

## ウォルシュ変換によるリズムパターンの周期解析と生成

駒木 泰  
札幌大学経済学部

ボサノバ、ルンバなどの多くのリズムパターンに潜む周期をウォルシュ変換によるウォルシュスペクトルで推定した。それらに共通のスペクトルや周期を持つリズムパターンが見出された。ウォルシュ変換の逆変換プロセスにシミュレーションを適用して、特定の周期をもつリズムパターンを生成した。ポピュラー音楽などの広いジャンルで用いられるリズムパターンが得られた。

### The cyclical analysis and generation of rhythms by Walsh transform

Toru Komaki  
Economics Department, Sapporo University

The rhythms such as bossa nova and rumba have characteristic cyclical patterns. Walsh transform was applied to the binary data from the rhythms to estimate the length of cycle. The rhythms with common Walsh spectrum and cycle was found out. The simulation study was applied to the inverse transform, and the rhythms with the cycles was generated. The rhythms mainly used in popular music was obtained.

#### 1. はじめに

ポピュラー音楽で用いられるドラム、ベース、ギターのバックングのリズムパターンには、ボサノバ、ルンバなどの中南米音楽にルーツを持つものが多い。リズムパターンに「ノリ」や「グルーブ感」などの一定の周期を感じさせるからである。

リズムパターンの音符－休符を二値データで数値化すると、時系列データが得られる。時系列データに潜む周期は、通常、フーリエ変換によるスペクトルから解析される。しかし、フーリエ変換は滑らかな三角関数を用いるため、非連続的なデータの分析には向かない ([5])。

多くの離散的な直交変換の中で、ウォルシュ変換は、時系列データを±1の二値関数で変換する ([1][3][4][5][6])。またその逆変換は完全に再現される。ウォルシュ変換によるウォルシュスペクトルは、フーリエ変換によるスペクトル

と同様に扱える。したがって、二値データのスペクトルや周期の解析に適していると考えられる。

本稿では、ボサノバ、ルンバなどのリズムパターンに潜む周期をウォルシュ変換により推定する。さらに、その逆変換により、同じ周期を持つリズムパターンを発生させる。

#### 2. ウォルシュ変換

サイズ  $k$  のアダマール行列

$$H_0 = 1, H_{k+1} = \begin{bmatrix} H_k & H_k \\ H_k & -H_k \end{bmatrix}, k = 0, 1, \dots,$$

の行または列を符号交差数の順で並び変えると、ウォルシュ関数  $W_{ij}$  ( $i, j = 0, \dots, 2^k - 1$ ) となる。

$n$  個の時系列データ  $x_t$  ( $t = 0, \dots, n-1$ ) のウォルシュ変換は以下ようになる。

$$f_i = n^{-1} \sum_{t=0}^{n-1} x_t W_{it}, i = 0, \dots, n-1.$$

ただし、 $n = 2^k$  なるデータ数の制約がある。  
ウォルシュ変換の逆変換は、

$$x_t = \sum_{i=0}^{n-1} f_i W_{it}$$

であり、ウォルシュ変換  $f_i$  からのデータ  $x_t$  の再現性は高い。ウォルシュ関数は整数で構成されているので、分析対象の時系列データが整数の場合、逆変換の結果は整数として再現される。  
ウォルシュスペクトルは、

$$s_0 = f_0^2,$$

$$s_m = f_{2m-1}^2 + f_{2m}^2,$$

$$s_{n/2} = f_{n-1}^2,$$

$$m = 1, \dots, n/2 - 1,$$

となる。

ウォルシュスペクトルは位相について不変ではないため、平均ウォルシュスペクトルが用いられる ([1] [4][5])。最後のデータを先頭に移動させて順序を変えると、その毎にウォルシュスペクトルが得られる。それらをすべて平均すると、平均ウォルシュスペクトルが得られる。

音楽データの場合、データの順序の並び替えは音楽自体の情報を壊してしまう。しかし、並び替えて得られた個々のウォルシュスペクトルと平均ウォルシュスペクトルとを比較することにより、そのウォルシュ変換がどの程度位相について安定的かの情報を提供する。

### 3. リズムパターンの周期

分析対象のリズムパターンは、[2]に従い、図1の7パターンとした。すなわち、パターンの最小単位として、4分の4拍子での1小節のみを分析対象とした。ルンバ2は、オールディズ

やレゲエのダンスホールスタイルにも取り上げられている。これらのリズムパターンを8分の8拍子に書き換え、発音時の拍を1、その他を0とする二値データで数値化した。したがって、 $n=8$  となる。

最初に、データの順序を並び変えた毎にウォルシュスペクトルを求めた。その結果、タンゴを除いて、リズムパターン毎に同一のスペクトルが得られた。同一のスペクトルが得られたことは、ウォルシュスペクトルは位相に対して安定的であることを示す。タンゴのスペクトルのみが位相により異なるため、以降は、平均ウォルシュスペクトル（以下、ウォルシュスペクトル）で統一して分析を進める。

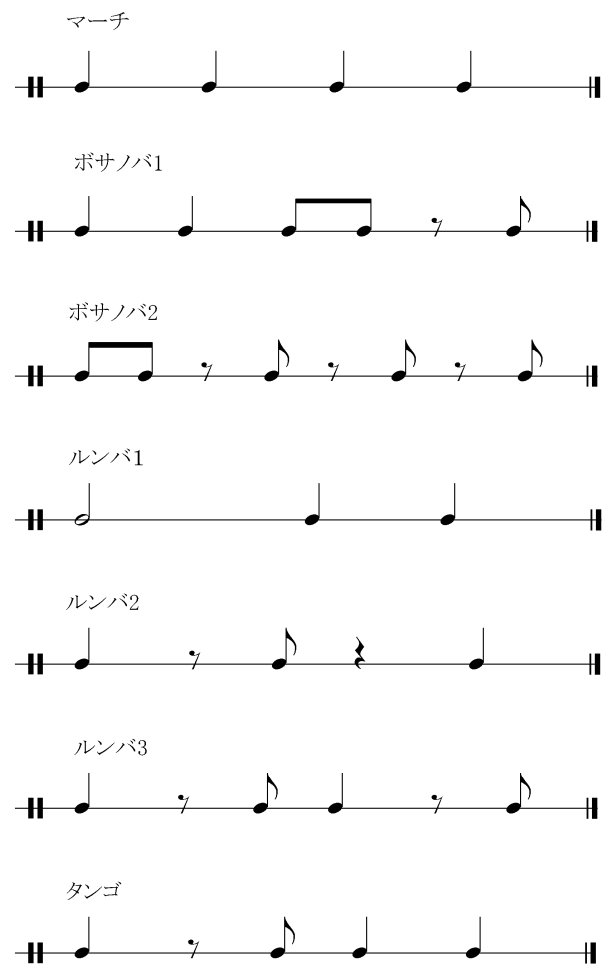


図1 分析対象のリズムパターン

図2～図4に、横軸を周期とするウォルシュスペクトルの結果を示した。比較のため、フーリエ変換によるスペクトルに0.2を乗じて図に加えた。0.2を乗じたのは、作図上の調整のためである。

周期1とは、8分音符2個分で1周期であり、1小節を4等分した周期である。すなわち、4分音符毎の周期となる。周期4/3とは、1小節を3等分する4拍3連の周期である。さらに、周期2とは、1小節を2等分する周期で2分音符毎の周期、周期4とは、1小節内に1拍しかない周期となる。

図2～図4では、タンゴを除いて、ウォルシュ変換とフーリエ変換によるスペクトルに大きな差はない。タンゴのフーリエ変換では、2拍目裏拍の8分音符を2拍目の表拍に近似したため、結果が一致しなかったと思われる。

マーチ、ボサノバ2、ルンバ1は、すべて周期が1となった(図2)。ボサノバ1とルンバ2のウォルシュスペクトルは同一であり、両者とも周期4/3である(図3)。4拍3連のウネリがこれらのリズムパターンに潜んでおり、実際の演奏で頻繁に用いられる理由の一つと考えられる。ルンバ3は周期2となった(図4)。

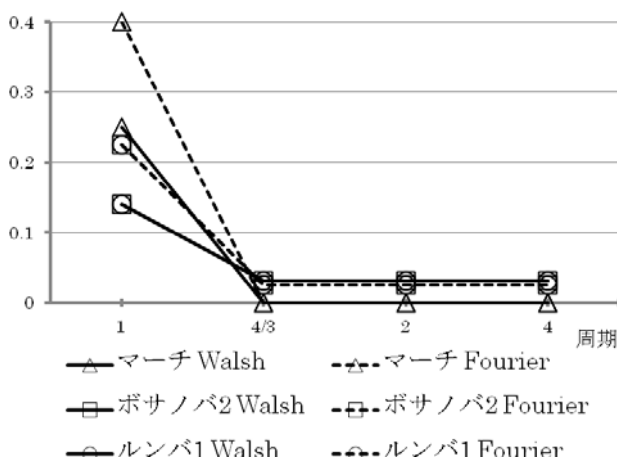


図2 ウォルシュスペクトル  
 (マーチ、ボサノバ2、ルンバ1)

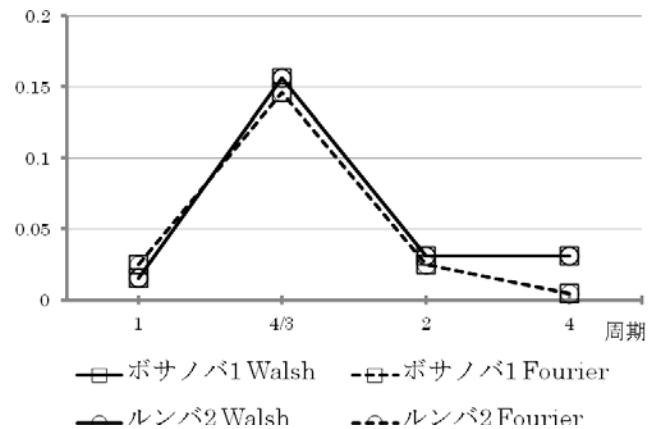


図3 ウォルシュスペクトル  
 (ボサノバ1、ルンバ2)

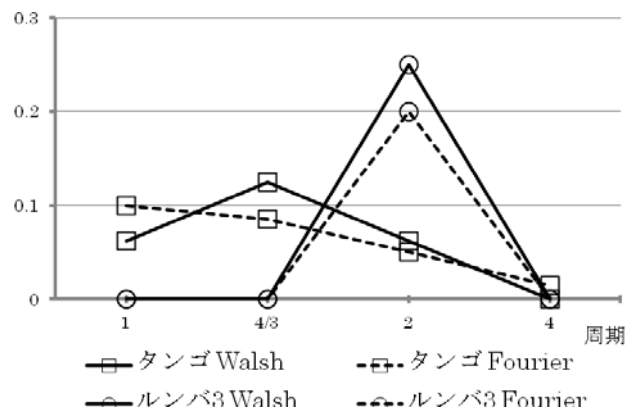


図4 ウォルシュスペクトル  
 (タンゴ、ルンバ3)

#### 4. 周期4/3のリズムパターンの生成

ボサノバ1とルンバ2のウォルシュ変換  $f_i$  ( $i = 0, \dots, 7$ ) に逆変換を適用して、周期4/3のリズムパターンを生成する。

両パターンでは、ウォルシュスペクトルの値  $s_j$  ( $j = 0, \dots, 4$ ) は同一だが、ウォルシュ変換  $f_i$  は、両パターンではそれぞれ異なる。シュミレーションは、 $f_i$  から両者の区別なくサンプリングした。すなわち、ウォルシュスペクトルが図3の結果を満たすようなすべての組み合わせを  $f_i$  から  $i$  毎に作成して、逆変換を適用した。

なお、 $f_0$ については、 $\sum f_i = 1$ より、1 から  $f_1 \sim f_7$  の合計を差し引いて求めた。

このようにして作成した  $f_0 \sim f_7$  にウォルシュ逆変換を適用して、 $x_i$  を生成した。その中から、0,1 の二値データとして再現されたパターンを選択した (図 5)。結果の中には、ボサノバ 1 とルンバ 2 も重複して生成されたが、図 5 には含めていない。

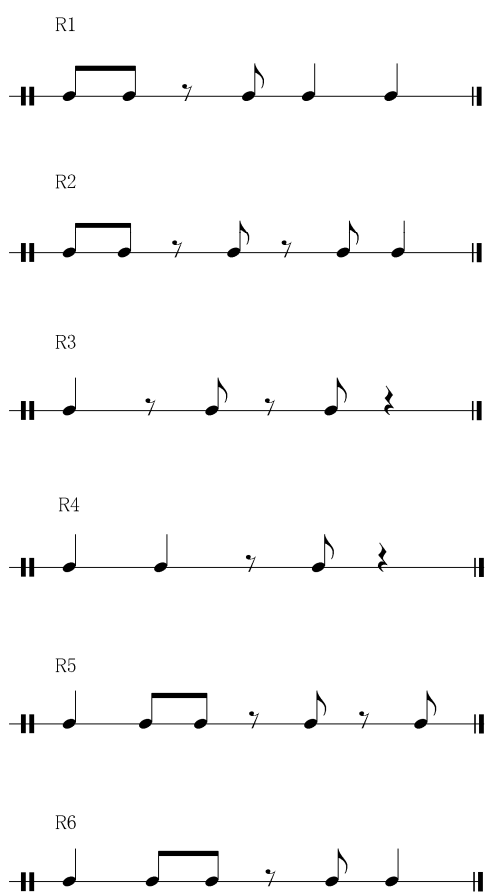


図 5 4/3 周期を持つリズムパターン

図 5 では、すべてが 1 拍目の表拍から始まり、また実際に演奏しても違和感がなく、ポピュラー音楽などではよく用いられるリズムパターンである。R1 はボサノバ 1 の 1~2 拍目と 3~4 拍目を入れ替えたものである。R2 と R6 は 1 拍目と 2 拍目がお互いに逆になっている。R5 はカスカラのリズムの一部である。

## 5. おわりに

ウォルシュ変換、フーリエ変換ともに一致性を持たないので、8 個のデータでも結果の信頼性は低くはない。リズムパターンの小節数を増やせば、より複雑なリズムの解析が可能になる一方で、周期の解釈も難しくなる。4 拍 3 連の周期は、リズムに対する「ノリ」を表現する最小の周期と考える。

逆変換については、本稿のようにデータが非連続的であっても、両変換ともに元データへの再現性は高い。しかし、フーリエ変換については、数字の丸めが必要となる場合が生じる。ウォルシュ逆変換では整数として再現され、変換・逆変換ともに簡単な行列計算で行える利点がある。

## 参考文献

- [1] Beauchamp, K.G. (1984): *Applications of Walsh and related functions, with an introduction to sequency theory*. Academic Press.
- [2] Chew, E., A. Volk (Fleischer) and C. Y. Lee (2005): "Dance Music Classification Using Inner Metric Analysis: a computational approach and case study using 101 Latin American Dances and National Anthems," *The Next Wave in Computing, Optimization and Decision Technologies*: Golden, B., S. Raghavan, E. Wasil (eds.), Springer.
- [3] 遠藤靖『ウォルシュ解析』東京大学電機大学出版社、1993。
- [4] Pardo-Igúzquiza, E., M. Chica-Olmo, and F.J. Rodríguez-Tovar (1994): "CYSTRATI: A computer program for spectral analysis of stratigraphic successions," *Computers & Geosciences*, 20-4, 511-584.
- [5] Stoffer, D.S. (1991): "Walsh-Fourier analysis and its statistical applications (with discussion)," *Journal of the American Statistical Association*, 86, 462-483.
- [6] 谷萩隆嗣『高速アルゴリズムと並列信号処理』コロナ社、1996。