

# パターンの良さ判断に与える准変換群構造の効果

天野 要<sup>1,a)</sup> 大矢 拓也<sup>1</sup> 荒木 章太<sup>1</sup> 長内 祐<sup>1</sup> 遠藤 慶一<sup>1</sup>  
岡野 大<sup>1,b)</sup> 小西 敏雄<sup>2</sup> 福士 顕士<sup>3</sup> 濱田 治良<sup>4</sup>

受付日 2012年6月24日, 採録日 2013年6月14日

**概要:** 変換群構造説は類似性判断と良さ判断のようなパターンに関する異質な認知判断を認知的変換群と変換群構造の概念によって統一的に説明することができる。しかし、パターンを構成する2値要素の数の増加とともに大多数のパターン対の類似度やパターンの良さが区別できなくなるという困難があった。この論文では、良さ判断の変換群構造説にハミング距離を用いた准変換群構造の概念を導入し、線形2値パターンの評定実験を行って、人の認知系が類似性判断の場合と同様に良さ判断でも准変換群構造に基づいた認知判断を行っていると考えられることを示す。

**キーワード:** パターン認知, 類似性, 良さ, 変換群構造

## Effects of Quasi-transformational Group Structures on Goodness Judgments of Patterns

KANAME AMANO<sup>1,a)</sup> TAKUYA OOYA<sup>1</sup> SHOUTA ARAKI<sup>1</sup> TASUKU OSANAI<sup>1</sup> KEIICHI ENDO<sup>1</sup>  
DAI OKANO<sup>1,b)</sup> TOSHIO KONISHI<sup>2</sup> KOHJI FUKUSHI<sup>3</sup> JIRO HAMADA<sup>4</sup>

Received: June 24, 2012, Accepted: June 14, 2013

**Abstract:** The transformational group structure theory successfully explains how the different types of cognitive judgments of patterns such as similarity and goodness are performed by the concept of cognitive transformation groups and transformational group structures. However, it involves the difficulty that most pattern pairs or patterns can not be distinguished in similarity or goodness judgments as the number of elements of binary patterns increases. We here introduce the concept of quasi-transformational group structures with Hamming's distance, and show by experiments using linear binary patterns that the human cognitive system employs the quasi-transformational group structure in goodness judgments as well as in the similarity judgments.

**Keywords:** pattern cognition, similarity, goodness, transformational group structure

<sup>1</sup> 愛媛大学大学院理工学研究科電子情報工学専攻  
Department of Electrical and Electronic Engineering and  
Computer Science, Graduate School of Science and Engi-  
neering, Ehime University, Matsuyama, Ehime 790-8577,  
Japan

<sup>2</sup> 松山東雲女子大学人文科学部心理子ども学科  
Department of Psychology and Early Childhood Education,  
Faculty of Human Sciences, Matsuyama Shinonome College,  
Matsuyama, Ehime 790-8531, Japan

<sup>3</sup> 川村学園女子大学教育学部  
Faculty of Education, Kawamura Gakuen Woman's Univer-  
sity, Abiko, Chiba 270-1138, Japan

<sup>4</sup> 徳島大学大学院ソシオ・アーツ・アンド・サイエンス研究部人間  
科学分野  
Division of Psychology and Health, Institute of Socio-Arts  
and Sciences, University of Tokushima, Tokushima 770-  
8502, Japan

a) amano@cs.ehime-u.ac.jp

b) okano@cs.ehime-u.ac.jp

## 1. はじめに

ゲシュタルト心理学によれば、パターンは全体としてできるだけ良いゲシュタルト(形態)になるように構造化されて知覚される [25]。この意味で良さはパターン認知の重要な決定要因であり、研究課題である [30]。パターンの良さの評定実験が高い再現性を示すことはこの認知判断が人に共通な情報処理の結果であることを示唆している。その研究にはしばしば線形2値パターンや正方2値行列パターンが用いられてきた。

良さの学説としては、良いパターンは単純であるとする単純構造説 [13] と冗長であるとする冗長構造説が知られている。さらに、Shannon の情報理論の影響下に生まれた冗

長構造説は、冗長度の定義の仕方により、単一図形の冗長構造説と推測部分集合の冗長構造説に分かれる。単一図形の冗長構造説では、たとえば Attneave [5] はパターンの冗長度を対称性によって複製可能な部分のビット数で定義している。一方、Garner ら [6], [7] は、提示されたパターンは同時に推測される（鏡映や回転で生じる）同等なパターン集合の 1 つとして認知され、その集合（推測部分集合）の元の数（ESS, equivalent set size）が大きいほど不確定度が高い（冗長度が低い）と考えた。たとえば、 $3 \times 3$  型正方行列の要素として黒の小円（ドット）を (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2) 成分に配した+型パターンは ESS = 1, (1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (3,2) 成分に配した T 型パターンは ESS = 4, (1,1), (2,1), (2,3), (3,1), (3,2) 成分に配した L 型パターンは ESS = 8 であり、良さは+型, T 型, L 型の順になる。

今井の変換構造説 [20], [21] はパターンの構造に注目した先駆的な学説である。その最大の特徴は、ESS の同じパターンに対する良さの評定値に違いがあることを説明できるだけでなく、類似性判断と良さ判断のようなパターンに関する異質な認知判断に統合的な説明を与えることである。変換構造説では人は提示されたパターンにいくつかの変換（認知的変換）を施し、そこで示される相互変換（相互一致）の可能性や不変性によってその構造（変換構造）を認知し、認知された変換構造に基づいて認知判断を行う、と考える。より具体的には、類似性判断に関する変換構造説では認知的変換による相互変換可能性でパターン対の関係構造（パターン間変換構造）を定義し、順序整合性の仮説と順序保存の仮説で類似度の大小の順序関係を予測する（単純化すれば、相互変換可能性の高いパターン対ほど似ている）。良さ判断に関する変換構造説では認知的変換に対する不変性で個々のパターンの構造（パターン内変換構造）を定義し、順序整合性の仮説と順序保存の仮説で良さの大小の順序関係を予測する（単純化すれば、不変性の高いパターンほど良い）。不変性とは自分自身への変換可能性にはかならない。これまでに多くの実験が予測の妥当性を支持している [15], [16], [17], [18], [19], [23]。

しかし、基本的な妥当性を認めながらも、変換構造説については予測の限界に関する問題も指摘されてきた。まず、パターンを構成する 2 値要素の数の増加とともに空変換構造 E（相互変換可能性や不変性を持たないことを意味する）の占める割合が急増し、大多数のパターン対の類似度やパターンの良さが区別できなくなるという困難を今井自身が指摘している [20]。大塚 [33] は  $3 \times 3$  型 5 ドットパターンの類似性判断で空変換構造を持つパターン対の類似度の平均評定値が広い範囲に及び、それを説明する一般的な特徴を見出すことはできなかったと記している。また、松田 [27] は一部の同一構造を持つパターン間の良さの評定値に有意な差が認められることを変換構造説に関する

今後の研究課題であると記している。この問題に対して、児玉ら [24] は、パターンの物理的特性ではなく、観察者の知覚的な特性（知覚的体制化）を指標とした説明を試みた。具体的には、良さの評定値と観察者自身が作成したドットのまとまりの数との間に、まとまりの数が少ない方が評定値は高いという関係があることを示し、同じ ESS または構造を持つ複数のパターン間に見られる評定値の違いを説明した。

変換群構造説は認知的変換として変換群を用いて変換構造説を再構成したものである [1], [2], [3], [22], [26]。変換群構造説も類似性判断と良さ判断に統合的な説明を与えることができる。同時に、空変換群構造の問題は大きな困難であった。実際、この論文では線形 2 値パターン（具体的には、白黒の楕円を横一列に並べて作成される）を扱うが、コンピュータによる網羅的な計算で、2 値要素の数  $n$  の増加とともに空変換群構造 E の占める割合は、類似性判断の場合には  $n = 4$  で 66%,  $n = 8$  で 93%,  $n = 12$  で 99%, 良さ判断の場合には  $n = 6$  までは 0%,  $n = 8$  で 25%,  $n = 12$  で 67%,  $n = 16$  で 88% と増加することが分かっている。類似性判断の場合には、パターン間変換群構造にハミング距離を用いた准変換群構造の概念が導入され、空変換群構造をさらに准変換群構造に細分するという形で、この問題には一定の解決が与えられている [4]。

この論文では、線形 2 値パターンを対象に、良さ判断の変換群構造説にハミング距離を用いた准変換群構造の概念を導入し、空変換群構造のパターン間に見られる良さの評定値の違いの説明を試みる。前述のように、良さ判断の場合にも空変換群構造の問題は予測の限界に関する大きな困難である。また、良さ判断の場合には一致の対象は変換を受けるパターン自身であり、准変換群構造が有効に機能するか否かは認知論的にも興味ある課題である。この准変換群構造の導入は、観察者の知覚的特性を導入した説明とは異なり、これまで空変換群構造と一括されてきた多数のパターンをさらに構造で類別して、良さの評定値の違いを可能な限り構造の違いで説明しようとするものである。なお、線形 2 値パターンの場合にも、空変換群構造以外の同一構造を持つパターン間の良さの評定値に無視できない違いを生じることがあり、この問題についても可能な範囲で説明を試みる。

この論文の構成は次のとおりである。2 章では、線形 2 値パターンの良さ判断に関する変換群構造説の概要を記す。また、准変換群構造と構造依存性、距離依存性の仮説を導入する。3 章では、良さの評定実験を行って予測の妥当性を検討する。4 章では、結論と今後の課題を記す。

最後に、本章の構成を簡潔にするために割愛した事項について触れておきたい。類似性に関する古典的な学説としては幾何学説 [34] や特徴照合説 [35] が知られている。近年、認知科学会の特集号 [31] や、これに基づく書籍 [32] も刊行

されている。良さの情報理論的研究として、Yodogawa [36] は正方 2 値行列パターンの対称性の客観的測度としてシメトロピーを定義し、良さと複雑さを精度と効率良く説明している。また、Hamada ら [10] は、6 本の鏡映軸を持つ亀甲の枠組に 9 ドットを配置したパターンを用いて Garner の ESS や今井の順序整合性の仮説に従わない現象を発見し、巡回群と 2 面体群では良さに与える変換の個数の重みが異なると考えられることを示している。さらに、濱田らは、亀甲の枠組みパターン [9], [10] や異なる色と次数の正方行列パターンを重ねた複合パターン [9], [11] の良さと複雑さにおける幾何学的対称性の効果を詳細に検討し、パターン認知の 3 階層モデルを提案している [12]。このモデルでは、異なるドットパターンの複雑さは異なる 3 つの階層において別々に処理されるが、良さに関してはすべてのドットパターンが最高次の第 3 階層で処理されるとされている。

## 2. 良さ判断に関する変換群構造説

### 2.1 変換群構造説の概要

認知的変換群に対する不変性によってパターン内変換群構造を定義し、この変換群構造を良さの大小の順序に関係づける。

#### 2.1.1 認知的変換群と変換群構造

まず、 $n$  要素からなる線形 2 値パターンに対して次の 4 種の認知的変換群を定義する。

- 恒等変換群  $I = \{e\}$  :  $e$  は恒等変換であり、パターンを構成する要素の順序と色を変えない。たとえば、 $n = 4$  として、これを  $e : \circ \circ \bullet \circ \rightarrow \circ \circ \bullet \circ$  と記す。
- 鏡映変換群  $M = \{e, m\}$  :  $m$  は要素の並ぶ順序を逆転する。たとえば、 $m : \circ \circ \bullet \circ \rightarrow \circ \bullet \circ \circ$  である。
- 位相変換群  $P = \{e, p_1, \dots, p_{n-1}\}$  :  $p_i$  はすべての要素の順序を  $i$  だけ右に移動し、右端にはみ出した要素を左端に順次組み込む。たとえば、 $p_1 : \circ \circ \bullet \circ \rightarrow \circ \circ \bullet \circ$  である。
- 反転変換群  $R = \{e, r\}$  :  $r$  はすべての要素の色を反転する。たとえば、 $r : \circ \circ \bullet \circ \rightarrow \bullet \bullet \circ \circ$  である。

これらの変換群  $M, P, R$  は互いに可換であり、積  $MP = PM, PR = RP, RM = MR, MPR = PRM = RMP = MRP = RPM = PMR$  もまた変換群となる。たとえば、 $MP = PM$  については  $mp_i = p_i m$  ではないが  $mp_i = p_{n-i} m$  である。

次に、恒等変換群  $I$  以外の変換群に対するパターンの不変性を恒等変換  $e$  以外のいずれかの変換要素に対して不変性を示すことであると定義する。たとえば、パターン  $\circ \circ \bullet \circ$  は  $M, P, R$  のいずれに対しても不変性を示さないが、 $mp_3 = p_1 m$  に対しては不変であるから、 $MP = PM$  に対しては不変性を示す。すると、 $2^n$  個のパターンの全体を次に定義する 4 種 19 個の変換群構造に類別することが

できる。

- 単一変換群構造  $M, P, R$  : それぞれ変換群  $M, P, R$  に対して不変性を示すパターンの構造。
- 積変換群構造  $MP, PR, RM, MPR$  : それぞれ積変換群  $MP, PR, RM, MPR$  に対してはじめて不変性を示すパターンの構造。たとえば、構造  $MPR$  には因子の変換群  $M, P, R, MP = PM, PR = RP, RM = MR$  のいずれに対しても不変性を示さないことが含意されている。
- 多重変換群構造  $M \wedge P, P \wedge R, R \wedge M, M \wedge P \wedge R, M \wedge PR, P \wedge RM, R \wedge MP, MP \wedge PR, PR \wedge RM, RM \wedge MP, MP \wedge PR \wedge RM$  : 複数の変換群構造をあわせ持つパターンの構造。たとえば、 $M \wedge PR$  は変換群構造  $M$  と  $PR$  をあわせ持つことを意味する。
- 空変換群構造  $E$  : 以上の不変性を示さないパターンの構造。

そして、個々のパターンはそれぞれの類に対応する変換群構造を持つという。なお、ここでは変換群を斜体  $T$ 、構造を立体  $T$  で記して区別している。

恒等変換  $e$  に対してはすべてのパターンが不変性を示すが、 $I = \{e\}$  はパターンの類別に寄与しない。

#### 2.1.2 順序整合性の仮説と順序保存の仮説

パターン内変換群構造に基づいてパターンの良さの大小の順序関係を順序整合性の仮説と順序保存の仮説で予測する。順序整合性の仮説とは、変換群構造  $T$  を持つパターンの良さを  $G(T)$  として、変換群構造  $T_i, T_j, T_k$  に対して

$$G(E) < G(T_i), G(T_j) < G(T_i \wedge T_j), \quad (1)$$

$$G(E) < G(T_i T_k \wedge T_j T_k) < G(T_k) \quad (2)$$

なる関係が成立することである。式 (1), (2) から

$$G(E) < G(T_i T_j) < G(T_i), G(T_j) < G(T_i \wedge T_j)$$

が得られる。すなわち、式 (1), (2) は今井の順序整合性の仮説 [20] の一般化になっている。順序保存の仮説とは 3 つの不等式

$$G(T_i) < G(T_j), \quad (3)$$

$$G(T_i \wedge T_k) < G(T_j \wedge T_k), \quad (4)$$

$$G(T_i T_k) < G(T_j T_k) \quad (5)$$

が同値になることである。順序保存の名称は構造  $T_i, T_j$  を持つパターンの間の順序が  $T_k$  との組合せに対して保存されることによる。

上記の 2 仮説から 19 個の変換群構造の間に良さの順序関係が定まる。これをハッセ図で表現したものが図 1 (a) である。図は線で結ばれた 2 個の変換群構造の間で上位の構造を持つパターンの良さは下位の構造を持つパターンの良さより大きいことを意味している。実際には、反転変換



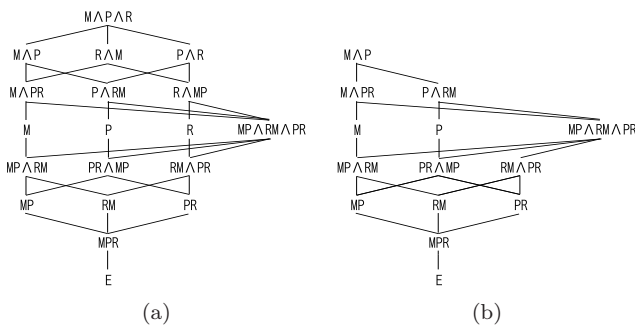


図 1 線形 2 値パターンの良さの順序を予測するハッセ図

Fig. 1 Hasse's diagram predicting the order of goodness of linear binary patterns.

$r$  に対して不変性を示すパターンは存在しない. したがって, パターン内変換群構造  $R$  と  $R$  を因子とする多重変換群構造を持つパターンは存在しない (要素数が奇数の場合には積変換群構造  $RM, PR, MPR$  を持つパターンも存在しない). これらを除くと可能な構造は図 1 (b) の 14 個に限られる.

変換群構造説が全体的 (holistic) な変換と不変性 (自分自身への完全一致の可能性) に基づくことは, 類似性判断の場合と同様に, 2 値要素の数の増加とともに空変換群構造の占める割合が急増して大多数のパターンの良さが区別できなくなるという困難を生じる.

2.2 准変換群構造の導入

この困難を解消するために, パターン内変換群構造にハミング距離を用いて准変換群構造を定義し, この准変換群構造を良さの大小の順序に関係づける.

2.2.1 ハミング距離と准変換群構造

パターン  $a$  の変換群構造  $T$  ( $\neq E$ ) に対するハミング距離  $d_T(a)$  をパターン  $a$  が構造  $T$  を持つために必要な要素の色の最小反転個数のことであると定義する. そして, パターン  $a$  はハミング距離  $d$  の准変換群構造  $T_d$  を持つという. 特に, 空変換群構造  $E_d$  は  $d$  個までの色の反転では不変性を示さないことであると定義する (したがって,  $E_d$  は同時に  $E_0, E_1, \dots, E_{d-1}$  である).

この定義に従えば, 前述の認知的変換群に対する不変性 (自分自身への完全一致の可能性) で定義された変換群構造は  $T = E$  の場合も含めて  $T = T_0$  のことである. また,  $n$  要素の 2 値パターンは必ず距離  $d \leq n/2$  の範囲に准変換群構造  $M_d$  を持つ (したがって,  $d > n/2$  の准変換群構造  $E_d$  を持つパターンは存在しない).

准変換群構造を用いてパターンの全体を類別する. まず, 前述のように, パターンを距離  $d = 0$  の変換群構造に類別する. 次に, 空変換群構造  $E = E_0$  のパターンを距離  $d = 1$  の准変換群構造に類別する. 以下,  $d \leq n/2$  の範囲でこの手順を繰り返す. そして, 個々のパターンはそれぞれの類に対応する准変換群構造を持つという.

なお, パターン内変換群構造に対するハミング距離は任意のパターンと任意の構造の間に定義することが可能である. しかし, 対象は構造化された全体として知覚されるというゲシュタルト心理学の観点から, これまでの議論では准変換群構造の認知はパターンの良さが最小個数の色の反転で高くなる向きに行われると仮定している.

2.2.2 構造依存性の仮説と距離依存性の仮説

准変換群構造  $T_d$  によるパターンの類別に基づいて, 良さの順序関係を構造依存性の仮説と距離依存性の仮説で予測する. 構造依存性の仮説とは, 構造  $T$  が同じなら,  $G(T)$  を  $G(T_d)$  で置き換えて順序整合性の仮説 (1), (2) と順序保存の仮説 (3), (4), (5) がそのまま成立することである. 距離依存性の仮説とは,

$$G(T_{d_1}) > G(T_{d_2}) \quad \text{if} \quad d_1 < d_2 \quad (6)$$

が成立することである. この仮説はパターンの良さは構造  $T$  に関して距離の単調減少関数であることを意味する.

上記の 2 仮説から准変換群構造の間に良さの順序関係が定まる. これをハッセ図で表現するためには, 図 1 のすべての構造  $T$  を  $-T_d$  で置き換え,  $T_d$  で構造依存性の仮説を表現し, 前後の  $-$  で距離依存性の仮説を表現すればよい ( $T_0 - \dots - T_{d-1} - T_d - T_{d+1} - \dots - T_{n/2}$  と線で結んだ 1 つのハッセ図として読む).

このように, パターン内変換群構造にも准変換群構造を導入することができる. しかし, 類似性判断の場合と異なって一致の対象は変換を受けるパターン自身であり, それが有効に機能するか否かは認知的に未解決で重要な問題である.

3. 実験と考察

まず, 実験 1 で距離  $d = 0$  の変換群構造が比較的多く現れる 8 要素パターンを用いて予測の基本的な妥当性を確認する. 次に, 実験 2 で  $d \geq 1$  の准変換群構造が多く現れる 12 要素パターンを用いてその効果を詳しく検討する.

3.1 実験 1

3.1.1 実験の方法

概要は次のとおりである.

実施年月日: 2010 年 11 月 24 日

被験者: 愛媛大学工学部情報工学科 1 年生のクラス 36 名

パターン: 8 要素 28 個

評定法: 最低 1 点, 最高 7 点の 7 段階評定

反復数: 2 回

要素数  $n = 8$  では表 1 の変換群構造 11 個 ( $E$  を含む) が現れる. 表には計  $2^8 = 256$  個のパターンの構造別の個数が記されている. 空変換群構造  $E$  を持つパターンの全体に占める割合は 25% である.

表 1 パターンと変換群構造, 良さの評定値 (実験 1, 平均値と標準偏差)

Table 1 Patterns and their transformational group structures with the rated goodness (Experiment 1, average and standard deviation).

No.	Pattern	Transformational group structure		Run	Goodness average (SD)			Shinonome College
1	c	M $\wedge$ P	4	5	5.7 (1.3)	5.9 (1.1)	5.1 (1.7)	
2				5	6.1 (1.1)		6.1 (1.1)	
3	f	M $\wedge$ PR	4	3	6.0 (1.2)	5.8 (1.1)	5.9 (1.4)	
4	g			7	5.6 (1.6)		4.9 (1.7)	
5	a	P $\wedge$ RM	4	4	5.3 (1.2)	5.7 (1.0)	5.7 (1.5)	
6	b			8	6.0 (1.2)		5.9 (2.0)	
7		M	8	5	5.8 (1.3)	5.9 (1.1)	5.4 (2.1)	
8				3	6.0 (1.1)		6.0 (1.5)	
9		P	8	5	3.6 (1.6)	4.3 (1.2)	4.2 (1.7)	
10				4	5.0 (1.5)		4.4 (1.6)	
11	d	MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR	4	2	6.3 (1.5)	5.0 (1.2)	6.2 (1.3)	
12	e			6	3.8 (1.7)		3.3 (2.0)	
13	i	PR $\wedge$ MP	8	6	2.7 (1.3)	2.6 (1.1)	2.5 (1.4)	
14	h			3	2.6 (1.5)		2.9 (1.7)	
15	l	RM	8	4	4.2 (1.8)	4.0 (1.7)	3.8 (1.9)	
16	m'			6	3.8 (1.9)		3.3 (1.8)	
17	j	MP	120	4	2.8 (1.2)	2.9 (1.0)	3.1 (1.5)	
18				3	3.1 (1.2)		3.9 (1.8)	
19	p'	MPR	24	6	3.1 (1.5)	2.8 (1.1)	2.6 (1.5)	
20	q			7	2.6 (1.4)		2.9 (1.8)	
21		E	64	5	2.6 (1.2)	2.9 (1.1)	3.1 (1.5)	
22				5	3.2 (1.4)		3.8 (1.9)	
23				4	2.5 (1.3)	2.6 (1.1)	2.6 (1.6)	
24				5	2.7 (1.3)		3.2 (1.5)	
25				4	2.4 (1.1)	2.5 (1.0)	3.1 (1.3)	
26				4	2.5 (1.2)		3.3 (1.9)	
27				4	2.4 (1.1)	2.3 (0.9)	2.9 (1.5)	
28				5	2.1 (0.9)		2.6 (1.3)	

実験パターンは次のような方法と理由で選定した。まず、距離  $d = 0$  のパターンとしては今井ら [17] のパターンを基本にした。番号欄のアルファベットでその対応を示す。これらのパターンは白黒の要素の比が 4 対 4 で可能な構造を網羅し、鏡映と反転で相互に一致する対を含まない。後者は互いに相補的パターンと呼ばれ、同一のパターン内変換群構造を持つ。アルファベット右上の「'」は今井らの相補的パターンであることを示す。しかし、構造 M $\wedge$ P については、全要素が同色のパターンを使用せずに No.1c の相補的パターンを追加して構造ごとの数を 2 に揃えた。また、M と P については 4 対 4 のパターンは存在しないので表のパターンを追加した。その際、P については 4 要素  $\times$  2 周期の周期境界である中央がラン (連, 白または黒の同じ要素の並び) の境界になるものとならないものを選んだ。構造 MP を持つパターンの数は多いが 4 対 4 のものは少ない。今井らは No.17j に位相変換  $p_{-1} = p_7$  を施したものを用いているが、そのような相互変換可能性を持つ対の使用は避けた。

網羅的な計算の結果、8 要素の場合の準変換群構造は距離  $d = 1$  の 4 種に限られることが分かった。表のパターンは  $d = 0$  のパターン (ラン数が 7 以上のものは避けている) の 1 要素 (下線部分) の色を選択的に反転したもので

ある。なお、構造 E の 4 対 4 パターンは存在しない。以下では  $d \geq 1$  の場合も含めて変換群構造と呼ぶことがある。

実験では横型 A7 の紙片に灰色の背景領域 (7.5 cm  $\times$  3.5 cm) をとり、白黒の楕円 (縦 8 mm, 横 6 mm) が等しいコントラストを見せるようにした。紙片には折れ曲がらないようにラミネートを施した。被験者は配布されたパターンカード 28 枚をシャッフルし、これにひととおり目を通した。次に、再びシャッフルして、良さを 7 点 (非常に良い) から 1 点 (非常に良くない) までの整数点で 7 段階評定した。さらに、シャッフルして評定するという作業を反復した。被験者には、パターンの良さはまったく個人的な判断であり、判断の基準を途中で変えたくなれば一貫性を気にせず自由に変えてよいことを教示した。解析には 2 回目のデータを用いた。

### 3.1.2 結果と考察

表 1 は実験パターンの変換群構造と良さの平均評定値 (括弧内は標準偏差) である。複数のパターンを含む構造の標準偏差は各被験者の構造ごとの平均値に対する値である。図 2 は変換群構造別の良さの平均評定値を記入したハッシュ図である。これらの評定値に対応のある場合の 1 要因分散分析を適用した結果は  $F(13, 455) = 67.33, p < .001$  で、変換群構造の主効果は有意であった。表 2 は下位検定

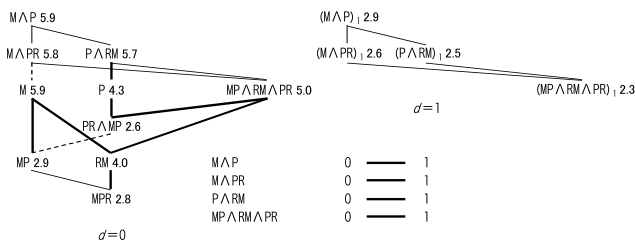


図 2 ハッセ図と良さの評定値 (実験 1)

Fig. 2 Hasse's diagram with the rated goodness (Experiment 1).

表 2 平均値の差の有意性の検定 (実験 1)

Table 2 Significance test for the difference among averages (Experiment 1).

	M∧P	M∧PR	P∧RM	M	P	MP∧RM∧PR	PR∧MP	RM	MP	MPR	(M∧P) <sub>1</sub>	(M∧PR) <sub>1</sub>	(P∧RM) <sub>1</sub>	(MP∧RM∧PR) <sub>1</sub>
M∧P	○													
M∧PR	○	○												
P∧RM	○	○	○											
M	□	×		△										
P	△	△	△	△	△									
MP∧RM∧PR	○	○	○	△	△	△								
PR∧MP	○	○	○	△	△	△	△							
RM	○	○	○	△	△	△	△	△						
MP	○	○	○	△	△	△	△	△	×					
MPR	○	○	○	△	△	△	△	△	×	○				
(M∧P) <sub>1</sub>	○	○	○	△	△	△	△	△	×	○				
(M∧PR) <sub>1</sub>	○	○	○	△	△	△	△	△	×	○	○			
(P∧RM) <sub>1</sub>	○	○	○	△	△	△	△	△	×	○	○	○		
(MP∧RM∧PR) <sub>1</sub>	○	○	○	△	△	△	△	△	×	○	○	○	○	

として多重比較法 (対応のある場合の Tukey の HSD 法, 有意水準 5%) [28], [29] を適用した結果で, すべての変換群構造に対する平均評定値間の有意差 (以後, 特に断らない限り両側) の有無を示している. これらの図表における記号の意味は次のとおりである (以後の説明の便宜上, ここには現れていないものも含めてある).

- ◎ (太い実線): 予測を支持する向きに有意差があった.
- (細い実線): 有意ではないが, 予測を支持する向きに差があった.
- (細い鎖線): 比較可能な場合のタイ (平均値の一致).
- × (細い点線): 有意ではないが, 予測とは逆の向きに差があった.
- ※ (太い点線): 予測とは逆の向きに有意差があった.
- △ (線なし): 順序の予測はできないが, 結果に有意差があった.

空 (線なし): 順序の予測はできず, 有意差もなかった. この△印は, 変換群構造 M と P のように, あらかじめ順序の予測はできないが実験的に有意差が認められた関係である. このような関係は順序保存の仮説の検討に重要である. なお, 表 2 の左上の 10 × 10 の部分は距離  $d = 0$  の構造間, 右下の 4 × 4 の部分は  $d = 1$  の構造間, 左下の 4 × 10 の部分は  $d = 0$  と  $d = 1$  の構造間の比較である.

仮説の検討 まず, 距離  $d = 0$  の場合に注目する. 表 1 の

ように, パターンの良さは  $G(M \wedge P) = 5.9$  から  $G(E) = 2.6$  まではほぼ単調に減少し, 実験結果が変換群構造説の予測を基本的に支持していることが分かる. 図 2 で直接比較可能な (線で結ばれた) 構造間では, 太い実線 (表 2 の◎に対応) が 7 例, 細い実線 (○に対応) が 5 例, 細い破線 (×に対応) が 2 例で, 太い点線 (※に対応) は皆無である. 実験結果は順序整合性の仮説 (1), (2) を支持している. なお, 順方向 (◎と○) 12 例と逆転 (×) 2 例の比には累積 2 項確率 (符号検定) で生起確率  $p = 0.006 < .01$  (片側) の有意性がある. 単一変換群構造の間には有意な関係  $G(M) > G(P)$  がある. しかし, ここでは現れる構造が限られていて, この関係に基づく順序保存の仮説の直接的な検証はできない.

次に, 距離  $d = 1$  の場合に注目する. これらの構造と評定値の幅は  $G((M \wedge P)_1) = 2.9$  から  $G((MP \wedge RM \wedge PR)_1) = 2.3$  と狭いが, 順序の逆転は皆無である\*1.

距離依存性の仮説については,  $d = 0$  と  $d = 1$  の構造間で直接比較可能な 4 例すべてに有意差があり, 実験結果はこの仮説を支持している.

また, 表 2 全体でも, ◎ 34 例, ○ 11 例, □ 1 例, × 3 例で, 有意な逆転※は皆無である. ×印 3 例の評定値の違いも  $G(PR \wedge MP) = 2.6$  と  $G(MP) = 2.9$  の 0.3 以内である. また,  $d = 0$  と  $d = 1$  の間で比較可能な構造間はすべて◎である.

以上のように, 準変換群構造を導入した変換群構造説の予測は基本的に支持されたと結論することができる. ただし, この実験では現れる構造が限られていて, 順序保存の仮説は検証できない.

認知的変換群の性質 予測が実験的に支持されたことは  $I, M, P, R$  を認知的変換群とすることが適切であることを示している. 特に反転変換群  $R$  は, 構造  $R$  を持つパターンは存在しなくても, 積変換群  $RM$  のような形で良さ判断にも重要な役割を果たしている.

表 3 に単一変換群構造  $M, P$  の評定値分布を評定値ごとの人数で示す. 単純化すれば, 構造  $M$  は 1 点から 7 点までほぼ単調に増加し, 構造  $P$  は山形である. 後者のピークは, パターン 9 で 2~4 点, パターン 10 で 4~6 点に存在している. その理由は, パターン 9 の中央 2 要素が白白と同色で同じランに属するのに対して, パターン 10 は黒白と異色でランの境界になるために, 後者の方が 4 要素 × 2 周期の構造  $P$  の認知が容易かつ明瞭であることによると考えられる.

なお, 表 1 で同一構造を持つパターン間の比較では, ラン数の小さい方が評定値が高いのは 8 例, 逆は 3 例である

\*1 なお, 構造  $E$  (この場合には  $d = 1$  の 4 構造) のデータのみに対する分散分析の結果は  $F(3, 105) = 6.49, p < .001$  となり, 多重比較の結果は  $(M \wedge P)_1$  と  $(P \wedge RM)_1, (MP \wedge RM \wedge PR)_1$  の 2 か所の間で有意となる.



表 3 M, P パターンの評定値分布 (実験 1)

Table 3 Distribution of rated goodness for M and P patterns (Experiment 1).

No.	Pattern	Goodness	Raters						
			1	2	3	4	5	6	7
7	●●●●●●●●	5.8	0	1	2	3	4	12	14
8	○○●●○○	6.0	0	0	1	3	6	10	16
9	○○●○○○	3.6	3	7	9	9	3	2	3
10	●●●●●●●●	5.0	1	2	2	7	7	12	5

が、符号検定の結果  $p = 0.113 > .05$  (片側) に有意性は認められない。

**実験結果の再現性** 表 1 右端の列は同一の条件で 2007 年に松山東雲女子大学 1 年生 27 名を対象に行った実験の結果である。典型的な理系男子学生と文系女子学生という被験者集団の違いにもかかわらず、変換群構造ごとの良さの平均評定値 (たとえば、東雲女子大学の  $G(M \wedge P) = 5.6$ ) を用いた相関係数は 0.97 であり、両者の間には高い相関があった。パターンの良さの評定には良さの意味の曖昧さに起因する個人差等の様々な問題の存在することが指摘されている [8], [14]。しかし、この実験における線形 2 値パターンの良さ判断の変換群構造依存性は頑健であった。

3.2 実験 2

3.2.1 実験の方法

概要は次のとおりである。

- 実施年月日: 2010 年 4 月 20 日
- 被験者: 愛媛大学工学部情報工学科 1 年生 40 名
- パターン: 12 要素 35 個
- 評定法: 最低 1 点, 最高 7 点の 7 段階評定
- 反復数: 2 回

要素数  $n = 12$  では表 4 の変換群構造 12 個 (E を含む) が現れる。表には計  $2^{12} = 4096$  個のパターンの構造別の個数が記されている。空変換群構造 E を持つパターンの全体に占める割合は 67% である。

実験 2 では、可能な限り構造を網羅し、かつ  $d \geq 1$  の准変換群構造を中心に実験パターンを構成した。パターンの選定には、実験 1 のパターンとコンピュータによる網羅的な計算結果を参照しながら選択するという方法をとった。

まず、距離  $d = 0$  のパターンについては、表 1 の各構造からラン数が 3~6 の範囲でパターンを 1 つ選択し、ランの長さを伸縮した。ただし、構造 MPR については、表 1 の No.19p' から ○○○●●●●○○●● を作成すると RM のパターンとパターン間変換群構造 P を持つ等の理由で、新しいパターン 11 を用いている。

距離  $d \geq 1$  のパターンの多くは  $d = 0$  のパターンの要素 (下線部分, 破線と上線の意味については後述する) の色を選択的に反転したものを選んだ。しかし、構造依存性の仮説の検討のために、新しいパターンとで対を構成した場合もある。網羅的な計算の結果、 $PR_1$  と  $RM_1$  のパターンは存在しなかった。また、距離  $d = 0$  にはない  $MP \wedge RM$

に対して  $d = 1$  のパターンが現れた理由については後述する。こうして  $d = 1$  の 9 個,  $d = 2$  の 3 個の准変換群構造を持つ実験パターンを構成した\*2。

実験 2 では全体が灰色の紙片に白黒の楕円 (縦 12 mm, 横 6 mm) を配置した。それ以外の条件は実験 1 と同じである。

3.2.2 結果と考察

表 4 は実験パターンの変換群構造と良さの平均評定値 (括弧内は標準偏差) である。ここに、構造  $MP \wedge RM$  のパターンは存在しないにもかかわらず、 $(MP \wedge RM)_1$  のパターンが現れていることに注意する。パターン 24 と 25 の下線はその要素の色の反転による構造  $(MP)_1$  を持ち、上線はその要素の色の反転による構造  $(RM)_1$  を持つことを意味している。このような場合の多重変換群構造は  $MP_1 \wedge RM_1$  と記して  $(MP \wedge RM)_1$  とは区別することも考えられる。しかし、異なる要素であっても 1 個の要素の色の反転で構造  $MP_1$  と  $RM_1$  をあわせ持つという意味で、後者の記法をそのまま用いている。また、パターン 28 と 29 の破線の下線はどの要素の色を反転しても構造  $MP_1$  になることを意味している。図 3 は変換群構造別の良さの平均評定値を記入したハッセ図である。実験 1 と同様に分散分析を適用した結果は  $F(22, 858) = 27.99, p < .001$  で、変換群構造の主効果は有意であった。表 5 は多重比較の結果である。記号の意味は実験 1 と同じである。

**仮説の検討** まず、距離  $d = 0$  の場合に注目する。表 4 から、実験結果は変換群構造説の予測を基本的に支持していることが分かる。図 3 で直接比較可能な (線で結ばれた) 構造間では、太い実線 (表 5 の◎に対応) が 6 例, 細い実線 (○に対応) が 7 例, 細い破線 (×に対応) が 3 例で、太い点線 (※に対応) は皆無である。実験結果は順序整合性の仮説 (1), (2) を支持している。なお、順方向 (◎と○) 13 例と逆転 (×) 3 例には符号検定で  $p = 0.011 < .05$  (片側) の有意性がある。単一変換群構造の間には、有意ではないが関係  $G(M) = 5.8 > G(P) = 5.3$  と、有意な関係  $G(RM) > G(PR)$  があり、この結果は順序保存の仮説に従っている。

次に、距離  $d \geq 1$  の場合に注目する。空変換群構造 E のパターン 24 個は  $(M \wedge P)_1$  から  $(MP \wedge RM \wedge PR)_2$  までの 12 構造に類別されている。そのうち、 $d = 1$  の構造は  $(M \wedge P)_1$  から  $MP_1$  までの 9 個で、評定値も  $(P \wedge RM)_1$  の 4.2 から  $(PR \wedge MP)_1$  の 2.8 までの範囲に広がっている。

\*2 実は、変換群構造  $P \wedge RM$  のパターンとして ○○○●●●○○●● または ○●●○○●●●○○●● を用いれば  $(P \wedge RM)_2$  のパターンを作ることができる。たとえば前者の場合、 $d = 1$  で ○○○●●○○○●●, ○●●○○●●●●●,  $d = 2$  で ○○○●●○○○●●, ○●●○○●●●●● となる。今井ら [17] の実験では、複雑さは変換構造とラン数に依存し、良さは主に変換構造のみに依存した。しかし、1 個のパターンで構造を代表するこの実験ではラン数が 8 と非常に多いパターンの使用は避けた。ラン数が構造認知の容易さ明瞭さを介して良さ判断に影響する可能性を排除しきれないためである。

表 4 パターンと変換群構造, 良さの評定値 (実験 2, 平均値と標準偏差)

Table 4 Patterns and their transformational group structures with the rated goodness (Experiment 2, average and standard deviation).

No.	Pattern	Transformational group structure		Run	Goodness average (SD)			
1	●●●●●●●●●●	M∧P	10	5	5.9 (1.6)	4.6 (2.0)		
2	○○●●●●●●●●	M∧PR	6	3	6.2 (1.4)			
3	○○●●●●●●●●	P∧RM	10	4	5.6 (1.5)			
4	○○●●●●●●●●	M	48	3	5.8 (1.9)			
5	○○○○●●●●●●	P	56	4	5.3 (1.8)			
6	●●○○●●●●●●	MP∧RM∧PR	6	6	4.0 (1.9)			
7	○○○○●●●●●●	PR∧MP	24	6	3.6 (1.5)			
8	○○●●○○●●●●	PR	24	6	3.0 (1.5)			
9	●●●●○○●●●●	RM	48	6	4.7 (2.2)			
10	●●●●○○●●●●	MP	888	3	4.0 (1.6)			
11	○○●●○○●●●●	MPR	240	7	2.9 (1.4)			
12	○○●●●●●●●●	E	2736	5	4.4 (1.8)	3.9 (1.4)	3.4 (1.3)	
13	○○●○○●●●●●			(M∧P) <sub>1</sub>	5			3.5 (1.6)
14	○○●●●●●●●●			(M∧PR) <sub>1</sub>	5			2.8 (1.3)
15	●●●●○○●●●●			(P∧RM) <sub>1</sub>	5	3.3 (1.4)		3.0 (1.1)
16	○○○○●●●●●●			(P∧RM) <sub>1</sub>	4	4.1 (1.4)		4.2 (1.2)
17	○○●●●●●●●●			(P∧RM) <sub>1</sub>	4	4.4 (1.3)		
18	○○●●●●●●●●			M <sub>1</sub>	4	3.9 (1.8)		3.6 (1.3)
19	○○●●○○●●●●			M <sub>1</sub>	6	3.4 (1.6)		
20	○○○○●●●●●●			P <sub>1</sub>	4	3.5 (1.6)		3.3 (1.3)
21	○○●●○○●●●●			P <sub>1</sub>	6	3.1 (1.6)		
22	●●○○●●●●●●			(MP∧RM∧PR) <sub>1</sub>	6	2.7 (1.4)		3.0 (1.3)
23	○○○○●●●●●●	(MP∧RM∧PR) <sub>1</sub>	5	3.4 (1.6)				
24	○○●●○○●●●●	(MP∧RM) <sub>1</sub>	4	3.3 (1.4)	3.3 (1.3)			
25	○○○○●●●●●●	(MP∧RM) <sub>1</sub>	4	3.4 (1.6)				
26	○○○○●●●●●●	(PR∧MP) <sub>1</sub>	5	3.0 (1.2)	2.8 (1.1)			
27	●●○○●●●●●●	(PR∧MP) <sub>1</sub>	7	2.7 (1.3)				
28	●●●●○○●●●●	MP <sub>1</sub>	5	3.4 (1.5)	3.2 (1.1)			
29	●●○○○○●●●●		MP <sub>1</sub>	4		3.0 (1.4)		
30	○○●●○○●●●●	E <sub>1</sub>		7	2.8 (1.3)	2.7 (1.1)		
31	○○●○○●●●●●			(M∧P) <sub>2</sub>	7		2.7 (1.4)	
32	○○●●●●●●●●			(M∧PR) <sub>2</sub>	6		2.8 (1.4)	
33	○○●●○○●●●●			(M∧PR) <sub>2</sub>	6		2.8 (1.2)	
34	●●○○○○●●●●			(MP∧RM∧PR) <sub>2</sub>	7		2.7 (1.3)	
35	●●○○○○●●●●	(MP∧RM∧PR) <sub>2</sub>	6	2.7 (1.2)				

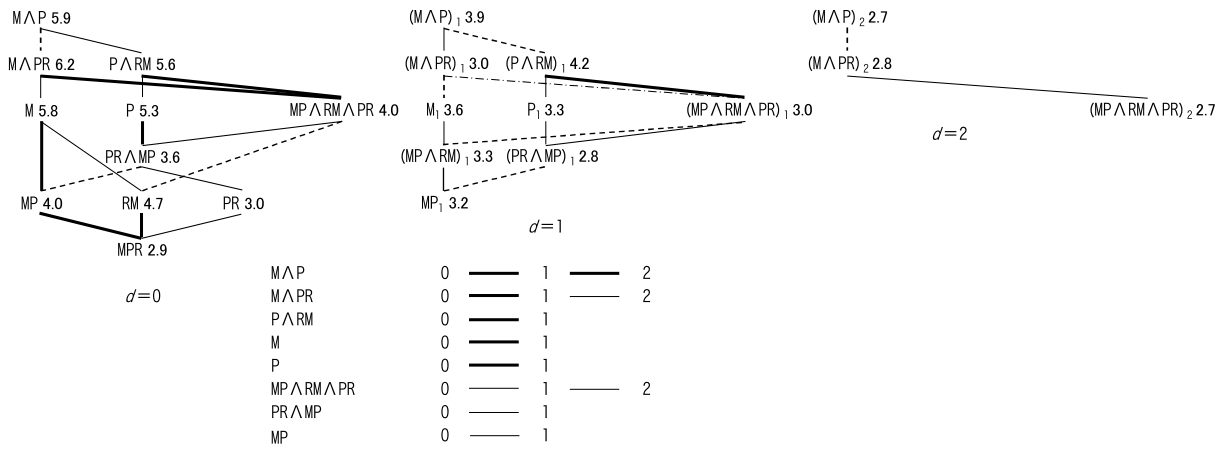


図 3 ハッセ図と良さの評定値 (実験 2)

Fig. 3 Hasse's diagram with the rated goodness (Experiment 2).



表 5 平均値の差の有意性の検定 (実験 2)

Table 5 Significance test for the difference among averages (Experiment 2).

	M $\wedge$ P	M $\wedge$ PR	P $\wedge$ RM	M	P	MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR	PR $\wedge$ MP	PR	RM	MP	MPR	(M $\wedge$ P) <sub>1</sub>	(M $\wedge$ PR) <sub>1</sub>	(P $\wedge$ RM) <sub>1</sub>	M <sub>1</sub>	P <sub>1</sub>	(MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR) <sub>1</sub>	(MP $\wedge$ RM) <sub>1</sub>	(PR $\wedge$ MP) <sub>1</sub>	MP <sub>1</sub>	(M $\wedge$ P) <sub>2</sub>	(M $\wedge$ PR) <sub>2</sub>	(MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR) <sub>2</sub>
M $\wedge$ P																							
M $\wedge$ PR	x																						
P $\wedge$ RM																							
M																							
P																							
MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR																							
PR $\wedge$ MP																							
PR																							
RM																							
MP																							
MPR																							
(M $\wedge$ P) <sub>1</sub>																							
(M $\wedge$ PR) <sub>1</sub>																							
(P $\wedge$ RM) <sub>1</sub>																							
M <sub>1</sub>																							
P <sub>1</sub>																							
(MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR) <sub>1</sub>																							
(MP $\wedge$ RM) <sub>1</sub>																							
(PR $\wedge$ MP) <sub>1</sub>																							
MP <sub>1</sub>																							
(M $\wedge$ P) <sub>2</sub>																							
(M $\wedge$ PR) <sub>2</sub>																							
(MP $\wedge$ RM $\wedge$ PR) <sub>2</sub>																							

図 3 の  $d = 1$  で直接比較可能な構造間では太い実線が 1 例, 細い実線が 6 例, 細い鎖線が 1 例, 細い破線が 4 例で, この順方向 (◎と○) 7 例と逆転 (×) 4 例の符号検定による生起確率は  $p = 0.274 > .05$  (片側) である. しかし, 表 5 の  $d = 1$  どうしで比較可能な部分では順方向 19 例と逆転 7 例で  $p = 0.014 < .05$  (片側) となり, 全体的な実験結果は順序整合性の仮説に従っている. ただし, 距離  $d = 2$  の 3 個の構造の評定値はほとんど同じであり, この実験で准変換群構造が有効に機能しているのは距離  $d \leq 1$  までであることを示唆している\*3.

また, 順序保存の仮説については, いずれにも有意差は認められないが,  $G(M_1) > G(P_1)$  と  $G((MP \wedge RM)_1) > G((PR \wedge MP)_1)$  の向きは同じである.

距離依存性の仮説については,  $d = 0$  と  $d = 1$  の間の 8 例と  $d = 1$  と  $d = 2$  の間の 3 例の計 11 例すべてが予測を支持する向きで, 6 例に有意差がある. 実験結果はこの仮説を支持している.

**認知的変換群の性質** 構造 M のパターン 4 の 1 点から 7 点までの評定値分布は 4, 1, 1, 0, 2, 11, 21 名, 構造 P のパターン 5 の分布は 1, 4, 3, 5, 3, 10, 14 名であった. 後者のピークは 7 点にあり, 分布は M に近い. これも前述のように 6 要素  $\times$  2 周期の構造 P の認知の容易さ明瞭さに起因すると考えられる.

なお, 表 4 で同一構造を持つパターン間の比較では, ラン数の小さい方が評定値が高いのは 4 例, 逆は 1 例である

\*3 なお, 構造 E (この場合には  $d = 1$  の 9 構造と  $d = 2$  の 3 構造の計 12 構造) のデータのみに対する分散分析の結果は  $F(11, 429) = 10.30, p < .001$  となる. 多重比較の結果は, 表 5 の右下の  $12 \times 12$  の部分で 22 個の○のうち 8 個が◎に変わって◎ 13 個と○ 14 個になる.

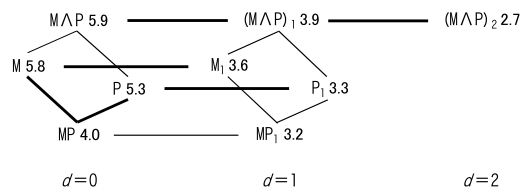


図 4 基本的構造のハッセ図と良さの評定値 (実験 2)

Fig. 4 Hasse's diagram for basic structures with the rated goodness (Experiment 2).

が, 符号検定の結果  $p = 0.188 > .05$  (片側) に有意性は認められない.

**妥当性の大域的検討** 少数のパターンで多くの構造を網羅して実験パターンを構成したことは, 構造間の細部の比較を可能にする一方, 予測の妥当性の大域的な検討を複雑にしている. そこで, 実験パターンから基本的な構造を選択して描いたハッセ図が図 4 である. この図で比較可能な構造間 (たとえば M と MP<sub>1</sub> は M - MP - MP<sub>1</sub> と M - M<sub>1</sub> - MP<sub>1</sub> の 2 経路で比較可能である) では良さの順序はすべて予測を支持する向きで, 平均値の差は多くの場合に有意である (表 5 で◎ 13 例, ○ 8 例). このことは実験結果が准変換群構造を導入した変換群構造説の予測を大域的に支持していることを端的に示している.

さらに図 4 では  $d = 0$  の構造間の順序関係が  $d = 1$  の場合にそのまま成立している. この結果を一般化すれば, 前述の順序保存の仮説 (3), (4), (5) とは異なって, 距離  $d \geq 1$  の准変換群構造間の順序関係は距離  $d = 0$  の変換群構造間の順序関係に等しいという新たな順序保存の可能性が示唆される.

#### 4. おわりに

類似性判断と良さ判断という異質な認知判断に統合的な説明を与えることは変換群構造説 (変換構造説) のほかに類を見ない特徴である. しかし, パターンを構成する 2 値要素の数の増加とともに空変換群構造の占める割合が急増し, 大多数のパターン対の類似度やパターンの良さが区別できなくなるという困難があった. 類似性判断の場合には准変換群構造がパターンの構造認知に有効に機能して, この問題は解消可能であることが実験的に確認されていた [4]. この論文では, 良さ判断の場合にも准変換群構造がパターンの構造認知に有効に機能することが確認された.

准変換群構造による順序予測の妥当性が実験的に確認されたことは人の認知系に局所的な構造の乱れを修正して全体的な構造を優先した認知のモードが存在することを意味している. このことは認知的変換群によって定義された  $d = 0$  の変換群構造すなわち全体的な構造の重要性をあらためて示すものであり, ゲシュタルト心理学の基本的な主張に沿うものである. このような視点から, 実験 2 で示唆された新たな順序保存が類似性判断の場合にも成立するか

否かは検証されるべき興味ある研究課題である。

線形2値パターンには構造が単純で現象の本質を理解しやすいという利点がある。准変換群構造の考え方は線形2値パターン以外の対象にも原理的には適用可能である。しかし、実際にそれがいかに機能するかは具体的に研究されるべき課題である。特に、正方2値行列パターンの問題は小規模2値画像への応用という視点からも興味をひかれる重要な研究課題であると思われる。

謝辞 共同で実験を行った元愛媛大学工学部情報工科学科学生の毛利祐允、松尾朋春、大濱信哉、岡本由貴の諸氏に感謝いたします。また、日ごろから研究に助言をいただく今井四郎北海道大学名誉教授に感謝いたします。なお、この研究の一部は日本学術振興会科学研究費（萌芽研究19654021）の支援で行われました。

### 参考文献

- [1] 天野 要, 今井四郎: パターンの変換構造と類似性認知に関する群論的研究, *心理学研究*, Vol.60, No.5, pp.297-303 (1989).
- [2] 天野 要, 今井四郎: パターンの変換構造と良さの認知に関する群論的研究, *心理学研究*, Vol.63, No.3, pp.181-187 (1992).
- [3] 天野 要, 岡野 大, 緒方秀教, 芝田安裕, 小西敏雄, 福士顕士, 濱田治良, 今井四郎: パターンの類似性判断に関する変換群構造説, *情報処理学会論文誌*, Vol.42, No.11, pp.2733-2742 (2001).
- [4] 天野 要, 荒木正人, 岡野 大, 小西敏雄, 福士顕士, 濱田治良: パターン対の類似性判断に与える准変換群構造の効果, *情報処理学会論文誌*, Vol.49, No.7, pp.2667-2678 (2008).
- [5] Attneave, F.: Symmetry, Information, and Memory for Patterns, *American Journal of Psychology*, Vol.68, No.2, pp.209-222 (1955).
- [6] Garner, W.R. and Clement, D.E.: Goodness of Pattern and Pattern Uncertainty, *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, Vol.2, No.5-6, pp.446-452 (1963).
- [7] Garner, W.R.: Good Patterns Have Few Alternatives, *American Scientist*, Vol.58, No.1, pp.34-42 (1970).
- [8] 行場次朗, 瀬戸伊佐生, 市川伸一: パターンの良さ評定における問題点—SD法による分析結果と変換構造説の対応, *心理学研究*, Vol.56, No.2, pp.111-115 (1985).
- [9] 濱田治良: パターンの複雑さと良さにおける対称変換群の効果, *心理学研究*, Vol.59, No.3, pp.137-143 (1988).
- [10] Hamada, J. and Ishihara, T.: Complexity and Goodness of Dot Patterns Varying in Symmetry, *Psychological Research*, Vol.50, No.3, pp.155-161 (1988).
- [11] 濱田治良, 内海千種, 福士顕士, 天野 要: 対称変換群に基づく複合図形の良さ, *心理学研究*, Vol.82, No.1, pp.1-8 (2011).
- [12] 濱田治良, 内海千種, 福士顕士, 天野 要: 対称変換群に規定される円形要素図形の複雑さと良さ, *心理学評論*, Vol.54, No.2, pp.138-152 (2011).
- [13] Hochberg, J. and McAlister, E.: A Quantitative Approach to Figural "Goodness", *Journal of Experimental Psychology*, Vol.46, No.5, pp.361-364 (1953).
- [14] 市川伸一, 行場次朗: パターンの精神物理学における方法的諸問題の検討, *心理学評論*, Vol.27, No.2, pp.132-157 (1984).
- [15] Imai, S.: Effect of Inter-Pattern Transformation Structures upon Similarity Judgments of Linear Pattern Pairs, *Proc. 20th International Congress of Psychology*, Tokyo, pp.164-165 (1972).
- [16] 今井四郎, 伊藤智啓, 伊藤 進: 良さの判断におよぼすパターン内変換構造の効果, *心理学研究*, Vol.47, No.4, pp.202-210 (1976).
- [17] 今井四郎, 伊藤 進, 伊藤智啓: パターンの良さと複雑さの判断におよぼすパターン内変換構造とラン数の効果, *心理学評論*, Vol.19, No.2, pp.77-94 (1976).
- [18] Imai, S.: Pattern Similarity and Cognitive Transformations, *Acta Psychologica*, Vol.41, No.6, pp.433-447 (1977).
- [19] 今井四郎: パターンの良さについての諸学説, *心理学評論*, Vol.20, No.4, pp.258-272 (1977).
- [20] 今井四郎: パターン認知の変換構造説, 東京大学出版会 (1986).
- [21] Imai, S.: Fundamentals of Cognitive Judgments of Pattern, *Cognition, Information Processing, and Psychophysics: Basic Issues*, Geissler, H.-G., Link, S.W. and Townsend, J.T. (Eds.), pp.225-265, Lawrence Erlbaum Associates (1992).
- [22] 今井四郎, 天野 要: 変換と写像の概念に基づくパターン認知論: 応用数理, Vol.8, No.1, pp.30-45 (1998).
- [23] 伊藤 進: パターンの間の変換構造の認知と類似性の評定, *心理学研究*, Vol.46, No.1, pp.10-18 (1975).
- [24] 児玉優子, 三浦佳世: パターンのよさと知覚的体制化, *心理学研究*, Vol.82, No.3, pp.277-282 (2011).
- [25] Koffka, K.: *Principles of Gestalt Psychology*, Routledge & Kegan Paul Ltd. (1935). 鈴木正彌 (監訳): ゲシュタルト心理学の原理, 福村出版 (1998).
- [26] 小西敏雄, 岡野 大, 緒方秀教, 芝田安裕, 天野 要, 福士顕士, 濱田治良, 今井四郎: パターンの良さ判断に関する変換群構造説, *情報処理学会論文誌*, Vol.44, No.8, pp.2274-2283 (2003).
- [27] 松田隆夫: パターンの良さ判断とパターン内変換構造—パターン認知に関する今井の変換構造説の検討, *心理学研究*, Vol.49, No.4, pp.207-214 (1978).
- [28] 森 敏昭, 吉田寿夫 (編著): 心理学のためのデータ解析ハンドブック, 北大路書房 (1990).
- [29] 永田 靖, 吉田道弘: 統計的多重比較法の基礎, サイエンス社 (1997).
- [30] 中島義明, 安藤清志, 子安増生, 坂野雄二, 繁榎算男, 立花政夫, 箱田裕司 (編): 心理学辞典, 有斐閣 (1999).
- [31] 大西 仁 (編): 特集「類似性と類推」, *認知科学*, Vol.4, No.4 (1997).
- [32] 大西 仁, 鈴木宏昭 (編著): 類似から見た心, 共立出版 (2001).
- [33] 大塚雄作: パタンの認知判断に対する幾何学的変換の役割, *心理学研究*, Vol.55, No.2, pp.67-74 (1984).
- [34] Shepard, R.N.: Representation of Structure in Similarity Data: Problems and Prospects, *Psychometrika*, Vol.39, No.4, pp.373-421 (1974).
- [35] Tversky, A.: Features of Similarity, *Psychological Review*, Vol.84, No.4, pp.327-352 (1977).
- [36] Yodogawa, E.: Symmetry, an Entropy-Like Measure of Visual Symmetry, *Perception & Psychophysics*, Vol.32, No.3, pp.230-240 (1982).



天野 要 (正会員)

1948年生。1971年京都大学工学部電子工学科卒業。1978年北海道大学大学院工学研究科博士課程電気工学専攻修了。工学博士。現在、愛媛大学大学院理工学研究科電子情報工学専攻教授。研究分野は数値解析、情報科学、認知心理学。情報処理学会創立30周年記念論文賞、日本応用数理学会1996年度論文賞、情報処理学会創立40周年記念論文賞受賞。日本数学会、日本応用数理学会、日本心理学会、SIAM各会員。



大矢 拓也

1986年生。2010年愛媛大学工学部情報工学科卒業。2012年愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程電子情報工学専攻修了。現在、株式会社岡山医学検査センター勤務。



荒木 章太

1987年生。2010年愛媛大学工学部情報工学科卒業。2012年愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程電子情報工学専攻修了。現在、愛媛県愛南町役場勤務。



長内 祐

1985年生。2008年愛媛大学工学部情報工学科卒業。2010年愛媛大学大学院理工学研究科博士前期課程電子情報工学専攻修了。現在、今治造船株式会社勤務。



遠藤 慶一 (正会員)

1980年生。2003年京都大学工学部情報学科卒業。2005年京都大学大学院情報学研究科システム科学専攻修士課程修了。2008年同博士後期課程修了。博士(情報学)。現在、愛媛大学大学院理工学研究科電子情報工学専攻講師。研究分野はネットワーク、情報処理、応用数理。電子情報通信学会、日本応用数理学会各会員。



岡野 大 (正会員)

1968年生。1992年東京大学工学部物理工学科卒業。1995年東京大学大学院工学系研究科修士課程物理工学専攻修了。博士(情報理工学)。現在、愛媛大学大学院理工学研究科電子情報工学専攻准教授。研究分野は数値解析、情報処理。情報処理学会創立40周年記念論文賞受賞。日本応用数理学会、SIAM各会員。



小西 敏雄 (正会員)

1959年生。1982年広島大学理学部数学科卒業。1984年愛媛大学大学院理学研究科修士課程数学専攻修了。理学修士。現在、松山東雲女子大学人文科学部心理子ども学科教授。研究分野は数値計画、統計解析、パターン認知。日本数学会、日本応用数理学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会各会員。



福士 顕士 (正会員)

1947年生。1970年北海道大学理学部化学第二学科卒業。1977年北海道大学大学院理学研究科博士課程化学第二専攻修了。理学博士。現在、川村学園女子大学教育学部児童教育学科教授。研究分野は情報科学、計算化学、物理化学、理科教育学。日本物理学会、日本化学会、日本コンピュータ化学会、日本理科教育学会、日本心理学会各会員。



濱田 治良

1947年生。1971年徳島大学教育学部卒業。1976年北海道大学大学院文学研究科博士課程心理学専攻単位取得退学。1980年文学博士。現在、徳島大学大学院ソシオ・アーツ・アンド・サイエンス研究部教授。研究分野は知覚心理学、認知心理学。日本心理学会、日本基礎心理学会各会員。