## ポートフォリオ最適化問題における縁付きヘッセ行列の 極値判定を用いたGAの初期解決定法の有効性

折登 由希子<sup>1,a)</sup> 蔵澄 亨<sup>2</sup> 山本 久志<sup>2</sup> 辻村 泰寛<sup>3</sup>

受付日 2012年4月19日, 再受付日 2012年6月6日, 採録日 2012年7月9日

概要:ロングのポジションをとるアセットの投資配分比率は 0 から 1 の間の実数値で表されるが、ポートフォリオの最適化に実数値型個体表現の進化計算を適用する場合、与えられる実数値範囲の両端の値をとる確率はきわめて低い。これは、ポートフォリオへのアセット非選択(投資配分比率 0)の操作を取り入れることが難しいという問題点を示唆している。そこで本研究は、事例研究として、2 変数の縁付きヘッセ行列の極値判定を用いて目的関数インフォメーションレシオを増加させるアセットの選択と投資配分比率の決定を繰り返し、それらを初期個体集団に導入した GA を適用することでポートフォリオのアセット選択と最適化を効果的に行えることを示す。

キーワード:ポートフォリオ最適化, インフォメーションレシオ, 縁付きヘッセ行列, GA の初期個体集団

### Usefulness of GA with Initial Solutions Given by Bordered Hessian in Portfolio Optimization Problems

Yukiko Orito<sup>1,a)</sup> Toru Kurazumi<sup>2</sup> Hisashi Yamamoto<sup>2</sup> Yasuhiro Tsujimura<sup>3</sup>

Received: April 19, 2012, Revised: June 6, 2012, Accepted: July 9, 2012

**Abstract:** In the portfolio optimization problems, the proportion-weighted combination is represented as a real-valued array between 0 and 1. While applying any evolutionary algorithm, however, the algorithm hardly takes the ends of a given real value. It means that the evolutionary algorithms have a problem that they can not control the asset unselection which the weights are represented as 0. In order to avoid this problem, in a case study of portfolio optimizations employing an evolutionary algorithm, we propose an asset selection method using the extreme value method of bordered hessian and an asset allocation method using the GA in this paper. In the numerical experiments, we show that our GA with initial population consisting of the solutions obtained by the extreme value method and the solutions given at random works well even if the portfolio consists of the large number of asset.

Keywords: portfolio optimization, information ratio, bordered Hessian, initial population of GA

- 立島大学大学院社会科学研究科社会経済システム専攻 Department of Economics, Graduate School of Social Sciences, Hiroshima University, Higashi-Hiroshima, Hiroshima 739-8525, Japan
- <sup>2</sup> 首都大学東京大学院システムデザイン研究科 Faculty of Systems Design, Tokyo Metropolitan University, Hino, Tokyo 191–0065, Japan
- <sup>3</sup> 日本工業大学情報工学科 Department of Computer and Information Engineering, Nippon Institute of Technology, Minami Saitama, Saitama 345-8501, Japan
- a) orito@hiroshima-u.ac.jp

#### 1. はじめに

ポートフォリオ最適化問題は、与えられた目的関数を最小化あるいは最大化するよう、ポートフォリオに組み入れられた個々のアセットの投資配分比率を決定する問題である。この問題に対して、遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm; GA)、シミュレーテッドアニーリング、タブーサーチ、ローカルサーチ、分布推定に基づくアルゴリズムなど様々な進化計算を適用した多くの研究報告があ

る[1],[2],[3],[4],[5]. これらの研究報告では,個々のアセットの投資配分比率を 0 から 1 の間の実数値で表現し,実数値型の個体を操作する進化計算により最適化を行っている。しかしながら,進化計算の個体生成の過程で個体の変数が実数値の両端をとる確率はきわめて小さい。これは,ポートフォリオ最適化問題への進化計算の適用において,アセットの非選択を表す投資配分比率 0 を考慮することが難しいという問題を示唆しており,進化計算の適用によりアセット選択(アセットセレクション)と最適化(アセットアロケーション)の操作を同時に取り入れることは難しい。

この問題を解決するため、進化計算を用いてポートフォ リオへのアセット選択と最適化の両操作を行う手法が提案 されている. Aranhaら [6] は、アセットの選択/非選択を 1/0のバイナリ表現、アセットの投資配分比率を実数値型 表現とした2種の表現を持つ個体を提案し、GAを適用し ている. 一方, 折登ら [7] は, ポートフォリオのパフォーマ ンスに対するアセットの必要度に関する定量的な性質を導 出し、この性質を利用して必要度が高いアセットをポート フォリオへ選択し,必要度が低いアセットをポートフォリ オから削除するというアセットの動的選択操作を行う GA を提案している.しかしながら、これらの研究報告におい ても、与えられたすべてのアセットに対してポートフォリ オへの選択・非選択を繰り返しており、目的関数を最小化/ 最大化することを保証するアセットを効果的にポートフォ リオへ選択できているわけではない. また, 進化計算の初 期個体集団はランダムに生成されており、アセット数が増 加するほど投資配分比率の組合せ数も増加し、最適解を得 ることが困難になる.

そこで本研究では、ポートフォリオへの効果的なアセット選択と最適化の方法として、2 変数の縁付きヘッセ行列の極値判定により目的関数であるインフォメーションレシオの増加を保証するアセットの性質を提案し、その性質を利用して1 アセットをポートフォリオへ選択する操作を繰り返すアセット選択方法を提案する。さらに、このアセット選択方法により得られた解を初期個体集団に導入したGA を適用することで、効果的にポートフォリオの最適化を行えることを示す。

東京証券取引所を対象とした数値実験において,提案手法が従来の GA やアセットの動的選択操作を行う GA [7] だけでなく,提案手法において GA の初期個体集団の全個体を一様乱数で生成した場合より効果的な解探索を行えることを示す.

本論文の構成を述べる. まず 2 章では,ポートフォリオ 最適化問題の定式化を行い,目的関数を明示する. 3 章で は,縁付きヘッセ行列の極値判定によるアセット選択方法 を提案し,GAによるポートフォリオ最適化方法について 記述する. 4 章では,数値実験結果とその考察を示す.最 後に5章においてまとめとする.

#### 2. ポートフォリオ最適化問題

ポートフォリオ最適化問題の定式化にあたり、本研究で 使用する記号とその意味を以下に定義する.

M:ポートフォリオへの組入れ候補となる全アセット数. i:アセットi ( $i=1,\cdots,M$ ).

A: 全アセットの集合  $A = \{1, \dots, M\}$ .

 $\mathbf{X}$ :ポートフォリオに組み入れられたアセットの集合  $\mathbf{X} = \{1, \cdots, \#\mathbf{X}\}\ (\mathbf{X} \subseteq \mathbf{A})$ . ただし、 $\#\mathbf{X}$  は集合  $\mathbf{X}$  の要素数を表す.

t: 時点 t  $(t = 1, \dots, T)$ .

 $r_B(t)$ : 時点 t におけるベンチマーク指数の増減率.

 $r_i(t)$ : 時点 t におけるアセット i のリターン.

 $w_i$ :ポートフォリオに組み入れられたアセットiの投資配分比率.ただし、本研究では空売りを認めないため $0 \le w_i \le 1$ となる.

 $\mathbf{w}$ :アセットの集合  $\mathbf{X}$  のポートフォリオ  $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_{\#\mathbf{X}})$ .

 $r_{\mathbf{w}}(t)$ :ポートフォリオ  $\mathbf{w}$  の時点 t におけるリターン.

$$r_{\mathbf{w}}(t) = \sum_{i \in \mathbf{Y}} w_i \cdot r_i(t)$$

ベンチマーク指数に対するポートフォリオのパフォーマンスを評価する代表的指標として、平均分散モデルをもとにしたインフォメーションレシオがあげられる。ポートフォリオのインフォメーションレシオが高いとき、そのポートフォリオはベンチマーク指数の変動率に対して小さなリスクで大きなリターンを得るポートフォリオであるといえる。本研究では、ベンチマーク指数に対するポートフォリオの超過リターンを  $\mathbf{r}_d = (r_{\mathbf{w}}(1) - r_B(1), \cdots, r_{\mathbf{w}}(T) - r_B(T))$ としたとき、目的関数であるポートフォリオ  $\mathbf{w}$  のインフォメーションレシオを次式で定義する。

$$IR_{\mathbf{w}} = \frac{avg\left(\mathbf{r}_d\right)}{\sqrt{var\left(\mathbf{r}_d\right)}}\tag{1}$$

ここで、 $avg(\mathbf{r}_d)$  は  $\mathbf{r}_d$  の平均、 $var(\mathbf{r}_d)$  は  $\mathbf{r}_d$  の分散を表す。以上より、インフォメーションレシオの最大化を目的とした本研究のポートフォリオ最適化問題を次式で定義する.

$$\max_{\mathbf{w}} IR_{\mathbf{w}}$$
s.t. 
$$\sum_{i=1}^{M} w_i = 1,$$

$$w_i > 0.$$

# 3. 縁付きヘッセ行列の極値判定によるアセット選択と GA によるポートフォリオ最適化

本研究では、ポートフォリオへのアセット選択と最適化 の方法として、3.1 節において縁付きヘッセ行列の極値判

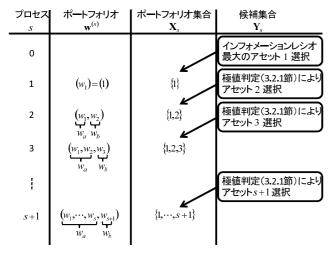


図1 アセット選択操作プロセス

Fig. 1 Process of asset selection.

定を利用したアセット選択方法, 3.2 節において GA によるポートフォリオ最適化方法を記述する.

## 3.1 縁付きヘッセ行列の極値判定によるアセット選択3.1.1 アセット選択方法

本研究で提案する縁付きヘッセ行列の極値判定を利用したアセット選択方法は、目的関数であるインフォメーションレシオの増加を保証する1アセットをポートフォリオへ繰り返し選択する方法である.

まず、アセット選択操作プロセスの繰返し回数をs(初期はs=0)と定義する。初期の全アセットの集合  $\mathbf{A}$  のプロセスs における部分集合を $\mathbf{X}_s$  ( $\mathbf{X}_s\subseteq \mathbf{A}$ )、 $\mathbf{Y}_s$  ( $\mathbf{Y}_s\subseteq \mathbf{A}$ ) と定義する。 $\mathbf{X}_s$  がs 回目のプロセスにおけるポートフォリオを構成するアセットの集合を表し、 $\mathbf{Y}_s$  がそれ以外のアセットの集合を表す。本研究では以下、 $\mathbf{X}_s$  をポートフォリオ集合、 $\mathbf{Y}_s$  を候補集合と呼び、 $\mathbf{X}_s$  のポートフォリオを $\mathbf{w}^{(s)}=(w_1,\cdots,w_{\#\mathbf{X}_s})$  と定義する。ここで、 $\mathbf{A}=\mathbf{X}_s\cup\mathbf{Y}_s$ かつ  $\mathbf{X}_s\cap\mathbf{Y}_s=\emptyset$  が成り立つ。アセット選択操作手順を以下に示し、図  $\mathbf{1}$  にプロセスの推移を記述する。

#### (1) ポートフォリオの初期化

初期プロセスs=0において、集合  $\mathbf{A}$ に含まれる個々のアセットのインフォメーションレシオを算出する.最大のインフォメーションレシオを持つ1アセットをポートフォリオ集合へ選択し、便宜上  $\mathbf{X}_{s+1}=\{1\}$  と記述する.このとき、ポートフォリオは  $\mathbf{w}^{(s+1)}=(w_1)=(1)$ と表される.

(2) プロセス回数の加算 s に 1 を加算する.

(3) 縁付きヘッセ行列の極値判定によるアセット選択 候補集合  $Y_s$  から抽出した個々のアセットをポート フォリオ集合  $X_s$  と組み合せ、3.1.2 項で後述する縁 付きヘッセ行列の極値判定により最大のインフォメー ションレシオとなる 1 アセットを選択し、それを  $X_s$  へ組み入れてポートフォリオ集合  $\mathbf{X}_{s+1}$  として更新する. ここで、ポートフォリオ集合  $\mathbf{X}_s$  を1アセットと見なしアセットa、候補集合  $\mathbf{Y}_s$  から選択する1アセットをアセットbと呼ぶ.

 $s \geq 1$  のとき、1 回のプロセス s において 1 アセットのみが選択されるため、ポートフォリオは  $\mathbf{w}^{(s+1)} = (w_1, \cdots, w_{\#\mathbf{X}_{s+1}}) = (w_1, \cdots, w_{s+1})$  と表されるが、本研究ではこのポートフォリオをアセット a とb の 2 アセットのポートフォリオ  $(w_a, w_b)$  と見なすため、次式で正規化を行う.

$$\mathbf{w}^{(s+1)} = (w_1, \dots, w_s, w_{s+1})$$

$$= (w_a \cdot w_1, \dots, w_a \cdot w_s, w_b)$$
(3)

#### (4) 終了条件

ポートフォリオ  $\mathbf{w}^{(s+1)}$  のインフォメーションレシオ  $IR_{\mathbf{w}^{(s+1)}}$  がプロセス s のそれに対して次式を満たす場合,これ以上のアセット選択によるインフォメーションレシオの上昇は期待できないと考え,ポートフォリオ集合  $\mathbf{X}_s$  とポートフォリオ  $\mathbf{w}^{(s)}$  を本アセット選択方法より得られたポートフォリオの組み入れアセットとポートフォリオとして抽出し,アセット選択操作を終了する.

$$IR_{\mathbf{w}^{(s+1)}} \le IR_{\mathbf{w}^{(s)}} \tag{4}$$

式 (4) を満たさない場合, アセット選択操作手順 (2) に戻る.

3.1.2 縁付きヘッセ行列の極値判定を利用したインフォメーションレシオを増加させるアセットの性質の 提案

本項では、縁付きヘッセ行列の極値判定を利用して、アセットa、bの2アセットで構成されるポートフォリオのインフォメーションレシオを増加させるアセットの性質を提案する.

ここで、式 (2) と同様に、アセット a、b の 2 アセットで構成されるポートフォリオ  $\mathbf{w} = (w_a, w_b)$  のインフォメーションレシオの最大化問題を次式で定義する.

$$\max_{\mathbf{w}} IR_{\mathbf{w}}$$
s.t.  $w_a + w_b = 1$ ,
$$w_a \ge 0, w_b \ge 0.$$
 (5)

本研究では、この問題を制約条件付き極値問題ととらえ、ラグランジュの未定乗数法から得られた解に対して縁付き ヘッセ行列の極値判定により極大値となる解を求める。 ベンチマーク指数の変動率に対するアセット a, b の超過リターンをそれぞれ  $\mathbf{r}_a = (r_a(1) - r_B(1), \cdots, r_a(T) - r_B(T))$ ,  $\mathbf{r}_b = (r_b(1) - r_B(1), \cdots, r_b(T) - r_B(T))$  と表し、式 (5) における制約  $w_a \geq 0$ ,  $w_b \geq 0$  を満たすため  $w_a = v_a^2$ ,  $w_b = v_b^2$ 

と変換すると、本研究での制約条件付き極値問題の目的関数  $f(w_a, w_b)$  と制約条件  $g(w_a, w_b)$  は次式で定義される.

$$f(w_a, w_b) = \frac{avg(w_a \mathbf{r}_a + w_b \mathbf{r}_b)}{\sqrt{var(w_a \mathbf{r}_a + w_b \mathbf{r}_b)}}$$

$$g(w_a, w_b) = w_a + w_b - 1 = 0$$
(6)

ここで、ラグランジュ乗数を $\lambda$ としたとき、ラグランジュ関数 $L(w_a, w_b, \lambda)$ は次式で表現される.

$$L(w_a, w_b, \lambda) = f(w_a, w_b) + \lambda \cdot g(w_a, w_b) \tag{7}$$

極大値の判定は、ラグランジュ関数の縁付きヘッセ行列が正となることにより行われる。ラグランジュの未定乗数法による停留点  $(w_a,w_b,\lambda)=(\alpha,\beta,\lambda_0)$  とラグランジュ関数の縁付きヘッセ行列 |H| を式 (8), (9) にそれぞれ示す。なお、 $cov(\mathbf{r}_a,\mathbf{r}_b)$  はアセット a, b の超過リターン  $\mathbf{r}_a$ ,  $\mathbf{r}_b$  の共分散を表す。

共分散を表す。
$$\begin{cases}
w_a = \alpha = \frac{cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b)avg(\mathbf{r}_b) - avg(\mathbf{r}_a)var(\mathbf{r}_b)}{U} \\
w_b = \beta = \frac{cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b)avg(\mathbf{r}_a) - avg(\mathbf{r}_b)var(\mathbf{r}_a)}{U} \\
\lambda = \lambda_0 = 0
\end{cases}$$

 $|H| = \frac{-U^3|U|}{K^{\frac{3}{2}}} \tag{9}$ 

ただし,

$$U = cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b) (avg(\mathbf{r}_a) + avg(\mathbf{r}_b)) - avg(\mathbf{r}_a)var(\mathbf{r}_b)$$
$$-avg(\mathbf{r}_b)var(\mathbf{r}_a)$$
(10)

$$K = (cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b)^2 - var(\mathbf{r}_a)var(\mathbf{r}_b))$$

$$\times (2cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b)avg(\mathbf{r}_a)avg(\mathbf{r}_b) - avg(\mathbf{r}_a)^2var(\mathbf{r}_b)$$

$$-avg(\mathbf{r}_b)^2var(\mathbf{r}_a))$$
(11)

式 (8), (9) より, U<0 かつ K>0 の条件のとき縁付きヘッセ行列 |H| が正となり, インフォメーションレシオは式 (8) から与えられる投資配分比率  $(w_a,w_b)=(\alpha,\beta)$  において極大となる.

本研究では,U < 0 かつ K > 0 の条件に対する計算の 簡略化のため,ポートフォリオ  $\mathbf{w} = (w_a, w_b)$  のインフォ メーションレシオを増加させるアセット a, b のシンプル な性質を,性質 1 として以下に提案する.

#### 性質1

時点 t=1 から t=T までのベンチマーク指数の変動率に対するアセット a, b の超過リターンをそれぞれ  $\mathbf{r}_a$ ,  $\mathbf{r}_b$  と表す.  $\mathbf{r}_a$ ,  $\mathbf{r}_b$  が式 (12) の条件を満たすとき,式 (8) で与えられるポートフォリオ  $\mathbf{w}=(w_a,w_b)$  のインフォメーションレシオは増加する.

$$\begin{cases} avg(\mathbf{r}_a)avg(\mathbf{r}_b) > 0\\ cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b) \neq \sqrt{var(\mathbf{r}_a)}\sqrt{var(\mathbf{r}_b)}\\ U < 0 \end{cases}$$
 (12)

#### 証明

(8)

式 (9) より, U < 0 かつ K > 0 のとき縁付きヘッセ行列 |H| が正となる.

K を表す式 (11) の 1 項目は,式 (12) における  $cov(\mathbf{r}_a,\mathbf{r}_b) \neq \sqrt{var(\mathbf{r}_a)}\sqrt{var(\mathbf{r}_b)}$  の条件が成り立つとき, コーシー・シュワルツの定理から次式が成り立つ.

$$cov(\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b)^2 - var(\mathbf{r}_a)var(\mathbf{r}_b) < 0$$

また、同様に、式 (11) の 2 項目は、式 (12) における  $avg(\mathbf{r}_a)avg(\mathbf{r}_b)>0$  の条件が成り立つとき、

$$\begin{aligned} &2cov(\mathbf{r}_{a}, \mathbf{r}_{b})avg(\mathbf{r}_{a})avg(\mathbf{r}_{b}) - avg(\mathbf{r}_{a})^{2}var(\mathbf{r}_{b}) \\ &- avg(\mathbf{r}_{b})^{2}var(\mathbf{r}_{a}) \\ &< 2\sqrt{var(\mathbf{r}_{a})}\sqrt{var(\mathbf{r}_{b})}avg(\mathbf{r}_{a})avg(\mathbf{r}_{b}) \\ &- avg(\mathbf{r}_{a})^{2}var(\mathbf{r}_{b}) - avg(\mathbf{r}_{b})^{2}var(\mathbf{r}_{a}) \\ &= -\left(\sqrt{var(\mathbf{r}_{a})}avg(\mathbf{r}_{b}) - \sqrt{var(\mathbf{r}_{b})}avg(\mathbf{r}_{a})\right)^{2} \\ &< 0 \end{aligned}$$

が成り立つことにより、K > 0 が示される.

以上より、 $\mathbf{r}_a$ 、 $\mathbf{r}_b$  が式 (12) の条件を満たすとき、U<0 かつ K>0 により縁付きヘッセ行列 |H| が正となり、式 (8) で与えられるポートフォリオ  $\mathbf{w}=(w_a,w_b)$  のインフォメーションレシオは増加することが証明された。 $\square$ 

一方、式 (6) で定義した制約条件  $g(w_a,w_b)$  は、計算過程では  $w_a=v_a^2$ 、 $w_b=v_b^2$  として扱ったため投資配分比率の制約  $w_a\geq 0$ 、 $w_b\geq 0$  は満たすが、 $w_a\leq 1$ 、 $w_b\leq 1$  を満たすことは保証しない。本研究では、この問題を回避するため、性質 1 によりインフォメーションレシオを増加させる投資配分比率  $(w_a,w_b)$  が実行可能解となったアセット b のみポートフォリオへの選択可能アセットとして採択する。

#### 3.2 GAによるポートフォリオ最適化

3.1 節で提案した縁付きヘッセ行列の極値判定を利用したポートフォリオへのアセット選択方法は、ポートフォリオ  $\mathbf{w}^{(s)}$  を構成する複数アセットの投資配分比率の合計を  $w_a$ 、選択した1アセットの投資配分比率を  $w_b$  とした2変数により、1プロセスにおけるアセット選択後のポートフォリオ  $\mathbf{w}^{(s+1)}$  を表現するため、式(3) によりポートフォリオ  $\mathbf{w}^{(s)}$  を構成する複数アセットの投資配分比率の合計を  $w_a$  となるよう正規化している.このため、本アセット選択方法により最終的に得られたポートフォリオは最適解ではないことが想定される.そこで、本研究では、本アセット選択方法により最終的に得られた解(ポートフォリオ)を初期個体集団に導入した  $\mathbf{GA}$  を適用することで、より効果的にポートフォリオの最適化を行う手法を提案する.

本研究で用いた GA の遺伝子表現,遺伝子操作について以下に示す.

#### 3.2.1 遺伝子表現と適応度

各遺伝子は各アセットの投資配分比率  $w_i$  に相当し、遺伝子を列挙した染色体はポートフォリオ集合  $\mathbf{X}$  のポートフォリオ  $\mathbf{w} = (w_1, \cdots, w_{\#\mathbf{X}})$  に相当する。GA の適応度は式 (1) で定義したインフォメーションレシオを最大にすることである。

#### 3.2.2 遺伝子操作

GA の初期個体集団は、一般的には探索空間に対して一様乱数で与えられる。一方、探索空間を分離した複数の領域に個々の初期個体集団を与え、各領域において独立に探索を進める生得分離モデル [8] が提案されている。

本研究では、これらの研究報告の初期個体集団の与え方を組み合わせ、GAの初期個体集団を本アセット選択方法により得られた個体と一様乱数から与えた個体により構成することで、本アセット選択方法により得られた個体が最適化において有効な個体であるか考察を行う。本研究で利用するGAの各遺伝子操作について、以下に記述する。

#### (1) 初期個体集団の生成

初期個体集団を本アセット選択方法により得られた個体と一様乱数から与えた個体により構成する。集団サイズは  $Pop\_Size$  とし、集団内に占める本アセット選択方法により得られた個体の導入数を Pp とする。例として、Pp=10 ならば、初期個体集団内に 10 個体のみ本アセット選択方法により得られた個体(同一の10 個体)が導入される。

#### (2) 交叉

交叉確率 Pc において、二点交叉により子個体を生成する。なお、生成された個体は、投資配分比率の合計が 1 となるよう正規化する。

#### (3) 突然変異

突然変異確率 Pm において、二点突然変異により子個体を生成する。突然変異を起こす遺伝子は、一様乱数で与えられる。なお、生成された個体は、投資配分比率の合計が 1 となるよう正規化する。

#### (4) 選択

親個体集団と交叉と突然変異により生成された子個体集団から、エリート選択確率 Pe、ルーレット選択確率 1-Pe で次世代集団のための個体を選択する.

#### (5)終了条件

設定した最大世代数  $Gene\_Size$  で GA を終了する. 終了条件を満たすまでは、GA の操作手順 (2) から (5) を繰り返す.

GA 終了後の個体集団において、適応度最大の個体を抽出し、これを本アセット選択とポートフォリオ最適化手法により得られた最適解(最適ポートフォリオ)とする.

#### 4. 数值実験結果

数値実験では、ポートフォリオへ組み入れるアセットの

候補集合として東京証券取引所一部市場の時価総額上位 M アセット,ベンチマーク指数として TOPIX を利用した。1997年から 2007年の実験期間を 100 日からなる 26 期間に区切り,期間 1 から期間 26 のそれぞれの期間において数値実験を行った。データは東洋経済新報社の株価 CD-ROM [9],トムソンロイター社の DataStream [10] から得ており,実験対象アセットは各データ期間中に新規上場や上場廃止によるデータ欠如のない銘柄,時点 t のアセット i の価格として銘柄 i の終値を用いている。

数値実験において比較考察を行う6手法により得られたポートフォリオと設定したパラメタ値について以下に示す.

#### GA

候補集合の全アセットをポートフォリオに組み入れ, 初期個体集団を一様乱数で与えた GA による最適化手 法により得られたポートフォリオ.

実験に用いた GA のパラメタ値は,集団サイズ  $Pop\_Size=100$ ,交叉確率 Pc=0.9,突然変異確率 Pm=0.1,エリート選択率 Pe=0.8,最大世代数  $Gene\_Size=1000$ , GA のシミュレーション回数 10 である.

#### • 動的 GA

ポートフォリオのパフォーマンスに対するアセットの必要度に関する定量的な性質を導出し、この性質を利用して、まず候補集合へGAを適用することで必要度が高いアセットをポートフォリオへ選択し、次にポートフォリオ集合へ同様のGAを適用することで必要度が低いアセットをポートフォリオから削除するというアセットの動的選択・削除操作を交互に繰り返し行う手法により得られたポートフォリオ.

本研究で提案したアセット選択方法で利用するアセット選択の基準は「ポートフォリオのインフォメーションレシオを必ず増加させる性質」であるのに対し、折登ら [7] が提案した動的 GA でのアセット選択の基準はそれより緩い「ポートフォリオのインフォメーションレシオを選択アセットのインフォメーションレシオより高い値にする性質」である。動的 GA では、この性質を満たし、投資配分比率の高いアセットをポートフォリオへ選択している。

実験に用いた動的 GA のパラメタ値は,集団サイズ  $Pop\_Size=100$ ,交叉確率 Pc=0.9,突然変異確率 Pm=0.1,エリート選択率 Pe=0.8,最大世代数  $Gene\_Size=100$ ,アセット選択境界値 0.8,アセット削除境界値 0.1,GA のシミュレーション回数 10 である.

動的 GA では、予備実験により、個々のアセットの投資配分比率の大小関係が収束したことを考慮し、折登ら [7] と同様に最大世代数を 100 世代に設定した. なお、動的 GA では、100 世代のアセット選択・削除の

表 1	インフォメー	-ションレシオとフ	プセット数 #X	(M = 10  の場合 $)$
-----	--------	-----------	----------	------------------

**Table 1** Information ratio and the number of assets  $\#\mathbf{X}$  (In case studies of M=10).

					T				
期間	GA	アセット数	動的 GA	アセット数	極値判定	極値判定 GA_1	極値判定 GA_0	極値判定 GA_all	アセット数
1	0.3501	10	0.3128	4	0.3265	0.3480	0.3480	0.3480	6
2	0.3089	10	0.3082	8	0.3067	0.3089	0.3089	0.3089	10
3	0.1031	10	-	1	0.1026	0.1031	0.1031	0.1032	3
4	0.1798	10	0.1795	8	0.1778	0.1798	0.1798	0.1798	8
5	0.1859	10	0.1266	3	0.1803	0.1859	0.1859	0.1860	4
6	0.2404	10	0.2366	9	0.2359	0.2404	0.2404	0.2404	10
7	0.3648	10	0.3637	5	0.3629	0.3648	0.3648	0.3648	6
8	0.3573	10	0.1331	2	0.3628	0.3573	0.3573	0.3573	5
9	0.1370	10	-	1	0.1361	0.1370	0.1370	0.1370	3
10	0.0238	10	-	1	0.0246	0.0238	0.0238	0.0238	3
11	0.1415	10	0.0890	2	0.1391	0.1415	0.1415	0.1415	3
12	0.0133	10	-	1	-	-	-	-	1
13	0.2161	10	0.2036	4.9	0.2151	0.2161	0.2161	0.2161	6
14	0.1212	10	0.1096	4	0.1191	0.1212	0.1212	0.1212	5
15	0.1826	10	0.0817	2	0.1802	0.1823	0.1823	0.1823	5
16	0.1369	10	-	1	0.1343	0.1369	0.1369	0.1369	3
17	0.2356	10	0.2241	3	0.2354	0.2356	0.2356	0.2356	5
18	0.2195	10	-0.1225	1.2	0.2191	0.2195	0.2195	0.2195	4
19	0.2206	10	0.1751	2	0.2200	0.2206	0.2206	0.2206	5
20	0.1651	10	0.1403	2	0.1648	0.1651	0.1651	0.1651	4
21	0.1504	10	-	1	0.1504	0.1504	0.1504	0.1504	4
22	0.3330	10	0.3305	6.2	0.3309	0.3330	0.3330	0.3330	6
23	0.0991	10	0.0488	2	0.0990	0.0991	0.0991	0.0991	5
24	0.2445	10	0.2317	3	0.2443	0.2445	0.2445	0.2445	6
25	0.4345	10	0.1522	2	0.4344	0.4345	0.4345	0.4345	5
26	0.3997	10	0.3479	4	0.3973	0.3997	0.3997	0.3997	7

繰返し分が実施されることになり、数値実験においては、期間により異なるが、上記 GA だけの手法と同様にトータルの GA 操作は約 1,000 世代実施される.

#### • 極値判定

縁付きヘッセ行列の極値判定によるアセット選択手法 により得られたポートフォリオ.このポートフォリオ は、GAによる最適化は行わない.

#### • 極値判定 GA\_1

本研究で提案した縁付きヘッセ行列の極値判定を利用したアセット選択と GA による最適化手法により得られたポートフォリオ. アセット選択方法により得られた1個体を GA の初期個体集団に導入している.

実験に用いた極値判定  $GA_1$  のパラメタ値は、アセット選択方法により得られた個体の導入数を Pp=1 とし、他は上記 GA だけの手法と同様に設定した.

#### 極値判定 GA\_0

本研究で提案した縁付きヘッセ行列の極値判定を利用したアセット選択と GA による最適化手法により得られたポートフォリオ. アセット選択方法により得られた個体は GA の初期個体集団に導入していない. すなわち. ポートフォリオに組み入れられたアセットはア

セット選択方法により極値判定 GA.1 と同様のアセットが選択されているが、GA の初期集団内の全個体の投資配分比率は一様乱数で与えられる.

実験に用いた極値判定  $GA_0$  のパラメタ値は,アセット選択方法により得られた個体の導入数を Pp=0 とし,他は上記 GA だけの手法と同様に設定した.

#### ● 極値判定 GA\_all

本研究で提案した縁付きヘッセ行列の極値判定を利用したアセット選択と GA による最適化手法により得られたポートフォリオ. アセット選択方法により得られた個体を GA の初期個体集団のすべての個体としている. すなわち, 初期個体集団は同一の個体で構成されている.

実験に用いた極値判定 GA-all のパラメタ値は,アセット選択方法により得られた個体の導入数を  $Pp = Pop\_Size$  とし,他は上記 GA だけの手法と同様に設定した.

#### 4.1 提案最適化手法の有効性

候補集合のアセット数が異なる M=10, M=1000 の それぞれの場合について、各最適化手法を適用することに

表 2	インフォメーショ	ンレシオとアセット数 #X	(M=1000 の場合)
-----	----------	---------------	--------------

Table 2	Information ratio and	d the number of assets $\#X$	(In case studies of $M = 1000$ ).

期間	GA	アセット数	動的 GA	アセット数	極値判定	極値判定 GA_1	極値判定 GA_0	極値判定 GA_all	アセット数
1	0.7522	1000	1.4817	105.8	2.7909	4.4468	2.9632	4.4283	174
2	0.7348	1000	1.3503	49.5	3.2919	4.8393	2.8939	4.7977	172
3	0.6329	1000	1.3858	111.5	2.3733	4.3768	2.6910	4.3639	172
4	0.9576	1000	1.9641	106.2	5.0526	9.3210	4.4335	8.9758	191
5	0.9297	1000	1.9240	96.3	4.2420	8.3411	3.9049	8.2279	185
6	1.3226	1000	3.0641	159.2	7.1441	13.5590	4.9654	13.6299	208
7	0.9593	1000	1.6785	71.3	3.1604	5.2600	3.4526	5.1224	175
8	0.7739	1000	1.4379	63.0	2.1156	3.3162	2.9503	3.2749	130
9	0.9335	1000	1.8931	100.8	2.2412	4.2194	3.7259	4.2169	144
10	0.7320	1000	1.5335	87.5	1.9590	3.4245	2.8419	3.5209	140
11	0.9915	1000	2.2150	127.2	3.6093	6.2420	4.5067	6.1839	154
12	0.8085	1000	1.8912	103.9	2.7147	4.8185	3.0263	4.7737	154
13	0.8702	1000	1.6235	112.1	2.7293	5.4704	3.3307	5.3024	163
14	1.0069	1000	2.0880	106.3	3.7112	6.9269	4.3082	6.9023	170
15	0.9090	1000	1.8222	110.6	3.5506	6.0421	3.4999	6.0139	179
16	1.1913	1000	2.5363	129.7	6.1578	12.5048	4.5328	11.8340	183
17	0.8862	1000	1.9913	133.9	3.5160	6.7476	3.7258	6.5443	177
18	1.0720	1000	2.6895	141.2	6.3271	11.9219	4.5363	11.6650	206
19	0.9678	1000	2.2322	117.9	4.7517	9.1778	4.5332	9.0514	202
20	1.2138	1000	2.5270	171.1	8.2027	18.5653	4.4133	18.0859	246
21	1.0302	1000	2.4593	116.8	10.9735	24.1533	4.2993	22.7817	234
22	1.1510	1000	2.3682	137.7	6.1336	11.6141	4.6261	10.4653	223
23	0.7345	1000	1.6203	86.4	6.1476	12.4939	3.6633	12.7878	253
24	0.7067	1000	1.3401	67.0	5.1687	10.6953	3.3011	11.0592	208
25	0.7921	1000	1.4843	58.4	5.9207	9.6881	3.7018	9.2239	199
26	0.9925	1000	1.9687	82.7	5.6358	11.0857	4.2293	11.3938	212

より得られたポートフォリオのインフォメーションレシオを表 1,表 2 に示す。また,各最適化手法がポートフォリオへ選択したアセット数 #X も表 1,表 2 に示す。なお,表中において,GA,動的 GA,極値判定 GA\_1,極値判定 GA\_0,極値判定 GA\_all の実験結果は,シミュレーション回数 10 回の平均インフォメーションレシオを示しており,表中の "-" 記号は,ポートフォリオへの初期導入アセット以外にアセット選択操作において条件を満たすアセットが存在しなかったケースを表している。また,M=1000 の場合について,GA,動的 GA,極値判定 GA\_1 のシミュレーション 1 回あたりの平均計算時間を表 3 に示す。

表 1 より,候補集合のアセット数が少数(M=10)の場合,GA と提案手法である極値判定 GA 1,極値判定 GA 00,極値判定 GA 10 の子を値判定 10 の子を値判定 10 の子を値判定の各手法よるポートフォリオより高い値を得ることが分かる。この結果は,ポートフォリオへ組み入れるアセット数が少ないとき,初期個体集団を一様乱数で与える単純 10 の場できることを示している。

一方, 表 2 より, 候補集合のアセット数が多数 (M=1000) の場合, 極値判定 GA.1, 極値判定 GA.all のインフォメー

ションレシオは, GA, 動的 GA, 極値判定, 極値判定 GA\_0 の各手法よるポートフォリオよりきわめて高い値を得るこ とが分かる. また, 表 3 より, 極値判定 GA\_1 は, GA や 動的 GA と比較し、はるかに少ない計算時間でポートフォ リオを構築できることが分かる. 極値判定 GA\_0, 極値判 定 GA\_all も極値判定 GA\_1 と同様の計算時間である. こ れらの結果は、ポートフォリオが多数のアセットで構成さ れる GA やアセットの選択・削除操作を繰り返す動的 GA と比較して,縁付きヘッセ行列の極値判定を利用した本ア セット選択方法によるアセット選択が、インフォメーショ ンレシオを高くする方向で効率的に行われたこと, GA の 初期個体集団の生成に本アセット選択方法から得た解を取 り入れることが有効であることを示し、ポートフォリオへ 組み入れるアセット数が多くなるほど、初期個体集団を一 様乱数で与える単純 GA や極値判定 GA\_0 では十分なポー トフォリオの最適化を行えないことを示唆している.

一方, 実務的観点から, ポートフォリオの運用コストを考慮すると, ポートフォリオは少数のアセットで構成されることが望まれる. しかしながら, 表 2 より, 提案手法である極値判定 GA\_1, 極値判定 GA\_0, 極値判定 GA\_all によりポートフォリオへ選択されたアセット数は, 動的 GA

表 3 シミュレーション 1 回あたりの平均計算時間 (秒) **Table 3** Computational time per simulation.

期間	GA	動的 GA	極値判定 GA_1
1	206.5	148.9	27.8
2	194.3	146.2	27.3
3	199.8	145.2	27.1
4	192.0	163.4	30.5
5	186.1	157.5	29.4
6	190.1	180.0	33.6
7	191.9	151.0	28.2
8	192.5	112.5	21.0
9	189.0	123.7	23.1
10	192.0	120.0	22.4
11	189.1	134.4	25.1
12	187.3	132.8	24.8
13	192.0	140.3	26.2
14	188.2	146.2	27.3
15	192.7	153.7	28.7
16	192.6	155.9	29.1
17	189.8	149.5	28.1
18	191.0	151.5	33.4
19	187.5	145.6	32.7
20	186.8	147.3	42.7
21	187.3	121.3	40.0
22	185.8	142.3	36.9
23	189.5	138.0	43.7
24	191.2	143.1	34.0
25	190.9	133.9	32.3
26	191.0	144.8	34.8

のそれより多くなっている.少数アセットで高いインフォメーションレシオを持つポートフォリオを構築したく,アセット数とコストの関係を考慮したポートフォリオの最適化は今後の課題としたい.

さらに、表 2 より、期間よって極値判定 GA\_1 と極値判定 GA\_all のインフォメーションレシオの優位性が変わることが分かる。極値判定 GA\_1 はアセット選択方法で得た1個体だけを GA の初期個体集団に導入し、他の個体を一様乱数で与えるが、極値判定 GA\_all は初期個体集団のすべての個体がアセット選択方法から得た同一個体である。多様な探索点からスタートする極値判定 GA\_1 に対して、同一の探索点からスタートする極値判定 GA\_all の結果が良い期間は、GA が持つ多点探索機能が優位に働いていないことが原因であると考えられる。これについて、解の景観を詳細に分析して原因を明らかにする必要があり、今後の課題とする。

#### 4.2 構築ポートフォリオ

候補集合のアセット数が M=1000 の場合について、GA と極値判定  $GA_1$  により得られたポートフォリオの投資配分比率の特徴を比較する.

極値判定  $GA_1$  によりポートフォリオへ選択されたアセット(アセット数 #X は表 2 参照)は、本研究での提案最適化手法によりポートフォリオにとって必要度が高いアセットとして選択されている。これらの選択アセットが、GA により得られたポートフォリオの投資配分比率上位 #X アセットと重複した割合を表 4 に示す。また、GA と極値判定  $GA_1$  により得られたポートフォリオの投資配分比率最大値と最小値も表 4 に示す。

表 4 より、極値判定 GA-1 によりポートフォリオへ選択されたアセット(アセット数 #X)が、GA により得られたポートフォリオの投資配分比率上位 #X アセットと重複した割合は、全期間を通して 50%以下となっている。これは、GA の適用ではポートフォリオにとって必要度の高いアセットとして大きな投資配分比率を与えなかったアセットを、極値判定 GA-1 が必要度の高いアセットとして選択できていることを示している。また、得られたポートフォリオの投資配分比率は、極値判定 GA-1 と GA の最大値に大小関係の差はないが、極値判定 GA-1 の最小値は全期間を通して GA の最小値より大きい投資配分比率となっている。この結果からも、本提案最適化手法である極値判定 GA-1 が、GA と比較し必要度が高く投資配分比率を与えるべきアセットを選択できているといえる。

#### **5.** おわりに

本研究では、ポートフォリオへの効果的なアセット選択と最適化の方法として、2変数の縁付きヘッセ行列の極値判定により目的関数であるインフォメーションレシオの増加を保証するアセットの性質を提案し、その性質を利用して1アセット選択方法を構築した。さらに、このアセット選択方法を構築した。さらに、このアセット選択方法により得られた解を初期個体集団に導入した GA を適用することで、本研究の範囲内でいえることではあるが、特にポートフォリオへの組み入れ候補となるアセット数が多い場合、提案手法が従来の GA やアセットの動的選択操作を行う GA だけでなく、提案手法において GA の初期個体集団の全個体を一様乱数で生成した場合より効果的にポートフォリオの最適化を行えることを示した。

一方,アセット選択方法に関して,本研究で提案した縁付きヘッセ行列の極値判定は,ポートフォリオの投資配分比率を2変数ととらえている。複数アセットに対応する多変数のポートフォリオの極値判定の性質を導出するため,拡張ラグランジュ関数を利用すること,準ニュートン法を利用して近似的にヘッセ行列を求めること,また,期間の違いに対する解の景観を明示すること,GAなどの進化計算における初期個体集団に対して,多様な解を与えた場合の探索方向の検証などが今後の課題となる。また,4章に記述したように,本研究の数値実験においては,各データ期間中にデータ欠如のあった銘柄を実験対象アセットから

表 4 アセットの重複率と投資配分比率最大値・最小値

Table 4 Overlapping rate of selected assets and maximum and minimum weights.

期間         重複率         最大値(投資配分比率)         最小値(投資配分比率)           GA         極値判定 GA_1         GA         極値判定 GA_1           1         0.36         2.73E-02         3.83E-02         7.00E-10         4.67E-06           2         0.40         3.06E-02         3.90E-02         0.00E+00         4.47E-06           3         0.41         3.23E-02         4.69E-02         7.30E-09         1.13E-05           4         0.43         2.33E-02         4.69E-02         7.30E-09         1.13E-05           5         0.40         3.73E-02         4.37E-02         0.00E+00         6.08E-06           6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05 <t< th=""><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th></t<>						
1         0.36         2.73E-02         3.83E-02         7.00E-10         4.67E-06           2         0.40         3.06E-02         3.90E-02         0.00E+00         4.47E-06           3         0.41         3.23E-02         3.16E-02         1.60E-09         7.86E-06           4         0.43         2.33E-02         4.69E-02         7.30E-09         1.13E-05           5         0.40         3.73E-02         4.37E-02         0.00E+00         6.08E-06           6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02 </td <td>期間</td> <td>重複率</td> <td>最大値</td> <td>(投資配分比率)</td> <td>最小值</td> <td>(投資配分比率)</td>	期間	重複率	最大値	(投資配分比率)	最小值	(投資配分比率)
2         0.40         3.06E-02         3.90E-02         0.00E+00         4.47E-06           3         0.41         3.23E-02         3.16E-02         1.60E-09         7.86E-06           4         0.43         2.33E-02         4.69E-02         7.30E-09         1.13E-05           5         0.40         3.73E-02         4.37E-02         0.00E+00         6.08E-06           6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02<			GA	極値判定 GA_1	GA	極値判定 GA_1
3         0.41         3.23E-02         3.16E-02         1.60E-09         7.86E-06           4         0.43         2.33E-02         4.69E-02         7.30E-09         1.13E-05           5         0.40         3.73E-02         4.37E-02         0.00E+00         6.08E-06           6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02	1	0.36	2.73E-02	3.83E-02	7.00E-10	4.67E-06
4         0.43         2.33E-02         4.69E-02         7.30E-09         1.13E-05           5         0.40         3.73E-02         4.37E-02         0.00E+00         6.08E-06           6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.25E-02         6.20E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.69E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-0	2	0.40	3.06E-02	3.90E-02	0.00E+00	4.47E-06
5         0.40         3.73E-02         4.37E-02         0.00E+00         6.08E-06           6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.29E-02         3.90E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-	3	0.41	3.23E-02	3.16E-02	1.60E-09	7.86E-06
6         0.44         2.42E-02         3.07E-02         1.70E-08         2.23E-05           7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.25E-02         6.20E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E	4	0.43	2.33E-02	4.69E-02	7.30E-09	1.13E-05
7         0.35         3.26E-02         3.18E-02         3.00E-10         2.47E-05           8         0.43         5.38E-02         4.06E-02         6.00E-10         1.95E-05           9         0.44         6.71E-02         2.88E-02         0.00E+00         3.09E-06           10         0.35         3.89E-02         3.79E-02         4.80E-10         7.04E-06           11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.25E-02         6.20E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E-02         3.93E-02         1.00E-09         3.20E-06           21         0.44         3.37	5	0.40	3.73E-02	4.37E-02	0.00E+00	6.08E-06
8       0.43       5.38E-02       4.06E-02       6.00E-10       1.95E-05         9       0.44       6.71E-02       2.88E-02       0.00E+00       3.09E-06         10       0.35       3.89E-02       3.79E-02       4.80E-10       7.04E-06         11       0.38       3.05E-02       3.50E-02       3.00E-10       1.59E-05         12       0.38       4.38E-02       3.77E-02       1.00E-09       4.14E-05         13       0.44       2.32E-02       2.78E-02       6.00E-10       1.29E-05         14       0.38       3.49E-02       3.25E-02       6.20E-09       5.57E-05         15       0.44       2.78E-02       3.29E-02       3.90E-09       1.45E-08         16       0.45       2.88E-02       2.78E-02       5.40E-09       1.26E-06         17       0.40       3.94E-02       3.69E-02       1.80E-09       1.90E-05         18       0.45       2.85E-02       3.32E-02       6.80E-09       1.05E-05         19       0.35       5.96E-02       3.93E-02       1.00E-09       3.20E-06         21       0.44       3.37E-02       5.13E-02       1.00E-09       2.59E-06         22       0.39	6	0.44	2.42E-02	3.07E-02	1.70E-08	2.23E-05
9       0.44       6.71E-02       2.88E-02       0.00E+00       3.09E-06         10       0.35       3.89E-02       3.79E-02       4.80E-10       7.04E-06         11       0.38       3.05E-02       3.50E-02       3.00E-10       1.59E-05         12       0.38       4.38E-02       3.77E-02       1.00E-09       4.14E-05         13       0.44       2.32E-02       2.78E-02       6.00E-10       1.29E-05         14       0.38       3.49E-02       3.25E-02       6.20E-09       5.57E-05         15       0.44       2.78E-02       3.29E-02       3.90E-09       1.45E-08         16       0.45       2.88E-02       2.78E-02       5.40E-09       1.26E-06         17       0.40       3.94E-02       3.69E-02       1.80E-09       1.90E-05         18       0.45       2.85E-02       3.32E-02       6.80E-09       1.05E-05         19       0.35       5.96E-02       3.09E-02       0.00E+00       1.40E-05         20       0.46       1.73E-02       3.93E-02       1.00E-09       2.59E-06         21       0.44       3.37E-02       5.13E-02       1.00E-09       2.59E-06         22       0.39	7	0.35	3.26E-02	3.18E-02	3.00E-10	2.47E-05
10       0.35       3.89E-02       3.79E-02       4.80E-10       7.04E-06         11       0.38       3.05E-02       3.50E-02       3.00E-10       1.59E-05         12       0.38       4.38E-02       3.77E-02       1.00E-09       4.14E-05         13       0.44       2.32E-02       2.78E-02       6.00E-10       1.29E-05         14       0.38       3.49E-02       3.25E-02       6.20E-09       5.57E-05         15       0.44       2.78E-02       3.29E-02       3.90E-09       1.45E-08         16       0.45       2.88E-02       2.78E-02       5.40E-09       1.26E-06         17       0.40       3.94E-02       3.69E-02       1.80E-09       1.90E-05         18       0.45       2.85E-02       3.32E-02       6.80E-09       1.05E-05         19       0.35       5.96E-02       3.09E-02       0.00E+00       1.40E-05         20       0.46       1.73E-02       3.93E-02       1.00E-09       3.20E-06         21       0.44       3.37E-02       5.13E-02       1.00E-09       2.59E-06         22       0.39       2.15E-02       3.30E-02       4.40E-09       3.00E-06         23       0.40 <td>8</td> <td>0.43</td> <td>5.38E-02</td> <td>4.06E-02</td> <td>6.00E-10</td> <td>1.95E-05</td>	8	0.43	5.38E-02	4.06E-02	6.00E-10	1.95E-05
11         0.38         3.05E-02         3.50E-02         3.00E-10         1.59E-05           12         0.38         4.38E-02         3.77E-02         1.00E-09         4.14E-05           13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.25E-02         6.20E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.69E-02         1.80E-09         1.90E-05           18         0.45         2.85E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E-02         3.09E-02         0.00E+00         1.40E-05           20         0.46         1.73E-02         3.93E-02         1.00E-09         3.20E-06           21         0.44         3.37E-02         5.13E-02         1.00E-09         2.59E-06           22         0.39         2.15E-02         3.30E-02         4.40E-09         3.00E-06           23         0.40         1	9	0.44	6.71E-02	2.88E-02	0.00E+00	3.09E-06
12     0.38     4.38E-02     3.77E-02     1.00E-09     4.14E-05       13     0.44     2.32E-02     2.78E-02     6.00E-10     1.29E-05       14     0.38     3.49E-02     3.25E-02     6.20E-09     5.57E-05       15     0.44     2.78E-02     3.29E-02     3.90E-09     1.45E-08       16     0.45     2.88E-02     2.78E-02     5.40E-09     1.26E-06       17     0.40     3.94E-02     3.69E-02     1.80E-09     1.90E-05       18     0.45     2.85E-02     3.32E-02     6.80E-09     1.05E-05       19     0.35     5.96E-02     3.09E-02     0.00E+00     1.40E-05       20     0.46     1.73E-02     3.93E-02     1.00E-09     3.20E-06       21     0.44     3.37E-02     5.13E-02     1.00E-09     2.59E-06       22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	10	0.35	3.89E-02	3.79E-02	4.80E-10	7.04E-06
13         0.44         2.32E-02         2.78E-02         6.00E-10         1.29E-05           14         0.38         3.49E-02         3.25E-02         6.20E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.69E-02         1.80E-09         1.90E-05           18         0.45         2.85E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E-02         3.09E-02         0.00E+00         1.40E-05           20         0.46         1.73E-02         3.93E-02         1.00E-09         3.20E-06           21         0.44         3.37E-02         5.13E-02         1.00E-09         2.59E-06           22         0.39         2.15E-02         3.30E-02         4.40E-09         3.00E-06           23         0.40         1.36E-01         4.04E-02         0.00E+00         7.54E-07           24         0.44         4.99E-02         4.28E-02         2.00E-10         2.44E-05           25         0.37         8	11	0.38	3.05E-02	3.50E-02	3.00E-10	1.59E-05
14         0.38         3.49E-02         3.25E-02         6.20E-09         5.57E-05           15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.69E-02         1.80E-09         1.90E-05           18         0.45         2.85E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E-02         3.09E-02         0.00E+00         1.40E-05           20         0.46         1.73E-02         3.93E-02         1.00E-09         3.20E-06           21         0.44         3.37E-02         5.13E-02         1.00E-09         2.59E-06           22         0.39         2.15E-02         3.30E-02         4.40E-09         3.00E-06           23         0.40         1.36E-01         4.04E-02         0.00E+00         7.54E-07           24         0.44         4.99E-02         4.28E-02         2.00E-10         2.44E-05           25         0.37         8.21E-02         3.55E-02         9.00E-10         3.00E-06	12	0.38	4.38E-02	3.77E-02	1.00E-09	4.14E-05
15         0.44         2.78E-02         3.29E-02         3.90E-09         1.45E-08           16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.69E-02         1.80E-09         1.90E-05           18         0.45         2.85E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E-02         3.09E-02         0.00E+00         1.40E-05           20         0.46         1.73E-02         3.93E-02         1.00E-09         3.20E-06           21         0.44         3.37E-02         5.13E-02         1.00E-09         2.59E-06           22         0.39         2.15E-02         3.30E-02         4.40E-09         3.00E-06           23         0.40         1.36E-01         4.04E-02         0.00E+00         7.54E-07           24         0.44         4.99E-02         4.28E-02         2.00E-10         2.44E-05           25         0.37         8.21E-02         3.55E-02         9.00E-10         3.00E-06	13	0.44	2.32E-02	2.78E-02	6.00E-10	1.29E-05
16         0.45         2.88E-02         2.78E-02         5.40E-09         1.26E-06           17         0.40         3.94E-02         3.69E-02         1.80E-09         1.90E-05           18         0.45         2.85E-02         3.32E-02         6.80E-09         1.05E-05           19         0.35         5.96E-02         3.09E-02         0.00E+00         1.40E-05           20         0.46         1.73E-02         3.93E-02         1.00E-09         3.20E-06           21         0.44         3.37E-02         5.13E-02         1.00E-09         2.59E-06           22         0.39         2.15E-02         3.30E-02         4.40E-09         3.00E-06           23         0.40         1.36E-01         4.04E-02         0.00E+00         7.54E-07           24         0.44         4.99E-02         4.28E-02         2.00E-10         2.44E-05           25         0.37         8.21E-02         3.55E-02         9.00E-10         3.00E-06	14	0.38	3.49E-02	3.25E-02	6.20E-09	5.57E-05
17     0.40     3.94E-02     3.69E-02     1.80E-09     1.90E-05       18     0.45     2.85E-02     3.32E-02     6.80E-09     1.05E-05       19     0.35     5.96E-02     3.09E-02     0.00E+00     1.40E-05       20     0.46     1.73E-02     3.93E-02     1.00E-09     3.20E-06       21     0.44     3.37E-02     5.13E-02     1.00E-09     2.59E-06       22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	15	0.44	2.78E-02	3.29E-02	3.90E-09	1.45E-08
18     0.45     2.85E-02     3.32E-02     6.80E-09     1.05E-05       19     0.35     5.96E-02     3.09E-02     0.00E+00     1.40E-05       20     0.46     1.73E-02     3.93E-02     1.00E-09     3.20E-06       21     0.44     3.37E-02     5.13E-02     1.00E-09     2.59E-06       22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	16	0.45	2.88E-02	2.78E-02	5.40E-09	1.26E-06
19     0.35     5.96E-02     3.09E-02     0.00E+00     1.40E-05       20     0.46     1.73E-02     3.93E-02     1.00E-09     3.20E-06       21     0.44     3.37E-02     5.13E-02     1.00E-09     2.59E-06       22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	17	0.40	3.94E-02	3.69E-02	1.80E-09	1.90E-05
20     0.46     1.73E-02     3.93E-02     1.00E-09     3.20E-06       21     0.44     3.37E-02     5.13E-02     1.00E-09     2.59E-06       22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	18	0.45	2.85E-02	3.32E-02	6.80E-09	1.05E-05
21     0.44     3.37E-02     5.13E-02     1.00E-09     2.59E-06       22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	19	0.35	5.96E-02	3.09E-02	0.00E+00	1.40E-05
22     0.39     2.15E-02     3.30E-02     4.40E-09     3.00E-06       23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	20	0.46	1.73E-02	3.93E-02	1.00E-09	3.20E-06
23     0.40     1.36E-01     4.04E-02     0.00E+00     7.54E-07       24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	21	0.44	3.37E-02	5.13E-02	1.00E-09	2.59E-06
24     0.44     4.99E-02     4.28E-02     2.00E-10     2.44E-05       25     0.37     8.21E-02     3.55E-02     9.00E-10     3.00E-06	22	0.39	2.15E-02	3.30E-02	4.40E-09	3.00E-06
25 0.37 8.21E-02 3.55E-02 9.00E-10 3.00E-06	23	0.40	1.36E-01	4.04E-02	0.00E+00	7.54E-07
	24	0.44	4.99E-02	4.28E-02	2.00E-10	2.44E-05
26 0.38 4.17E-02 3.98E-02 3.00E-10 1.44E-05	25	0.37	8.21E-02	3.55E-02	9.00E-10	3.00E-06
	26	0.38	4.17E-02	3.98E-02	3.00E-10	1.44E-05

除外している. 提案最適化手法で得られたポートフォリオにこれらの除外アセットが含まれる場合, その将来期間においてパフォーマンスの維持は, より難しく重要な課題となる. この問題についても今後の課題としたい.

謝辞 本研究は、全国銀行学術研究振興財団学術研究助成を受けて行われました。記して謝意を表します。

#### 参考文献

- Xia, Y., Liu, B., Wang, S. and Lai, K.K.: A Model for Portfolio Selection with Order of Expected Returns, Computers & Operations Research, Vol.27, pp.409–422 (2000).
- [2] Lin, C.C. and Liu, Y.T.: Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problems with Minimum Transaction Lots, European Journal of Operational Research, Vol.185, No.1, pp.393–404 (2008).
- [3] Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J.E. and Sharaiha, Y.M.: Heuristics for Cardinality Constrained Portfolio Optimization, Computers & Operations Research, Vol.27, pp.1271–1302 (2000).
- [4] Crama, Y. and Schyns, M., Simulated Annealing for Complex Portfolio Selection Problems, European Journal of Operational Research, Vol.150, pp.546–571 (2003).
- [5] 折登由希子, 井ノ口学, 山本久志:遺伝的アルゴリズムと

- ヒューリスティックローカルサーチを用いたインデックスファンドの最適化、電気学会論文誌 C, Vol.128, No.3, pp.407–415 (2008).
- [6] Aranha, C. and Iba, H.: Portfolio Management by Genetic Algorithms with Error Modeling, Proc. International Conference on Computational Intelligence in Economics & Finance, On the web of JCIS Online (2007).
- [7] 折登由希子,山本久志,井ノ口学,杉崎翔大:GAによる動的なアセットで構成されたポートフォリオの最適化,電気学会論文誌 C, Vol.129, No.7, pp.1348-1355 (2009).
- [8] 池田 心, 小林重信:生得分離モデルを用いた GA と JSP への適用, 人工知能学会論文誌, Vol.17, No.5A, pp.530-538 (2002).
- [9] 株価 CD-ROM2003-2008, 東洋経済新報社 (2008).
- [10] DataStream, トムソンロイター社 (2012).



#### 折登 由希子

広島大学大学院社会科学研究科社会経済システム専攻講師. 2002 年東京都立科学技術大学(現,首都大学東京)退学.博士(工学).足利工業大学を経て2009年から現職.現在,社会経済モデルの構築と最適化に関する研究

として,進化計算によるポートフォリオの最適化とその周辺,献立計画問題の拡張と最適化等に従事.日本経済学会,電気学会,進化計算学会,日本経営工学会,IEEE 各会員.2010年,2011年電気学会 C 部門誌論文奨励賞連続受賞.



#### 蔵澄 亨

首都大学東京大学院システムデザイン研究科(2012年修了). 進化計算によるポートフォリオ最適化の研究に従事. 現在,株式会社日立製作所金融システム事業部勤務.



### 山本 久志

首都大学東京大学院システムデザイン研究科教授. 1983 年東京工業大学大学院修了. 工学博士. 東芝, 西東京科学大学(現,帝京科学大学)を経て1998年から現職. 現在,システム設計,信頼性工学の研究に従事. IEEE,

日本経営工学会,日本信頼性学会,日本設備管理学会,電子情報通信学会各会員. 2005 年 IEEE Reliability Society Japan Chapter Best Paper Award, 2006 年日本信頼性学会高木賞受賞.



#### 辻村 泰寛

日本工業大学工学部情報工学科教授. 1991年工学院大学大学院博士後期課程(電気工学専攻)修了.工学博士. 足利工業大学を経て2001年から現職. 主に進化的計算を用いた計算知能化, 群知能,組合せ最適化,信頼性工学,

知識獲得,知識の構造化・体系化,グリッドコンピューティング等の研究に従事. IEEE, 日本原子力学会,電気学会,日本知能情報ファジィ学会,日本信頼性学会,日本経営工学会,日本設備管理学会各会員.