形を比較する場合、相対座標の角度を表す関数  $\Theta(l)$  で表す。  $l$  は図形の全周で相対座標の長さを正規化した値であり、範囲は  $0 \leq l \leq 1$  である。2つの関数の積分の差

$$D = \int_0^1 \{ \Theta_A(l) - \Theta_B(l) \} dl$$

を求める。これは  $D$  の値が小さいほど 2つの図形の形状が近く、適応度が高いことを表している。

3.5 インタフェース

提案する方式のユーザインタフェースは、図 6 に示すように、主にユーザが入力図形を描画する入力部、および探索による解候補を表示する解候補提示部からなる。

入力部はキャンバス、ツール、パレット等を含む。ユーザはウィンドウ内のキャンバスに入力図形を描画する。その際、ツール内で描画ツールの選択、サイズ変更フレーム内で描画する際の線の太さの変更ができる。また、パレツ

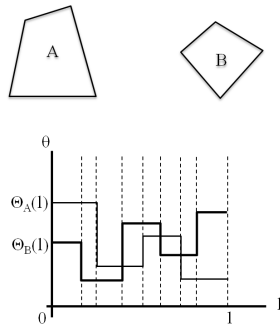


図 5 Turning Function を用いた多角形の類似度計算の例

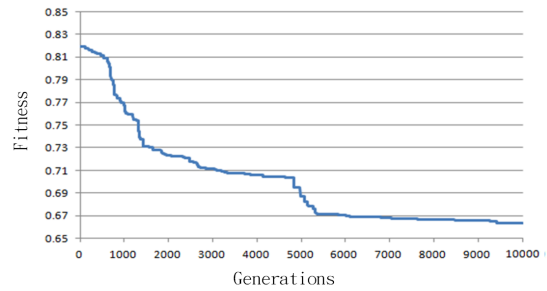


図 7 最良解の適応度の推移

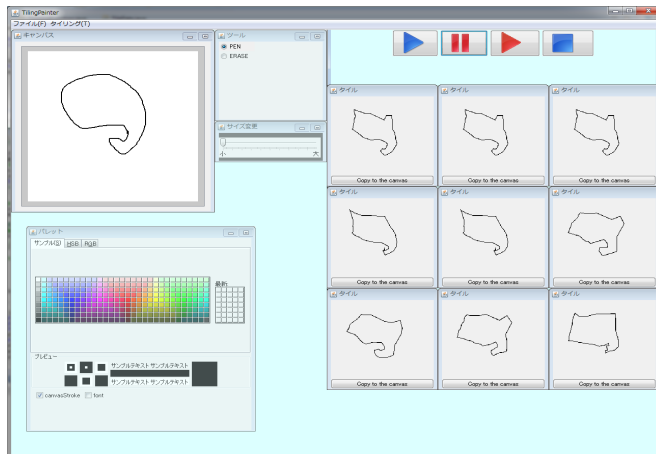


図 6 提案する方式の画面構成

ト内で任意の色を選択し描画することができる。

IEC の処理では、メニューバーのタイリングメニューから行列計算や GA を開始し、処理が始まる際にそれぞれの解を提示するフレームがウィンドウ内に表示される。また、解が表示されたウィンドウをクリックすることで GA の処理の最中に表示された解をキャンバスに反映し、ユーザが図形を直接編集することができる。

## 4. 実行例

### 4.1 GA を用いた実行例

個体数を 100, 世代数の上限を 10,000 世代とし、初期個体は行列計算に基づく生成と、生成された解に入力図形の一部の形状を取り入れた個体を複数生成した。交叉法には二点交叉を用い、エリート個体数を 2, 突然変異率を 0.5% とした。

図 7 に最良解の適応度の推移を表したグラフを示す。これは試行回数 5 回の平均値をとったものである。上記の図から、世代数が大きくなるにつれて適応度が高くなっていることがわかる。GA のみを用いて生成された例を図 8 に示す。(a) は入力図形, (b) は行列計算をもとに生成した図形, (c) は GA を用いて生成した図形, (d) は自動生成されたタイリング画像を示す。図 7, 8 より、右側上部や左側の凹凸の形状等, GA を用いて生成された図形は行列計算をもとに生成した図形より入力図形に近い形状になってい

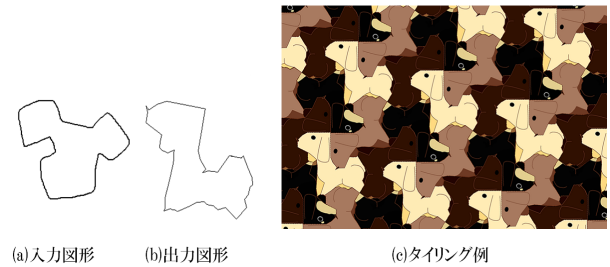


図 10 提案する方式で生成された図形のタイリング例 1

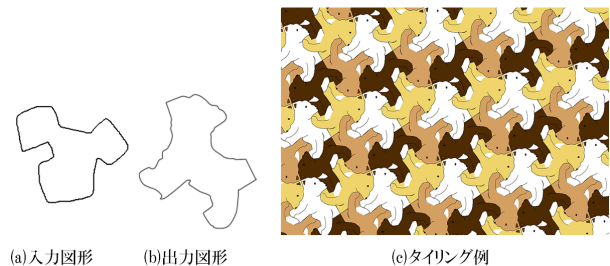


図 11 提案する方式で生成された図形のタイリング例 2

ることがわかる。

### 4.2 IGA を用いた実行例

提案する方式の実行過程を図 9 に、それにより生成された例を図 10, 11 に示す。

図 9 では犬の顔を表した図形を入力図形としていたが、IGA の処理の過程でユーザの意図する図形が変化し、最終的に初期の目標図形とは全く異なる形状の出力図形が生成された。

図 10, 11 の (a) はユーザが描画した入力図形を表し, (b) は GA とユーザの対話によって得られたタイリング可能な出力図形である。(c) にこの図形によるタイリング結果をもとにユーザが着色等を行った例を示す。

図 10, 11 より、提案する方式を用いて同じ入力図形から異なる出力図形を得ることができ、また、その図形はタイリングが可能であることがわかる。以上のことから、提案する方式は、ユーザの発想を支援し、様々なタイリング画像の作成が可能であると考えられる。

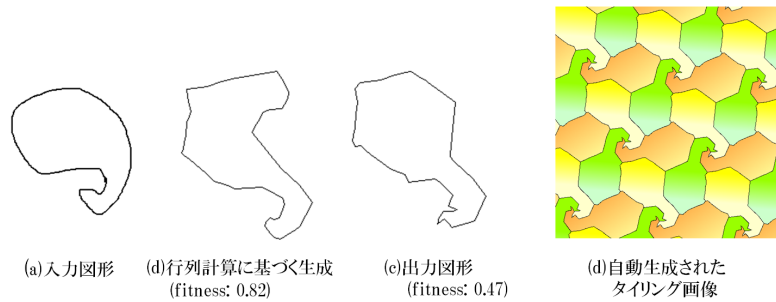


図 8 GA で生成された図形のタイリング例

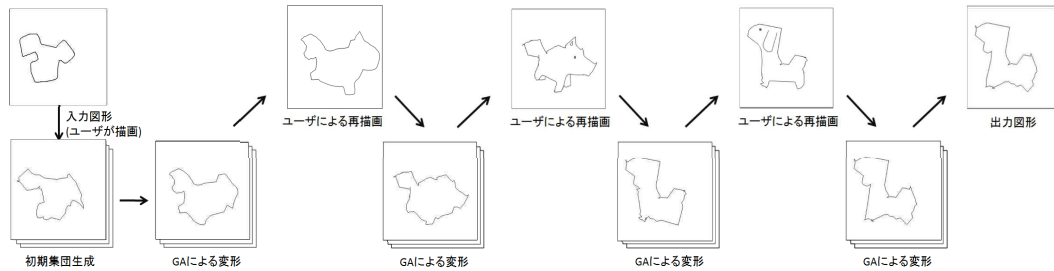


図 9 実行過程の図

## 5. おわりに

本研究では、IGA によるエッシャー風タイリング画像の作成支援システムを制作した。任意の入力図形から、行列計算、IGA によってタイリング可能な出力図形を生成し、出力図形をもとにタイリング画像を作成することに成功した。

提案する方式は、GA により目標図形にできるだけ近い形状の解を探索しつつ、同時に様々な解をユーザに提示する。従来の IGA とは違い、ユーザが選択による評価ではなく解候補の選択や再描画によって目標図形の変更を行う点に特徴がある。これは、タイリングの制約が強力であり、必ずしもユーザの望む形状が出力にそのまま反映できるとは限らないため、解の探索中、入力図形に随時ユーザの嗜好を反映させるためである。

本方式で得られた出力図形は彩色・描画を行った後手でタイリングを行っているため、今後、描画された情報を保持したままタイリング画像の自動生成を行えるようにする。現状では、本研究で用いたタイリングパターンは 2 種類のみであるため、出力図形として得られる形状のパターンが限られている。タイリングパターンを追加することで、形状の多様化が期待できる。

## 参考文献

[1] Branko Grünbaum, G. C. Shephard: Tilings and Patterns. W. H. Freeman, New York (1987).  
[2] Craig S. Kaplan: "Computer Graphics and Geometric Ornamental Design", PhD thesis, University of Washington (2002).

[3] 高木英行, 畝見達夫, 寺野隆雄: 対話型進化計算法の研究動向, 人工知能学会誌, Vol. 13, No. 5, pp. 692-703 (1998).  
[4] 坂根 巖夫, J.L. ロッヘル: M.C. エッシャー: その生涯と全作品集, メルヘン社 (1995).  
[5] Craig S. Kaplan and David H. Salesin: Escherization. Proceedings of SIGGRAPH, New Orleans, pp. 499-510 (2000).  
[6] Goldberg, D.E.: Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison - Wesley, pp. 1-25 (1989).  
[7] 棟朝雅晴: 遺伝的アルゴリズム, 森北出版 (2008).  
[8] 佐藤浩, 小野功, 小林重信: 遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価, 人工知能学会誌, Vol. 12, No. 5, pp. 734-744 (1997).  
[9] Hideyuki Takagi: Interactive evolutionary computation - fusion of the capabilities of ec optimization and human evaluation. In Proceedings of the IEEE, Vol.89, pp. 1275-1296 (2001).  
[10] Gary Bradski, Adrian Kaehler: "Learning OpenCV: Computer Vision with the OpenCV Library", O'Reilly Media, 1st edition, September (2008).  
[11] 廣安知之, 山川望, 伊藤冬子, 三木光範, 佐々木 康成: 対話型遺伝的アルゴリズムにおける評価方法と個体生成方法の検討, 情報処理学会研究報告, MPS, 数理モデル化と問題解決研究報告, pp. 113-116 (2008).  
[12] 杉原厚吉: エッシャー・マジック, 東京大学出版会 (2010).  
[13] 小泉拓, 杉原厚吉: エッシャー風タイリングの計算機支援設計, NICOGRAPH 論文コンテスト (2009).  
[14] Esther M. Arkin, L. Paul Chew, Daniel P. Huttenlocher, Klara Kedem, Joseph S. B. Mitchell: "An Efficiently Computable Metric for Comparing Polygonal Shapes", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.13, No.3, pp.209-216 (1991).