

# 個々の不動産に対する投資リターンの時系列の推定モデル

石島 博<sup>1,a)</sup> 前田 章<sup>2</sup> 谷山 智彦<sup>3</sup>

受付日 2012年8月22日, 再受付日 2012年10月11日,  
採録日 2012年10月26日

**概要:** 金融資産と不動産は互いに密接に関連して動くようになってきている。そうしたなかで、両者を同じ計量手法や比較可能な指標で、分析・評価することが、投資家にとっての大きなニーズとなっている。本研究は、そうしたニーズに鑑み、不動産投資収益性を算定する方法を提示するものである。すなわち、特定の不動産投資に対してリアルタイムで発生していると推測される収益「インプライド・キャピタルリターン」について、その時系列データを推計する方法論を提示した。これを用いれば、同様にリアルタイムのデータの揃っている株式・債券などの金融資産と比較可能な形で、不動産投資の収益性やリスクを分析・評価できることになる。

**キーワード:** 不動産, 価格と対数リターン, 時系列分析, 金融工学

## An Estimation Model for Time Series of Return on Investment in Each Piece of Real Estate

HIROSHI ISHIJIMA<sup>1,a)</sup> AKIRA MAEDA<sup>2</sup> TOMOHIKO TANIYAMA<sup>3</sup>

Received: August 22, 2012, Revised: October 11, 2012,  
Accepted: October 26, 2012

**Abstract:** As financial and real properties markets are getting correlated with each other more and more in these days, there is a strong need for us to have a theoretical foundation for evaluation of investments in real estate. This fact motivates us to develop an asset market evaluation methodology that allows us to appraise values of less-marketed real properties in the form comparable to financial market investment. We first developed four statistical models that estimate log-prices of pieces of real estate. Two of them have the feature of so-called mixed effects models while the rest do not. Also, another two of them are intended for analysis conducted across strata while the rest are for analysis conducted across time. Second, we elaborated the generation of implied capital returns on real estate investments. Thirdly, we demonstrated empirical analyses on the Japanese housing apartment market. The result confirmed that the mixed effects model feature facilitates the likelihood of model fitness. The methodology for generating implied capital returns on real estate investment is useful because it would allow investors to make further analysis for investment evaluations on the same ground of financial investment analysis. In particular, with a complete set of return series, standard techniques in finance including the mean-variance analysis, the capital asset pricing model (CAPM), etc. become applicable. Although the discussion here is focused only on real estate markets, the methodology can be applied to any less-marketed assets.

**Keywords:** real estate, price and log-return, time series analysis, financial engineering

<sup>1</sup> 中央大学大学院国際会計研究科  
Graduate School of International Accounting, Chuo University, Shinjuku, Tokyo 162-8478, Japan  
<sup>2</sup> 東京大学教養学部附属教養教育高度化機構  
College of Arts and Sciences, University of Tokyo, Meguro, Tokyo 153-8902, Japan  
<sup>3</sup> 株式会社野村総合研究所  
Nomura Research Institute, Ltd., Chiyoda, Tokyo 100-0005, Japan

### 1. はじめに

近年、株式・債券など金融資産の市場と不動産など実物資産の市場とが密接に関連するようになってきている。2008年の世界的な金融危機は、米国のサブプライムローン（信用

<sup>a)</sup> hirosi.ishijima@gmail.com

力の低い個人向け住宅融資)に関する証券化商品が発端となっている。さらに、現在の欧州金融危機も、アイルランドにおける不動産バブルの崩壊に端を発し、その後イギリスやスペインにも広がった不動産価格の下落が1つの要因になっている。特に、このような不動産の問題に起因する金融経済危機が拡大してしまった要因の1つとして、国際通貨基金 (IMF) や EU 統計局等では、既存の物価指数等では不動産の価格変動を適切に把握できず、政策的な対応が遅れてしまった点をあげている。それにともない、2009年には G20 諸国に対して不動産価格指数の公表勧告が出され、2011年11月には不動産価格指数に関する国際指針が作成された。

このような現状を考えると、不動産投資と金融投資をそれぞれ別のものでとらえることはできない。それらの分析・評価も、同じ土壌で、比較可能な形でできることが望ましいだろう。

しかしながら、両者を比較可能な形で並べることは、実はそれほど容易なことではない。なぜなら、入手可能なデータの時間間隔がまったく異なるからである。株式市場などで取引される金融資産は、時々刻々変化する取引価格データがつねに入手可能である。これに対して、個々の不動産は、日次・月次・年次などの一定の時間間隔で取引されることはきわめて稀であり、したがって、取引価格も、めったには表に出てこないのである。これでは金融資産と比較のしようがなく、その価格変動を適切に把握することはできない。

そこで、石島・前田・谷山 [7] は、不動産価格の推移を分析する中で、以上のような問題意識も持ち、その解決策として、疑似的な取引価格データおよび収益率データ (「インプライド・キャピタルリターン」と名付けられた) の生成方法を提案した。ただ、その論文では概念の提示と試算的な推定にとどまっており、より精緻な分析に向けて、課題を残した。

本研究の目的は、類似する先行研究である石島・前田・谷山 [7] の拡張として、より広範かつ多面的な不動産価格の統計モデルを提示し、それをもって、あらためて「インプライド・キャピタルリターン」を時系列として推定する方法を提示することである。具体的な拡張点は、そのリターン時系列を推定するに際して、先行研究での対象が市場全体や層区分といったマクロ的な仮想不動産に限定されていたのに対して、本研究ではよりミクロな個々の不動産にまでその対象を拡張する点にある。

本論文は以下のように構成される。2章において、不動産のデータ構造について言及したうえで、適切な不動産価格の統計モデルを4つ提案し、その特徴について述べる。3章では、個々の不動産投資におけるインプライド・キャピタルリターンを時系列として推定するモデルを提案する。4章では、実際の不動産データを用いて実証分析を行

い、提案する4つの統計モデルの優劣を明らかにする。そのうえで、個々を代表する不動産のインプライド・キャピタルリターンの時系列を推定する。5章でまとめとする。

## 2. モデル

不動産の価格は、これを特徴づける経済的・物理的な性質を反映したいくつかの要因によって決定される。このような要因を「属性」と呼ぶことにする。不動産が保有する属性の例として、不動産が立地する地域や、最寄り駅からの距離などがあげられる。不動産経済学の分野においては、古典的なヘドニック・モデル (hedonic model) が知られている (Lancaster [8], Rosen [11])。このモデルでは、次式のように、任意の時点における不動産の価格を、属性の線形結合として表現する。

$$\begin{aligned} (\text{不動産の価格}) &= \sum_k (\text{属性 } k \text{ の価格}) \\ &\times (\text{不動産が保有する属性 } k \text{ の量}) \quad (1) \end{aligned}$$

以降、不動産価格について式 (1) が成立するとき、「ヘドニック性」を持つということにする。石島・前田 [5] は、動的ポートフォリオ最適化モデルを用いて、より洗練されたヘドニック・モデルを導出している。彼らは、均衡不動産賃料についてはただちにヘドニック性を有するが、均衡不動産価格については、2つの特殊な条件を課することによってはじめて、ヘドニック性を持つことを強調している。さらに、石島・前田・谷山 [6] は、ヘドニック・モデルに基づき、不動産データに対して直接、実証分析を行うことができる統計モデルを提案している。以下では、不動産取引市場、個々の不動産、代表的な不動産、不動産データについて設定や定義をしたうえで、4つの統計モデルを提案し、その特徴を述べる。

### 2.1 不動産取引市場の設定

離散時点  $t = 1, \dots, T$  を考え、市場には  $N_t$  個の不動産が取引されているとする。不動産は、地域や用途などによって価格形成が異なりうるため、同一需給圏 (エリア) ごと、あるいは物件用途ごとに市場が細分化されている。このような細分化を「層化 (stratification)」と呼び、その結果分類された不動産のクラスを「層区分 (stratum)」と呼ぶことにする。そこで、各時点  $t$  において、立地する地域やその用途などにより、 $C$  個の「層区分」に層化できるものとする。各層区分に属する不動産数  $n_{i,t}$  は同一でなくともよく、 $\sum_{i=1}^C n_{i,t} = N_t$ 、 $\sum_{t=1}^T N_t = N$  とする。

### 2.2 個々の不動産の定義

個々の不動産をトリプレット  $(i, j, t)$  によって定義する。不動産  $(i, j, t)$  は、時点  $t$  において取引される、層区分  $i$  に属する第  $j$  番目の不動産を意味する。個々の不動産は、保

有する  $K$  個の属性によって特徴づけられ、不動産  $(i, j, t)$  が保有する属性  $k$  を  $x_{ij,t}^{(k)}$  と表す。またそのベクトル表記を  $\mathbf{x}_{ij,t} = (x_{ij,t}^{(1)} \dots x_{ij,t}^{(k)} \dots x_{ij,t}^{(K)})'$  と書く。ただし上付き文字 ' は転置を表す。さらに、 $H_{ij,t}$  と  $h_{ij,t}$  をそれぞれ、不動産  $(i, j, t)$  の価格と対数価格を表すとする。つまり、

$$h_{ij,t} := \log H_{ij,t} . \quad (2)$$

### 2.3 代表的不動産の定義

個々の不動産の例として、これを代表する不動産を各層区分と市場全体のそれぞれについて考える。それぞれを「層区分不動産」と「市場不動産」と呼び、以下のように定義する。

(層区分不動産) すべての時点を通じて求めた、層区分ごとの属性の平均値：

$$\bar{\mathbf{x}}_i := \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \mathbf{x}_{ij,t}}{\sum_{t=1}^T n_{i,t}} \quad (3)$$

を時点によらず保有する、仮想的な不動産のことをいう。(市場不動産) すべての時点を通じて求めた、すべての不動産の属性の平均値：

$$\bar{\mathbf{x}} := \frac{\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \mathbf{x}_{ij,t}}{N} \quad (4)$$

を時点によらず保有する、仮想的な不動産のことをいう。後述の実証分析においては、個々の不動産のまさに代表として、層区分不動産と市場不動産のインプライド・キャピタルリターンが時系列として推定される。

### 2.4 不動産データの定義

不動産取引市場で観測される不動産データを次のように定義する。

(全データ)：すべての時点と層区分において観測される不動産  $(i, j, t)$  に関する対数価格と属性に関するデータであり次のように定義する。

$$\mathcal{F} := \{(h_{ij,t}, \mathbf{x}_{ij,t}) : i = 1, \dots, C, j = 1, \dots, n_{i,t}, t = 1, \dots, T\} \quad (5)$$

(クロスセクションデータ)：全データから、時点ごとに切り出したデータであり、次のように定義する。

$$\mathcal{F}_t := \{(h_{ij,t}, \mathbf{x}_{ij,t}) : \text{For fixed } t; i = 1, \dots, C, j = 1, \dots, n_{i,t}\} \quad (6)$$

(時系列データ)：全データから、層区分ごとに切り出したデータであり、次のように定義する。

$$\mathcal{F}_i := \{(h_{ij,t}, \mathbf{x}_{ij,t}) : \text{For fixed } i; t = 1, \dots, T, j = 1, \dots, n_{i,t}\} \quad (7)$$

### 2.5 4つのヘドニック・モデル

分析対象とする不動産データとして、クロスセクションデータを利用するモデルと、時系列データを利用するモデルが考えられる。それぞれのデータについて、固定効果と混合効果を考慮する2つのモデルを提案し、合計4つのモデルを提案する。

まず、式(6)のクロスセクションデータ  $\mathcal{F}_t$  を利用したヘドニック・モデルについて述べる。

(CF：クロスセクション・固定効果モデル) 固定された各時点  $t = 1, \dots, T$  において、不動産  $(i, j, t)$  の対数価格を次式でモデル化する。

$$h_{ij,t} = \alpha_t + \sum_{k=1}^K \beta_t^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} + \varepsilon_{ij,t} \quad (8)$$

本モデル CF の特徴は、対数価格を属性  $x_{ij,t}^{(k)}$  で回帰する際、その属性単価と解釈される回帰係数  $\beta_t^{(k)}$  が層区分  $i$  によらず固定されている点にある。また、クロスセクションデータ  $\mathcal{F}_t$  に対する、式(8)の推定結果を利用することにより、推定対数価格を属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$ 、層区分  $i$ 、取引時点  $t$  の関数として表現できる。

$$\hat{h}_t^{(CF)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \hat{\alpha}_t + \sum_{k=1}^K \hat{\beta}_t^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} \quad (9)$$

(CM：クロスセクション・混合効果モデル) 固定された各時点  $t = 1, \dots, T$  において、不動産  $(i, j, t)$  の対数価格を次式でモデル化する。

$$h_{ij,t} = \alpha_{i,t} + \sum_{k=1}^K (\beta_t^{(k)} + \nu_{i,t}^{(k)}) x_{ij,t}^{(k)} + \varepsilon_{ij,t} \quad (10)$$

本モデル CM の特徴は、対数価格を属性  $x_{ij,t}^{(k)}$  で回帰する際、その属性単価と解釈される回帰係数を層区分  $i$  によらない固定単価  $\beta_t^{(k)}$  と、層区分  $i$  によって確率的に変動する変動単価  $\nu_{i,t}^{(k)}$  に分離して表現できる点にある。したがって、固定効果モデル CF と比べて、層区分の違いによる価格形成をとらえうるモデルとなっている。また、クロスセクションデータ  $\mathcal{F}_t$  に対する、式(10)の推定結果を利用することにより、推定対数価格を属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$ 、層区分  $i$ 、取引時点  $t$  の関数として表現できる。

$$\hat{h}_t^{(CM)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \hat{\alpha}_{i,t} + \sum_{k=1}^K (\hat{\beta}_t^{(k)} + \hat{\nu}_{i,t}^{(k)}) x_{ij,t}^{(k)} \quad (11)$$

続いて、式(7)の時系列データ  $\mathcal{F}_i$  を利用したヘドニック・モデルについて述べる。

(TF：時系列・固定効果モデル) 固定された層区分  $i = 1, \dots, C$  において、不動産  $(i, j, t)$  の対数価格を次式でモデル化する。

$$h_{ij,t} = a_{i,t} + \sum_{k=1}^K b_i^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} + e_{ij,t} \quad (12)$$



本モデル TF の特徴は、対数価格を属性  $x_{ij,t}^{(k)}$  と取引時点を表すダミー変数  $a_{i,t}$  (詳しくは、式 (19) で後述する) で回帰する点にある。ただし、属性単価と解釈される回帰係数  $b_i^{(k)}$  は取引時点によらず固定されている (一定である)。また、時系列データ  $\mathcal{F}_i$  に対する、式 (12) の推定結果を利用することにより、不動産の推定対数価格を属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$ 、層区分  $i$ 、取引時点  $t$  の関数として表現できる。

$$\hat{h}_i^{(TF)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \hat{a}_{i,t} + \sum_{k=1}^K \hat{b}_i^{(k)} x_{ij,t}^{(k)} \quad (13)$$

(TM: 時系列・混合効果モデル) 固定された層区分  $i = 1, \dots, C$  において、不動産  $(i, j, t)$  の対数価格を次式でモデル化する。

$$h_{ij,t} = a_{i,t} + \sum_{k=1}^K \left( b_i^{(k)} + \theta_{i,t}^{(k)} \right) x_{ij,t}^{(k)} + e_{ij,t} \quad (14)$$

本モデル TM の特徴は、TF と同様に、対数価格を属性  $x_{ij,t}^{(k)}$  と取引時点を表すダミー変数  $a_{i,t}$  で回帰する点にある。ただし、属性単価と解釈される回帰係数は、取引時点によらず一定の固定単価  $b_i^{(k)}$  と、取引時点によって確率変動する変動単価  $\theta_{i,t}^{(k)}$  に分離して表現できる。したがって、TF と比べて、取引時点の違いによる価格形成をとらえるモデルとなっている。また、時系列データ  $\mathcal{F}_i$  に対する、式 (14) の推定結果を利用することにより、不動産の推定対数価格を属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$ 、層区分  $i$ 、取引時点  $t$  の関数として表現できる。

$$\hat{h}_i^{(TM)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \hat{a}_{i,t} + \sum_{k=1}^K \left( \hat{b}_i^{(k)} + \hat{\theta}_{i,t}^{(k)} \right) x_{ij,t}^{(k)} \quad (15)$$

(4つのヘドニック・モデルの推定式のまとめ) 以上提案した4つのヘドニック・モデルの推定式をまとめて以下のように表現する。

$$\hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \begin{cases} \hat{h}_t(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \begin{cases} \hat{h}_t^{(CF)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) & (9) \text{ 式} \\ \hat{h}_t^{(CM)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) & (11) \text{ 式} \end{cases} \\ \hat{h}_i(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) = \begin{cases} \hat{h}_i^{(TF)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) & (13) \text{ 式} \\ \hat{h}_i^{(TM)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) & (15) \text{ 式} \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

ここで、 $\hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t)$  は上記4つのヘドニック・モデルの推定式のいずれかを、 $\hat{h}_t(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t)$  は時点  $t$  における2つのクロスセクションモデルの推定式のいずれかを、 $\hat{h}_i(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t)$  は層区分  $i$  における2つの時系列モデルの推定式のいずれかを、それぞれ表すとする。

## 2.6 4つのヘドニック・モデルの特徴

上記の4つのヘドニック・モデルは、以下に述べるような3つの特徴を有している。

### (1) 対数変換

式 (1) によれば、理論上の不動産の価格はヘドニック性を保有していなければならない。しかし、石島・前田 [5] によれば、この原理が成立するためには、市場が厳しい条件を満たしていなければならない。一方、現実の不動産市場では、流動性の欠如、大きな取引コスト、情報の非対称性などに起因して、理論が想定する条件「線形価格評価構造」式 (1) を満たしていない可能性が高い。そこで、石島・前田・谷山 [6], [7] は、クロスセクション・モデルである式 (8) と式 (10) を用いて、現実の市場における価格評価構造を推定する実証分析を試みている。具体的には、実際の市場における価格評価構造が、理論が想定する線形価格評価構造からどれくらい乖離しているかををとらえるべく、被説明変数として、次式の Box-Cox (べき乗) 変換 (Box and Cox [1]) を施した価格を用いている。この変換は、理論が想定する線形価格評価構造や、多くの実証分析で採用される対数価格評価構造を包含したものになっている。

$$H_{ij,t}^* = \begin{cases} \frac{H_{ij,t}^\lambda - 1}{\lambda} & (\lambda \neq 0 \text{ のとき}) \\ \log H_{ij,t} & (\lambda = 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (17)$$

ここで、 $\lambda$  は変換パラメータを表している。 $\lambda = 1$  のときは価格に線形変換を、 $\lambda = 0$  のときは価格に対数変換を施すことをそれぞれ表している。石島・前田・谷山 [6], [7] の研究では、モデル・パラメータに加え、価格評価構造を表す変換パラメータ  $\lambda$  の推定も同時に行っている。その結果によれば、変換パラメータ  $\lambda$  はゼロに近い数値として推定されている。また、従来の先行研究 (たとえば、吉田ら [12] や原野ら [3]) の研究においても、先験的に統計的なフィットの良さを根拠として対数変換した不動産価格についての回帰分析が行われてきた。そこで、本研究でも対数変換を施した価格を被説明変数とするヘドニック・モデルを用いることにする。

### (2) クロスセクションモデルにおける混合効果の考慮

クロスセクションモデルは、時点  $t$  ごとに切り出された式 (6) で表すクロスセクションデータ  $\mathcal{F}_t$  に対するヘドニック・モデルである。

そのようなクロスセクションデータにおいて、不動産には同じ属性を持つものは1つしかないという強い個別性があるという点で、商品 (commodity) とは決定的に異なっており、属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$  を明示的に導入している (2.2 節)。すでに述べたように、地域や用途といった不動産の層区分によって、価格形成が異なりうる。このような層区分は、これに属する個々の不動産に、他の層区分に属する不動産とは異なったプレミアムをもたらす可能性がある。そこで、不動産の層区分がもたらす個別性を考慮する2つの方法を考慮する。個別性を考慮するヘドニック・モデルが式 (10) で表される「クロスセクション・混合効果モデル」であり、考慮しないものが式 (8) で表される「クロスセクション・固

定効果モデル」である。つまり、後者の式 (8) を標準モデルとして、以下に述べる 2 つの方法を考慮することによって拡張したものが前者の式 (10) のモデルである。

第 1 の方法として、式 (8) の切片  $\alpha_t$  を、 $C$  個の層区分を表すダミー変数の線形結合で置き換えることにする。これを考慮して、式 (10) では、次のような切片を導入する。

$$\alpha_{i,t} := \sum_{l=1}^C \mathbb{1}_{l=i} \cdot \alpha_{l,t} \quad (18)$$

ただし、定義関数は、 $\mathbb{1}_{l=i}$  は  $l=i$  のとき 1 の値をとり、それ以外るとき 0 の値をとる。これは、1 平米あたりの対数価格に関する「層区分プレミアム」と解釈することができる。

第 2 の方法として、層区分によって表される個別性に起因して、式 (8) において回帰係数として推定される属性単価  $\beta_t^{(k)}$  が変動する可能性を考慮する。つまり、属性  $k$  の単価が、不動産によらず共通する固定単価  $\beta_t^{(k)}$  と、層区分  $i$  によって確率的に変動する変動単価  $\nu_{i,t}^{(k)}$  とに分離・推定することを考える。これを考慮した統計モデルが、式 (10) である。ただし、 $\varepsilon_{ij,t}$  は、平均  $\mathbf{0}$  の  $N_t$  次元の正規分布に従う誤差項である。その共分散行列は対角であって、成分は同一であるとする。また、 $\nu_{i,t} := \left( \nu_{i,t}^{(1)} \dots \nu_{i,t}^{(k)} \dots \nu_{i,t}^{(K)} \right)'$  は、 $\varepsilon_{ij,t}$  と独立であり、平均  $\mathbf{0}$  の  $K$  次元の正規分布に従う。その共分散行列を  $\mathbf{G}$  と書く。

式 (10) は、混合効果モデルの典型例である。「混合効果モデル」は、経時データやパネルデータを分析する際に有用とされ、近年さかんに研究されるようになったものである (Hsiao [4], Fitzmaurice ら [2], McCulloch ら [10])。したがって、本モデルの推定は、かかる分野の成果を礎として実装された、SAS 9.1.3 の MIXED プロシジャを用いて行うことができる (Littell ら [9])。ちなみに、式 (8) で表される固定効果モデルも、同プロシジャで推定することができる。推定は、制限付最尤法 (REML; Restricted Maximum Likelihood) によって行い、推定値は、BLUP (Best Linear Unbiased Prediction) として得ることとする。なお、式 (10) における  $\nu_{i,t}$  の共分散行列  $\mathbf{G}$  は、混合効果モデルにおいて、自由にデザインすることができるが、本研究においては最も単純な構造として、対角行列を採用した。

### (3) 時系列モデルにおける混合効果の考慮

時系列モデルは、層区分  $i$  ごとに切り出された式 (7) で表す時系列データ  $\mathcal{F}_i$  に対するヘドニック・モデルである。

そのような時系列データにおいて、不動産の対数価格を属性と取引時点を表すダミー変数によって回帰している。時系列・固定効果モデルである式 (12) においては、属性単価と解釈される属性の回帰係数  $b_i^{(k)}$  は時点によらず一定である。しかしながら、時間経過とともに、属性単価も確率的に変化する可能性を持たせた方が、より適切に価格形成をとらえられよう。そこで、属性単価である回帰係数

を、時点  $t$  によらない固定単価  $b_i^{(k)}$  と、時点  $t$  に依存して確率的に変動する変動単価  $\theta_{i,t}^{(k)}$  に分離・推定することを考える。これを考慮したものが、時系列・混合効果モデル、式 (14) である。これも、いわゆる混合効果モデルの典型例となっており、式 (10) と同様に推定することができる。ただし、 $\theta_{i,t} = \left( \theta_{i,t}^{(1)} \dots \theta_{i,t}^{(k)} \dots \theta_{i,t}^{(K)} \right)'$  は  $e_{ij,t}$  とは独立な  $K$  次元正規分布に従う。その平均は  $\mathbf{0}$  であり、分散・共分散行列は対角行列とする。一方、 $e_{ij,t}$  は互いに独立・同一の正規分布に従うものとする。

また、時系列モデルにおいては、その切片を、時点を表す  $T$  個のダミー変数の線形結合  $a_{i,t}$  で表現している。これは、固定効果モデルの式 (12) においても混合効果式 (14) においても採用している。具体的には、 $a_{i,t}$  は次のように表される。

$$a_{i,t} := \sum_{\tau=1}^T \mathbb{1}_{\tau=t} \cdot a_{i,\tau} \quad (19)$$

ただし、定義関数は、 $\mathbb{1}_{\tau=t}$  は  $\tau=t$  のとき 1 の値をとり、それ以外るとき 0 の値をとる。これは、1 平米あたりの対数価格に関する「時点プレミアム」と解釈することができる。

## 3. インプライド・キャピタルリターン

個々の不動産に対する投資の成果は、価格増減率であるキャピタルリターンによってとらえることができる。しかしながら、個々の不動産は市場において一定の時間間隔で取引されることはきわめて稀であり、したがって、キャピタルリターンの時系列を直接的に得ることはできない。そこで、以下では、これを推定するモデルを提案する。

### 3.1 真のキャピタルリターン

一定の時間間隔  $t-1$  と  $t$  において、個々の不動産の価格が  $H_{ij,t-1}$  と  $H_{ij,t}$  のように観測できたとする。このとき、キャピタルリターンは次式で定義される。

$$R_{ij,t}^* := \frac{H_{ij,t} - H_{ij,t-1}}{H_{ij,t-1}} \quad (20)$$

あるいは、次式で定義される、対数価格の増分ベースのキャピタルリターンを用いることも多い。

$$r_{ij,t}^* := \log(H_{ij,t}/H_{ij,t-1}) = h_{ij,t} - h_{ij,t-1} \quad (21)$$

両者は互いに近似することができる。この近似は、価格の増減率が十分に小さくゼロに近いとき、1 次の Taylor 展開により成立する。

$$r_{ij,t}^* \approx R_{ij,t}^* \quad (22)$$

このように両者は互いに近似することができるので、本論文では式 (21) によるキャピタルリターンを採用して議論を展開する。

### 3.2 個々の不動産のインプライド・キャピタルリターン

個々の不動産  $(i, j, t)$  への投資におけるキャピタルリターンを、式 (21) によって計算することは、ほぼ不可能である。不動産投資の場合、一定の時間間隔  $t-1$  と  $t$  において、その対数価格  $h_{ij,t-1}$  と  $h_{ij,t}$  を観測できることはきわめて稀だからである。

そこで、式 (21) において、 $h_{ij,t-1}$  と  $h_{ij,t}$  をそれぞれ、2.5 節で式 (16) として提案したヘドニック・モデルの推定値、 $\hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t-1)$  と  $\hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t)$  で置き換える。この置き換えによって、真のキャピタルリターン  $r^*$  を次式のように近似することができる。

$$r_{ij,t} := \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) - \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t-1) \quad (23)$$

これを「インプライド・キャピタルリターン (implied capital return)」と呼ぶことにする。これは時点  $t$  においてのみ取引された不動産  $(i, j, t)$  が、その属性量  $\mathbf{x}_{ij,t}$  不変のまま、時点  $t-1$  と  $t$  において取引されると仮定するとき、評価されたであろう推定対数価格の増分を表している。

さらに、この不動産  $(i, j, t)$  が、属性量  $\mathbf{x}_{ij,t}$  不変のまま、すべての時点  $u = 1, \dots, T$  で取引されると仮定する。換言すれば、時点によらず一定の属性量：

$$\mathbf{x}_{ij,t} \equiv \mathbf{x}_{ij} = \text{constant} \quad (24)$$

を持つ仮想的な不動産が、すべての時点  $t = 1, \dots, T$  で取引されている状況を考える。このように考えるとき、不動産  $(i, j, t)$  について、任意の時点  $t-1$  から  $t (= 1, \dots, T)$  にいたるインプライド・キャピタルリターンを時系列として得ることができる。

$$r_{ij,t} := \hat{h}(\mathbf{x}_{ij}; i, t) - \hat{h}(\mathbf{x}_{ij}; i, t-1) \approx r_{ij,t}^* \quad (25)$$

### 3.3 類似先行研究からの拡張点

本研究で提案するインプライド・キャピタルリターンのモデルに類似する先行研究として、石島・前田・谷山 [7] があげられる。その先行研究で式 (4) として提案され、擬似リターンの生成に用いられた不動産価格の統計モデルは、次式で表される。

$$\frac{H_{ij,t}^\lambda - 1}{\lambda} = \alpha_{i,t} + \sum_{k=1}^K \left( \beta_t^{(k)} + \nu_{i,t}^{(k)} \right) x_{ij,t}^{(k)} + \varepsilon_{ij,t} \quad (26)$$

その先行研究では、上式をわが国の不動産データへ適用した場合の推定結果も報告されている\*1。その表 3 によれば、不動産価格  $H_{ij,t}$  に施されるべき乗 (Box-Cox) 変換のパラメータ  $\lambda$  はゼロの近傍で推定されていることが分かる。よって、L'Hôpital の定理より、式 (26) の左辺は近似的に、対数価格  $\log H_{ij,t} = h_{ij,t}$  であると解釈できる。

\*1 本論文 4 章で用いられる不動産データと同一の中古マンションに関するものである。ただし、対象地域やデータ期間が若干異なっている。

$$h_{ij,t} \approx \alpha_{i,t} + \sum_{k=1}^K \left( \beta_t^{(k)} + \nu_{i,t}^{(k)} \right) x_{ij,t}^{(k)} + \varepsilon_{ij,t} \quad (27)$$

これは、本論文で用いたクロスセクション・混合効果モデル (10) と同一である。したがって、不動産  $(i, j, t)$  の時点  $t-1$  と  $t$  における推定対数価格は式 (11) を用いて表現でき、これを以下のように略記する。

$$\hat{h}_t^{(CM)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t-1) =: \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t-1) \quad (28)$$

$$\hat{h}_t^{(CM)}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) =: \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) \quad (29)$$

さらに、その先行研究の式 (8) として提案された擬似リターンは、

$$R_{ij,t} \approx \frac{H_{ij,t} - \hat{H}_{t-1}(\mathbf{x}_{ij,t})}{\hat{H}_{t-1}(\mathbf{x}_{ij,t})} \quad (30)$$

ただし、 $\hat{H}_{t-1}(\mathbf{x}_{ij,t})$  は、不動産  $(i, j, t)$  の時点  $t-1$  における推定価格である。この擬似リターンは概ねゼロに近いので、1 次の Taylor 展開より、

$$\begin{aligned} R_{ij,t} &\approx \log(1 + R_{ij,t}) = \log H_{ij,t} - \log \hat{H}_{t-1}(\mathbf{x}_{ij,t}) \\ &= h_{ij,t} - \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t-1) \end{aligned} \quad (31)$$

ここで、不動産  $(i, j, t)$  の対数価格は、その推定モデルの式 (29) を用いて書くことができることに注意する。

$$h_{ij,t} = \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) + \varepsilon'_{ij,t} \quad (32)$$

ただし、 $\varepsilon'_{ij,t}$  は推定誤差を表す。式 (32) を式 (31) に代入すれば、式 (23) より、

$$\begin{aligned} R_{ij,t} &\approx \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t}; i, t) + \varepsilon'_{ij,t} - \hat{h}(\mathbf{x}_{ij,t-1}; i, t-1) \\ &= r_{ij,t} + \varepsilon'_{ij,t} \end{aligned} \quad (33)$$

つまり、石島・前田・谷山 [7] の先行研究で提案された擬似リターン  $R_{ij,t}$  は、本論文で提案するインプライド・キャピタルリターン  $r_{ij,t}$  に推定誤差  $\varepsilon'_{ij,t}$  を付加したものであったと解釈することができる。

このような加法分離は、その先行研究で採用されたべき乗価格 (Box-Cox 変換を施した価格) ではうまく行うことができない。その先行研究で行われた実証分析の結果に基づき、近似的に対数価格構造であることを採用してはじめて、式 (33) の加法分離が可能となる。

さらに、先行研究における擬似リターンには次の欠点が存在する。その定義より、個々の不動産について、1 時点前から現時点へのリターンが 1 つのみ得られるだけであり、過去に遡った時系列を得ることができない。したがって、個々の不動産のリターンに関する平均や分散 (標準偏差) といった統計的な性質を得ることが難しい。そのため、先行研究では各時点 (各四半期) において、市場全体や層区分ごとに、個々の不動産のリターンの平均値をとって、市場全体や層区分ごとのリターン時系列を生成していたので



ある。

また、このような平均値をとることによって、先行研究の擬似リターンにおける理論的な不都合も回避していた。つまり、式 (30) による擬似リターン  $R_{ij,t}$  の定義においては、価格自体が利用されているので、推定誤差が含まれている。しかし、市場全体や層区分ごとに、個々の不動産のリターンの平均値をとれば、含まれる推定誤差も平均化され、これを除去することが可能となるのである。

以上の議論をまとめると、先行研究では、不動産価格の統計モデルにおいて、べき乗価格構造を採用しており、これに基づいて提案した擬似リターンは、個々の不動産の時系列の表現となっておらず、また、推定誤差を含んでいた。したがって、市場全体や層区分ごとに、不動産の擬似リターンを平均化して分析することしかできないという制約があった。一方、本研究ではその結果をふまえ、不動産の対数価格に関する統計モデルを採用することにより、推定誤差を加法的に分離し、個々の不動産に関する時系列表現を得ることができた。つまり、本研究の貢献は、不動産のリターン時系列を擬似的に生成するに際して、先行研究ではその対象を市場全体や層区分といったマクロ的な仮想不動産に限定されていたのに対して、本研究ではよりミクロな個々の不動産にまでその対象を拡張した点にある。結果として、個々の不動産の投資分析のために、金融工学を直接適用することが可能となる。

金融工学の適用例として、ポートフォリオ分析があげられる。石島・前田・谷山 [7] の先行研究においては、わが国のマンション市場全体というマクロ的な仮想不動産のインプライド・キャピタルリターンを生成して、株式や債券などの伝統的金融資産とともにポートフォリオ分析が行われた。つまり、先行研究の結果は、年金基金などの機関投資家が行う政策アセット・ミックスの策定問題、つまりアセット・アロケーション（株式や債券、不動産等の各資産クラスへの資産配分）の決定問題に限定される。一方、本研究の結果は、この政策アセット・ミックスの策定問題に加えて、その下流工程である個別銘柄の選択への応用までも可能にするものである。したがって、年金基金などの機関投資家だけではなく、家計ポートフォリオの観点からも、個人が保有する個別のマンションに関するインプライド・キャピタルリターンを生成して、株式や債券の具体的な個別銘柄を組み入れたポートフォリオ分析を行うことができるようになる。つまり、本研究の結果は、機関投資家および家計ポートフォリオの双方に対して、資産運用の上流部分であるアセット・アロケーションだけではなく、個別銘柄選別という下流部分までを含む、資産運用プロセス全体への応用を可能とする。

### 3.4 代表的不動産のインプライド・キャピタルリターン

2.3 節で定義した、個々を代表する不動産のインプライ

ド・キャピタルリターンも、3.2 節と同様に得ることができる。つまり、式 (24) において、

$$\text{層区分不動産のとき: } x_{ij} \leftarrow \bar{x}_i$$

$$\text{市場不動産のとき: } x_{ij} \leftarrow \bar{x}$$

と置き換えをする。そのうえでこれらを、式 (25) に代入すれば、層区分不動産と市場不動産のインプライド・キャピタルリターンが得られる。

(層区分不動産のインプライド・キャピタルリターン)

$$\bar{r}_{i,t} := \hat{h}(\bar{x}_i; i, t) - \hat{h}(\bar{x}_i; i, t-1) \quad (34)$$

(市場不動産のインプライド・キャピタルリターン)

$$\bar{r}_t := \hat{h}(\bar{x}; i, t) - \hat{h}(\bar{x}; i, t-1) \quad (35)$$

### 3.5 比較対象とする平均値指標とその解釈

これまでに、個々の不動産とその代表的不動産に関するインプライド・キャピタルリターンを時系列として推定する 4 つのモデルについて述べてきた。その比較対象には様々なものが考えうるが、ここでは最も単純に生成できる「平均値指標」を採用する。以下に詳細を述べる。

時点  $t$  における各層区分と市場全体における平均対数価格はそれぞれ、次のように与えられる。

(各層区分の平均対数価格)

$$\bar{h}_{i,t} := \frac{1}{n_{i,t}} \sum_{j=1}^{n_{i,t}} h_{ij,t} \quad (36)$$

(市場全体の平均対数価格)

$$\bar{h}_t := \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{n_{i,t}} h_{ij,t} \quad (37)$$

これらを用いれば、時点  $t-1$  から  $t$  に至る、各層区分と市場全体における対数価格の増分が得られる。それぞれ以下の呼称を与えて定義し、インプライド・キャピタルリターンの比較対象として採用する。

(各層区分の平均値指標)

$$r_{i,t}^{\#} := \bar{h}_{i,t} - \bar{h}_{i,t-1} \quad (38)$$

(市場全体の平均値指標)

$$r_t^{\#} := \bar{h}_t - \bar{h}_{t-1} \quad (39)$$

付録に示すように、上記の平均値指標は次のように解釈することができる。式 (38) による各層区分の平均値指標とは、層区分ごとに求める、各期間における平均属性量を持つ「平均的不動産」のキャピタルリターンと解釈される。同様に、式 (39) による市場全体の平均値指標とは、市場全体について求める、各期間における平均属性量を持つ「平均的不動産」のキャピタルリターンと解釈される。いずれの平均的不動産においても、その保有属性量は期間ごとに求めた平均値なので変化する。したがって、平均的不動産は保有属性量が期間によって変化するため、個々の不動産を代表しえない。

#### 4. 実証分析

本章では、実際の不動産データを用いて、提案する4つのヘドニック・モデルを推定し、その中からインプライド・キャピタルリターン時系列を推定するために用いるモデルを選択する。具体的には、以下の手順によって選択する。(ヘドニック・モデルの選択手順)

- (1) **クロスセクションモデルの選択**: 年度ごとのクロスセクションデータ  $\mathcal{F}_t$  に対して提案した固定効果モデル (CF) と混合効果モデル (CM) のうち、AIC (赤池の情報量規準) の意味でより適合度の高いモデルを選択する。
- (2) **時系列モデルの選択**: 層区分ごとの時系列データ  $\mathcal{F}_i$  に対して提案した固定効果モデル (TF) と混合効果モデル (TM) のうち、AIC の意味でより適合度の高いモデルを選択する。
- (3) **最良モデルの選択**: 上記 (1) と (2) で選択された2つのモデルは用いるデータが異なるので AIC で比較することは不適當である。そこで、推定パラメータの時系列変動 (ボラティリティ) がより低いものを最良モデルとする。ここで推定パラメータとは、属性価格と解釈される属性の回帰係数、および切片である。

そして、上記の手順に従って選択されたモデルを用い、個々を代表する不動産のインプライド・キャピタルリターン時系列として推定し、その特徴を分析する。

分析対象とする不動産のデータは、インターネット上の国土交通省土地総合情報システムより取得した、中古マンションについての取引価格と属性 (築年数と駅徒歩) である。分析対象とした期間は、2005年第3四半期から2011年第3四半期までの25四半期である。その中古マンションに関するデータより、「東京都心5区 (千代田区, 中央区, 港区, 渋谷区, 新宿区. 表中, 東京5と表記)」「その他東京都区部 (表中, 東京18と表記)」「名古屋市 (表中, 名古屋と表記)」「大阪市 (表中, 大阪と表記)」という4つの地域に属する不動産のデータを抽出した。4つの地域を、不動産の4つの層区分として解釈することにする。本実証分析においては、不動産価格自体ではなく、これを基準化した、1平米あたりの不動産価格を分析する。これを説明する属性としては、住居用の不動産にとって基本的と考えられる「築年数 (AGE, 年)」と「最寄駅からの徒歩 (WALK, 分)」を取り上げた。

実証分析に先立ち、中古マンションについて、その1平米あたりの平均価格の概要を表1に示す。

分析対象とした中古マンション市場の全体の平均価格挙動について述べる。2006年第3四半期を底として、その後、2007年第1四半期から、2008年第1四半期にかけて高水準が続いている。その後、2008年後半の金融危機の影響から価格は下落、2009年第1四半期に底を打ち、直近に

表1 データセットの概要: 中古マンションに関する四半期ごとのデータ数 (N) と1平米あたりの平均価格 (単位: 万円)

Table 1 Data set profile: Quarterly reported are the number of observations (N) and average prices per square meters (in ten thousand yen) for housing apartment data.

	市場全体		東京5		東京18		名古屋		大阪	
	N	Ave.	N	Ave.	N	Ave.	N	Ave.	N	Ave.
2005_3	1,508	53.00	255	76.33	903	57.55	138	20.40	212	26.77
2005_4	1,431	53.32	230	75.93	864	57.84	106	21.08	231	28.71
2006_1	1,544	54.66	233	81.08	860	60.49	142	23.47	309	32.88
2006_2	1,291	52.61	213	80.19	672	57.47	119	22.73	287	33.16
2006_3	1,339	52.46	176	73.84	756	61.19	118	21.59	289	29.21
2006_4	1,395	55.60	197	73.63	763	65.55	156	22.28	279	34.30
2007_1	1,739	61.22	236	77.68	1080	69.60	131	21.22	292	34.88
2007_2	2,826	60.19	451	81.81	1650	66.63	278	27.84	447	34.72
2007_3	2,646	59.89	398	86.89	1554	66.07	237	25.94	457	33.00
2007_4	2,643	61.43	448	86.46	1534	66.78	244	26.01	417	35.57
2008_1	2,760	60.61	520	82.77	1560	66.53	250	25.12	430	32.97
2008_2	2,823	58.21	527	83.62	1584	62.31	240	23.96	472	33.51
2008_3	2,773	57.90	507	82.29	1550	62.87	258	23.53	458	33.45
2008_4	2,722	55.99	436	77.93	1584	61.51	244	24.83	458	32.64
2009_1	2,852	54.46	441	76.57	1668	59.53	270	24.97	473	32.79
2009_2	3,058	55.35	583	80.04	1665	59.02	261	25.39	549	32.24
2009_3	3,202	56.57	579	82.35	1781	60.02	263	25.49	579	34.28
2009_4	3,217	57.25	553	81.07	1788	62.92	262	24.21	614	33.38
2010_1	3,330	57.53	494	80.35	1920	64.29	292	26.81	624	33.03
2010_2	3,185	57.35	523	86.29	1827	61.70	267	28.00	568	30.55
2010_3	2,753	56.18	342	81.50	1536	65.99	278	26.40	597	30.29
2010_4	2,401	58.67	474	88.04	1294	62.61	177	25.25	456	29.92
2011_1	2,341	57.36	371	86.10	1332	62.53	224	25.40	414	32.29
2011_2	2,773	55.62	457	79.01	1548	60.56	256	24.83	512	35.19
2011_3	2,119	54.34	339	75.08	1111	58.96	214	27.85	455	40.06

至るまで上昇傾向にある。次に、地域による不動産クラスごとに平均価格の挙動を見ることとする。分析期間を通した平均の大小でランキングすると、東京都心5区、その他東京都区部、大阪市、名古屋市の順になる。また、時系列のパターンについては、2つの類型があることが分かる。第1の類型に属するのは、東京都心5区とその他東京都区部の2つの不動産クラスである。これらは、天井や底を打つタイミングこそ多少前後するものの、全体として時系列のパターンは互いに似ている。一方、第2の類型に属するのは、大阪市・名古屋市という地方圏であり、それらの時系列パターンは、ほぼ横ばいである。第1の類型はサンプル数が多いため、第1と第2の時系列のパターンを集約すると、市場全体のパターンになることが理解できる。

また、中古マンションの市場全体、および層区分ごとの平均属性を表2と表3に示す。

表2は、中古マンションの平均築年数 (年) の時系列を示しており、一方、表3は、最寄駅からの平均徒歩時間 (分) の時系列を示している。ここで着目すべきは、平均築年数の時系列推移である。直感的には平均築年数は時系列に沿って増加すべきであるが、そのような上昇傾向は見受けられない。したがって、築年数という属性が一定であると仮定して、個々の不動産、およびその代表的不動産のインプライド・キャピタルリターン時系列として推定する根拠になっている。また、最寄駅からの平均徒歩時間も時系列に沿って一定であるため、この属性も一定であると仮定する根拠が得られたことになる。

さて、クロスセクションモデルである式 (8) と式 (10)、および時系列モデルである式 (12) と式 (14) の推定結果を



表 2 属性量の概要：中古マンションの平均築年数（単位：年）

Table 2 Attribute profile: averages of age in years for housing apartment data.

	市場全体	東京 5	東京 18	名古屋	大阪
2005_3	13.68	13.97	12.32	15.70	17.76
2005_4	13.27	12.95	12.18	14.74	17.02
2006_1	12.58	10.56	11.48	13.94	16.54
2006_2	13.91	13.44	12.85	14.15	16.65
2006_3	13.53	15.97	11.20	13.77	18.02
2006_4	12.90	15.34	10.81	14.78	15.85
2007_1	12.17	15.37	10.13	16.59	15.15
2007_2	12.93	13.84	11.24	14.61	17.19
2007_3	13.11	13.02	11.42	15.70	17.60
2007_4	13.12	12.90	11.79	15.14	17.06
2008_1	13.61	12.34	12.36	16.47	17.99
2008_2	14.26	13.11	13.33	17.23	17.15
2008_3	14.13	13.34	12.71	17.83	17.69
2008_4	13.57	13.86	12.10	15.41	17.44
2009_1	13.60	14.31	12.25	15.62	16.56
2009_2	13.75	12.41	12.89	16.09	16.69
2009_3	13.05	10.69	12.34	16.13	16.20
2009_4	13.34	12.71	12.05	16.71	16.26
2010_1	13.95	14.74	12.37	16.20	17.11
2010_2	14.70	13.17	13.77	15.13	18.90
2010_3	14.07	14.24	12.09	16.73	17.84
2010_4	14.91	11.49	14.13	18.83	19.16
2011_1	14.62	13.25	13.11	18.82	18.41
2011_2	15.45	15.28	14.67	17.68	16.86
2011_3	15.33	16.60	15.40	16.94	13.47
Average	13.74	13.56	12.44	16.04	17.06

表 3 属性量の概要：中古マンションの最寄駅からの平均徒歩時間（単位：分）

Table 3 Attribute profile: averages of walking distance from the nearest subway/railway stations in minutes for housing apartment data.

	市場全体	東京 5	東京 18	名古屋	大阪
2005_3	7.45	5.31	7.85	10.47	6.38
2005_4	7.13	4.80	7.82	9.37	5.83
2006_1	6.46	3.69	7.03	8.84	5.87
2006_2	6.97	5.00	7.49	9.42	6.20
2006_3	6.97	4.59	7.66	8.45	6.03
2006_4	6.83	5.57	7.33	8.04	5.68
2007_1	6.86	5.50	7.18	9.28	5.69
2007_2	7.08	5.22	7.57	8.78	6.08
2007_3	7.30	5.48	8.01	8.18	5.98
2007_4	7.09	5.15	7.67	8.46	6.23
2008_1	7.20	5.55	7.65	9.05	6.50
2008_2	7.11	5.36	7.78	8.53	6.13
2008_3	7.19	5.66	7.73	8.58	6.25
2008_4	7.27	5.84	7.72	9.00	6.18
2009_1	7.44	5.40	8.05	8.92	6.34
2009_2	7.25	6.09	7.74	8.89	6.24
2009_3	7.48	6.50	7.99	8.73	6.34
2009_4	7.31	5.94	7.64	9.33	6.71
2010_1	6.90	5.48	7.10	8.54	6.66
2010_2	6.88	5.09	7.25	8.85	6.40
2010_3	6.92	5.25	7.28	8.21	6.37
2010_4	6.84	5.22	7.52	7.84	6.22
2011_1	6.94	5.39	7.39	8.50	6.06
2011_2	7.08	5.70	7.45	9.27	6.08
2011_3	6.64	5.72	7.57	7.94	4.43
Average	7.06	5.38	7.58	8.78	6.12

表 4 AIC の比較：左のパネルはクロスセクションモデルを式 (8) の固定効果 “Fixed(CF)” と、式 (10) の混合効果 “Mixed(CM)” で推定した場合の AIC を示す。右のパネルは時系列モデルを式 (12) の固定効果 “Fixed(TF)” と、式 (14) の混合効果 “Mixed(TM)” で推定した場合の AIC を示す

Table 4 Comparison of AICs: The left panel shows the AICs when housing apartment prices are estimated by cross-section fixed “Fixed(CF)” and mixed “Mixed(CM)” models of Eqs. (8) and (10), respectively. The right panel shows the AICs when the prices are estimated by time-series fixed “Fixed(TF)” and mixed “Mixed(TM)” models of Eqs. (12) and (14), respectively.

クロスセクションモデルのAIC			時系列モデルのAIC		
	Fixed(CF)	Mixed(CM)		Fixed(TF)	Mixed(TM)
2005_3	1,154.70	1,136.70	市場全体	88,931.40	88,899.60
2005_4	1,216.30	1,173.80	東京 5	4,482.20	4,405.40
2006_1	1,409.60	1,394.30	東京 18	31,029.60	30,902.10
2006_2	1,094.70	1,024.40	名古屋	4,707.30	4,685.70
2006_3	966.00	934.40	大阪	9,653.00	9,651.30
2006_4	1,189.10	1,184.10			
2007_1	1,099.00	1,077.10			
2007_2	2,233.00	2,133.10			
2007_3	2,161.30	2,099.50			
2007_4	2,281.50	2,207.80			
2008_1	2,222.40	2,072.90			
2008_2	2,638.40	2,539.10			
2008_3	2,535.60	2,458.20			
2008_4	2,532.10	2,462.10			
2009_1	2,454.30	2,397.40			
2009_2	2,605.80	2,534.70			
2009_3	2,611.80	2,502.30			
2009_4	2,942.20	2,841.80			
2010_1	2,960.70	2,851.40			
2010_2	3,263.90	3,182.40			
2010_3	2,894.80	2,854.30			
2010_4	1,777.20	1,740.10			
2011_1	2,771.30	2,758.60			
2011_2	1,836.80	1,720.40			
2011_3	1,567.50	1,420.90			

表 4 に示す。

左のパネルは、クロスセクションモデルである式 (8) と式 (10) を推定した場合の AIC を示している。これより、混合効果モデルである式 (10) の AIC の方が、固定効果モデルである式 (8) のものよりも小さく、したがって、不動産データへの適合度が高いと解釈される。右のパネルは、時系列モデルである式 (12) と式 (14) を推定した場合の AIC を示している。やはり、混合効果モデルである式 (14) の AIC の方が、固定効果モデルである式 (12) のものよりも小さく、したがって、不動産データへの適合度が高いと解釈される。また、紙面の都合上割愛したが、混合効果を考慮したクロスセクションモデルである式 (10) と時系列モデルである式 (14) について、前者はすべての四半期、後者は市場全体とすべての層区分において、2つの説明変数と切片ともに5%有意に推定されたことを報告する。類似の推定結果については、石島・前田・谷山 [6] を参照されたい。

以上の結果をヘドニック・モデルの選択手順の (1) と (2) に照らせば、クロスセクションと時系列モデルのそれ

表 5 混合効果を考慮したクロスセクションモデル“CM”式(10)と時系列モデル“TM”式(14)における切片および築年数と駅徒歩の推定値のばらつきの標準偏差による比較

Table 5 Comparison of standard deviations of estimated intercepts and coefficients: “CM” and “TM” indicate estimations by the use of cross section mixed effects model of (10) and, by the use of time-series mixed effects model of (14), respectively.

推定値	モデル	市場全体	東京 5	東京 18	名古屋	大阪
切片	CM	N.A.	6.80%	4.21%	15.10%	5.59%
	TM	4.94%	5.27%	3.84%	11.93%	5.27%
築年数	CM	0.12%	0.26%	0.28%	0.47%	0.22%
	TM	0.12%	0.18%	0.26%	0.33%	0.10%
駅徒歩	CM	0.32%	0.90%	0.30%	0.34%	0.44%
	TM	0.16%	0.61%	0.13%	0.00%	0.07%

それぞれにおいて、混合効果を考慮するクロスセクションモデル CM である式(10)と時系列モデル TM である式(14)がデータへの適合度が高く、したがって選択されることが明らかとなった。次に、それら2つのモデルについて、ヘドニック・モデルの選択手順の(3)に従い選択する。そのために、2つのモデルの推定パラメータが、時間軸に沿ってどれくらいばらつくか、というボラティリティの比較を試みた。その結果を表5に示す。

この表は、クロスセクションモデルと時系列モデルのそれぞれについて、市場全体と各層区分ごとに、切片および築年数と駅徒歩の推定値が時系列に沿ってどれくらいばらつくかを標準偏差(%)によって示したものである。すべての場合において、時系列モデルである式(14)の推定値のばらつきが、クロスセクションモデルである式(10)のものよりも小さいことが分かる。以上の観点からは、個々の不動産のインプライド・キャピタルリターンを時系列として推定するにあたり、式(14)の時系列モデル TM が最も好ましい性質を持っているといえよう。ただし、本論文で提案するヘドニック・モデルの選択手順は1つの方法論にすぎず、その1手順においても選ばれるモデルは用いるデータによって異なりうる。その前提の下で、結果として選択されたモデルが時系列・混合効果モデル TM である式(14)であったことを強調したい。

さて、個々の不動産として、2.3節で定義した代表的不動産を取り上げ、そのインプライド・キャピタルリターンを時系列として推定する。推定に際しては、式(14)で表される時系列・混合効果モデル TM、および、比較のために式(10)で表されるクロスセクション・混合効果モデル CM を用いることとした。そのうえで、市場不動産と層区分不動産のインプライド・キャピタルリターンをそれぞれ、式(34)と(35)によって推定した。比較のために、3.5節で述べた、平均値指標も時系列として生成した。結果を表6と表7に示す。

表6と表7では、式(14)で表される時系列・混合効果モデル TM と式(10)で表されるクロスセクション・混合

表 6 混合効果を考慮した時系列モデル“TM”式(14)とクロスセクションモデル“CM”式(10)によるインプライド・キャピタルリターン、および平均値指標“Ave Ret”の時系列比較(市場全体, 東京 5, 東京 18)

Table 6 Comparison of time series among two types of implied capital returns “TM” of Eq. (14) and “CM” of Eq. (10), and also average indices “Ave Ret”: Results for entire market, Tokyo 5 and Tokyo 18.

	市場全体			東京 5			東京 18		
	TM	CM	Ave Ret	TM	CM	Ave Ret	TM	CM	Ave Ret
2005_4	-1.80%	-1.78%	0.51%	-2.36%	-2.82%	-0.20%	-1.94%	-1.93%	-1.36%
2006_1	-1.59%	-1.60%	2.56%	0.52%	1.46%	6.47%	2.27%	1.86%	6.16%
2006_2	2.13%	2.14%	-3.82%	6.54%	6.33%	-0.47%	0.44%	0.50%	-4.84%
2006_3	-1.18%	-1.17%	0.11%	-3.28%	-4.06%	-9.18%	2.84%	2.88%	7.47%
2006_4	2.05%	2.17%	4.69%	-4.19%	-4.95%	-3.05%	4.10%	4.37%	6.40%
2007_1	10.20%	9.93%	12.44%	8.42%	8.99%	8.93%	5.69%	4.97%	7.52%
2007_2	0.64%	0.70%	-2.41%	2.23%	2.20%	5.74%	-1.37%	-1.17%	-5.31%
2007_3	0.65%	0.64%	-0.57%	3.80%	3.81%	5.45%	1.98%	1.45%	-0.13%
2007_4	1.75%	1.79%	2.26%	-2.48%	-2.61%	-2.19%	0.95%	1.11%	0.97%
2008_1	2.12%	2.10%	0.12%	-2.65%	-3.74%	-2.21%	2.53%	2.53%	0.90%
2008_2	-3.17%	-3.17%	-5.08%	2.25%	2.38%	1.27%	-4.95%	-4.92%	-7.90%
2008_3	-0.92%	-0.95%	-0.68%	-0.49%	-0.29%	-0.93%	-0.84%	-0.87%	0.93%
2008_4	-4.73%	-4.76%	-3.11%	-4.99%	-5.30%	-6.51%	-4.17%	-4.18%	-2.42%
2009_1	-1.77%	-1.75%	-2.29%	-1.85%	-1.92%	-2.32%	-1.69%	-1.66%	-2.86%
2009_2	1.22%	1.19%	1.18%	1.17%	0.29%	3.99%	0.29%	0.33%	-0.81%
2009_3	0.80%	0.90%	2.61%	1.53%	1.19%	4.07%	1.30%	1.39%	2.29%
2009_4	0.23%	0.16%	-0.39%	0.29%	0.71%	-2.37%	1.86%	1.85%	3.39%
2010_1	2.93%	2.92%	2.02%	2.46%	2.60%	-1.23%	3.23%	3.09%	3.57%
2010_2	0.71%	0.63%	-1.73%	3.88%	4.29%	7.59%	-1.08%	-1.06%	-5.01%
2010_3	-5.06%	-5.14%	-3.16%	-3.36%	-3.34%	-5.97%	2.05%	1.99%	6.32%
2010_4	8.89%	8.92%	6.24%	2.72%	2.71%	8.80%	2.73%	2.92%	-3.00%
2011_1	-3.17%	-3.08%	-2.31%	2.01%	2.00%	-1.96%	-4.46%	-4.48%	-1.61%
2011_2	1.51%	1.77%	-1.32%	-4.91%	-4.52%	-9.18%	2.10%	2.10%	-2.06%
2011_3	-3.10%	-2.95%	-1.51%	-2.42%	-2.24%	-5.07%	-1.00%	-0.73%	-2.88%
平均(%)	0.39%	0.40%	0.26%	0.20%	0.12%	-0.02%	0.54%	0.51%	0.24%
標準偏差(%)	3.53%	3.50%	3.67%	3.48%	3.69%	5.25%	2.68%	2.61%	4.29%

表 7 表6の続き(名古屋, 大阪)

Table 7 Continued from Table 6: Results for Nagoya and Osaka.

	名古屋			大阪		
	TM	CM	Ave Ret	TM	CM	Ave Ret
2005_4	0.07%	0.13%	5.58%	2.74%	2.75%	6.37%
2006_1	8.54%	7.86%	11.63%	6.93%	6.96%	8.63%
2006_2	-4.34%	-3.92%	-5.75%	2.11%	2.21%	1.20%
2006_3	-5.76%	-5.83%	-2.62%	-4.84%	-4.64%	-9.66%
2006_4	2.17%	2.24%	-0.21%	4.16%	4.32%	12.91%
2007_1	6.59%	6.46%	-2.06%	1.46%	1.31%	3.95%
2007_2	8.44%	9.18%	17.25%	6.29%	6.29%	-1.96%
2007_3	3.08%	2.91%	-0.34%	-3.59%	-3.57%	-4.97%
2007_4	-3.30%	-3.35%	-1.91%	3.40%	3.40%	5.00%
2008_1	2.80%	2.52%	-3.35%	0.55%	0.71%	-3.32%
2008_2	-4.65%	-4.25%	-6.33%	-3.74%	-3.76%	-0.06%
2008_3	4.56%	5.35%	2.93%	-0.87%	-0.86%	-3.11%
2008_4	-6.13%	-5.81%	1.55%	-2.12%	-2.10%	-1.03%
2009_1	2.33%	2.25%	1.60%	-2.67%	-2.66%	0.31%
2009_2	0.35%	0.33%	-1.36%	0.43%	0.35%	0.05%
2009_3	1.31%	1.33%	1.48%	1.65%	1.83%	3.37%
2009_4	-3.12%	-3.09%	-6.59%	-1.51%	-1.38%	-2.27%
2010_1	7.90%	7.85%	11.44%	4.42%	4.36%	1.22%
2010_2	-0.03%	0.03%	3.85%	-4.08%	-4.21%	-10.25%
2010_3	0.17%	0.52%	-4.92%	-1.92%	-1.80%	2.20%
2010_4	2.43%	3.01%	-4.06%	3.18%	3.32%	-1.19%
2011_1	4.65%	4.85%	3.55%	3.15%	3.19%	6.13%
2011_2	-5.02%	-5.61%	-3.24%	3.61%	3.66%	9.04%
2011_3	1.33%	1.04%	6.52%	-2.08%	-1.73%	13.66%
平均(%)	1.02%	1.08%	1.03%	0.69%	0.75%	1.51%
標準偏差(%)	4.39%	4.40%	5.95%	3.32%	3.31%	5.95%

効果モデル CM で推定された、市場不動産と層区分不動産のインプライド・キャピタルリターンをそれぞれ、“TM”および“CM”と表記している。一方、式(39)による市場全体の平均値指標と、式(38)による各層区分の平均値指標を、“Ave Ret”と表記している。

上記“TM”と“CM”、および“Ave Ret”の比較を分か

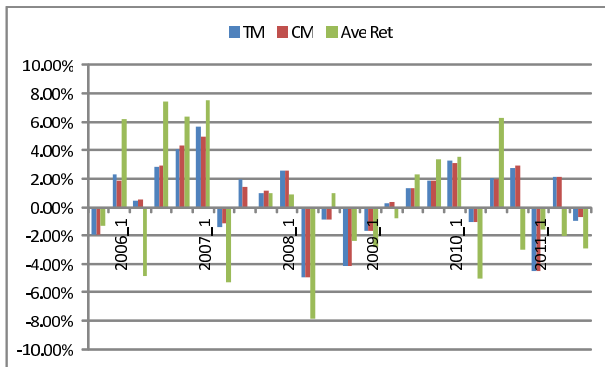


図 1 その他東京都区部（東京 18）におけるインプライド・キャピタルリターン “TM” と平均値指標 “Ave Ret”

Fig. 1 Implied capital returns “TM” and average indices “Ave Ret” for the area of Tokyo 18.

りやすく示すために、表 6 における「その他東京都区部（東京 18）」の結果をグラフ化したものが、図 1 である。

これを見るときいずれの場合においても、時系列推移の方向性は同一である。本章の冒頭で見た、中古マンションの 1 平米あたりの平均価格の時系列推移（表 1）と同様の傾向も見て取ることができる。しかし、明らかに、インプライド・キャピタルリターンである “TM” や “CM” の方が、“Ave Ret” に比べて、変化が穏やかである。ただし、“TM” と “CM” のインプライド・キャピタルリターン時系列自体の差異は、表 5 に示した推定パラメータのボラティリティの差異のように明らかではないことも分かる。一方、平均値指標 “Ave Ret” の時系列は、インプライド・キャピタルリターンの時系列とは、明らかにボラティリティが異なる。3.5 節、および付録 A.1 で見たように、“Ave Ret” は市場全体と各層区分の平均的不動産のキャピタルリターンとも解釈される。したがって、その変動には、属性価格として解釈される回帰係数の変動に加えて、平均的不動産の保有属性量の変化も付加される。このような 2 つの要因によって、インプライド・キャピタルリターン “TM” と “CM”，および平均値指標 “Ave Ret” の時系列推移におけるボラティリティの間には差異が表れていると考えられる。

## 5. おわりに

本論文では、個々の不動産投資に対してリアルタイムで発生していると推測される収益，すなわち「インプライド・キャピタルリターン」について、その時系列データを推計する方法論を提示した。本論文の貢献は、そのリターン時系列を推計するに際して、類似先行研究 [7] での対象が市場全体や層区分といったマクロ的な仮想不動産に限定されていたのに対して、本研究ではよりミクロな個々の不動産にまでその対象を拡張した点にある。これを用いれば、同様にリアルタイムのデータの揃っている株式・債券などの金融資産と比較可能な形で、不動産投資の収益性やリスクを分析・評価できることになる。特に、金融投資ではあた

りまえとなっているような手法，たとえば平均＝分散分析や資産価値評価モデル（CAPM）をそのまま適用することも可能となる。

ここで提示した手法の出発点となるのは、不動産価格分析の統計モデルである。本論文では、まず不動産の対数価格を不動産の「属性」によって説明する統計モデルを 4 通り考案した。それらは古典的な「ヘドニック・モデル」の拡張版と考えることもできる。しかし、それ以上に、いくつかの特筆すべき特徴を持っている。それらは、層区分という概念と混合効果モデルという統計手法である。こうした統計モデルのもと、インプライド・キャピタルリターンを推定する手順を考案し、実際の中古マンション市場に適用した。モデルのあてはまりの良さという点では、混合効果モデルは重要な役割を果たすということも結論付けられた。

## 参考文献

- [1] Box, G.E.P. and Cox, D.R.: An Analysis of Transformations (with Discussion), *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, Vol.26, pp.211-252 (1964).
- [2] Fitzmaurice, G.M., Laird, N.M. and Ware, J.H.: *Applied Longitudinal Analysis*, John Wiley & Sons, Inc. (2004).
- [3] 原野 啓, 清水千弘, 唐渡広志, 中川雅之: リピートセールス法による品質調整済住宅価格指数の推計, 季刊住宅土地経済, 2007 年夏季号, pp.12-19 (2007).
- [4] Hsiao, C.: *Analysis of Panel Data: 2nd Edition*, Cambridge University Press (2003).
- [5] 石島 博, 前田 章: 不動産価格評価の枠組みと政策的含意, 経済政策ジャーナル, Vol.8, No.2, pp.95-98 (2011).
- [6] 石島 博, 前田 章, 谷山智彦: 不動産の価格とリスクの評価モデルとその応用, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.4, No.2, pp.1-12 (2011).
- [7] 石島 博, 前田 章, 谷山智彦: 不動産の価格とリターンの時系列モデルと応用, 情報処理学会論文誌: 数理モデル化と応用, Vol.5, No.1, pp.74-85 (2012).
- [8] Lancaster, K.: A New Approach to Consumer Theory, *Journal of Political Economy*, Vol.74, pp.132-157 (1966).
- [9] Littell, R.C., Milliken, G.A., Stroup, W.W., Wolfinger, R.D. and Schabenberber, O.: *SAS for Mixed Models: Second Edition*, SAS Publishing (2006).
- [10] McCulloch, C.E., Searle, S.R. and Neuhaus, J.M.: *Generalized, Linear, and Mixed Models: Second Edition*, John Wiley & Sons (2008).
- [11] Rosen, S.: Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition, *Journal of Political Economy*, Vol.82, pp.34-35 (1974).
- [12] 吉田 靖, 駒井正晶, 森平爽一郎, 喜多村広作, 森永昭彦: 新築マンション価格の変動と家計の選択, ファイナンシャル・プランニング研究, Vol.3, pp.30-42 (2003).

## 付 録

### A.1 比較対象とする平均値指標の解釈

付録では、3.5 節で導入した平均値指標の解釈について述べる。まず、各層区分の平均値指標の解釈について述べ



る。式 (8) と (10) によるクロスセクションモデル，式 (12) と (14) による時系列モデルという 4 つのモデルのいずれについても，不動産  $(i, j, t)$  の対数価格  $h_{ij,t}$  は，属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$  の関数になっている。これを次式で表す。

$$h_{ij,t} \equiv f(\mathbf{x}_{ij,t}) \quad (\text{A.1})$$

また，時点  $t$  において，各層区分の平均属性量を，

$$\bar{\mathbf{x}}_{i,t} = \frac{1}{n_{i,t}} \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \mathbf{x}_{ij,t} \quad (\text{A.2})$$

とする。ここで，各時点  $t$  において，各層区分の平均属性量  $\bar{\mathbf{x}}_{i,t}$  を持つ仮想的な不動産を「各層区分の平均的不動産」と呼ぶ。このとき，次式が成立することが分かる。

$$\bar{h}_{i,t} = f(\bar{\mathbf{x}}_{i,t}) \quad (\text{A.3})$$

つまり，時点  $t$  における各層区分の平均対数価格  $\bar{h}_{i,t}$  は，「各層区分の平均的不動産」に対して評価される対数価格を表している。したがって，その差分として定義される各層区分の平均値指標である式 (38) は，時点によって保有する平均属性量が変化する「各層区分の平均的不動産」のキャピタルリターンと解釈される。

同様に，市場全体の平均値指標の解釈も与えることができるが，式 (8) によるクロスセクションモデルに限定して考える。このモデルを表す式 (8) においては，先ほど確認したように，不動産  $(i, j, t)$  の対数価格  $h_{ij,t}$  は，属性  $\mathbf{x}_{ij,t}$  の関数になっている。これを次式で表す。

$$h_{ij,t} \equiv g(\mathbf{x}_{ij,t}) \quad (\text{A.4})$$

また，時点  $t$  における市場全体の平均属性量を，

$$\bar{\mathbf{x}}_t = \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^C \sum_{j=1}^{n_{i,t}} \mathbf{x}_{ij,t} \quad (\text{A.5})$$

とする。ここで，各時点  $t$  において，市場全体の平均属性量  $\bar{\mathbf{x}}_t$  を持つ仮想的な不動産を「市場全体の平均的不動産」と呼ぶ。このとき，次式が成立することが分かる。

$$\bar{h}_t = g(\bar{\mathbf{x}}_t) \quad (\text{A.6})$$

つまり，時点  $t$  における市場全体の平均対数価格  $\bar{h}_t$  は，「市場全体の平均的不動産」に対して評価される対数価格を表している。したがって，その差分として定義される市場全体の平均値指標である式 (39) は，時点によって保有する平均属性量が変化する「市場全体の平均的不動産」のキャピタルリターンと解釈できる。



石島 博

1971 年生。1999 年東京工業大学大学院社会理工学研究科経営工学専攻博士課程修了。同年慶應義塾大学総合政策学部専任講師。2004 年 10 月より早稲田大学ファイナンス研究センター助教授。2006 年 5 月より大阪大学金融・保険教育研究センター特任助教授。2007 年 4 月より中央大学大学院国際会計研究科准教授。ファイナンス理論，金融工学の研究に従事。博士（工学）。2010 年日本 FP 学会賞最優秀論文賞，SAS ユーザー総会アカデミア/テクノロジー & ソリューションセッション 2010 優秀賞受賞。日本金融・証券計量・工学学会（JAFEE），日本経営財務研究学会，日本オペレーションズ・リサーチ学会，日本ファイナンス学会，日本 FP 学会各会員。数理モデル化と問題解決研究会登録者。



前田 章

1963 年生。1990 年 3 月東京大学大学院工学系研究科電気工学専攻修士課程修了。同年 4 月東京電力株式会社入社。1996 年 6 月スタンフォード大学大学院 MS，1999 年 4 月同 Ph.D. (Engineering-Economic Systems and Operations Research, Minor: Economics)。1999 年 4 月慶應義塾大学総合政策学部専任講師。2004 年 4 月京都大学大学院エネルギー科学研究科助教授（2007 年 4 月職名変更により准教授）。2011 年 4 月東京大学教養学部附属教養教育高度化機構（現職）。2004 年 10 月～2007 年 4 月内閣府経済社会総合研究所客員主任研究官。2010 年 9 月環境経済政策学会学術賞。



谷山 智彦

1978 年生。2004 年 3 月慶應義塾大学大学院政策・メディア研究科修士課程修了。同年 4 月株式会社野村総合研究所入社。2010 年 3 月大阪大学大学院経済学研究科経営学系専攻博士課程修了。現在，株式会社野村総合研究所主任研究員。不動産等のオルタナティブ投資の調査研究に従事。博士（経済学）。2010 年日本 FP 学会賞最優秀論文賞。