計量経済モデルの推定と予測のためのプログラム・システム* (I)

森 敬**

1. 序 文

この論文は，現在わが国においてもっとも普及しているドラム記憶方式の中型機（容量1,000～5,000語）についてエコメトリック・モデルによる予測ならびに，シミュレーション実験を行なう目的で組まれたいわば単能(注1)のプログラムシステムに関する研究報告である．

第2節で，本稿での中心である推定のロジックを説明し，第3節で作業全体をフロー・チャートを中心に述べ，最後に，例として実際の結果を示す．

本稿では以上のように，中型機を中心に考えているが大型機の利用にあたっては，より進んだプログラム・システムを考えることができる．したがって，本稿に述べたことは，そのための予備的作業であるともいえる．

ここで読者の便宜のために，計量経済学的用語の簡単な説明が必要であろう．

モデルを構成する変数は経済学的に次の二つに分けられる．第1は，経済システム内部の動きによって決定される内生変数**内生変数** y（物理的システム内における変数）であり，第2は経済システム外部の動きによって決定される**外生変数** x（物理的システムにおけるいわゆる外力）である．この区分は，絶対的なものではなく，モデルの対象と範囲，さらに，問題の焦点のおきどころによってことなる．

また，統計的推定上からの区分として，ある時点におけるもっとも関心のある内生変数，すなわち，**同時内生変数** $y_{it}(i=t\cdots\cdots m,\ t=1\cdots\cdots T)$ と，それ以外に考えられる変数は，その期以前に決っているという意味で，**先決内生変数** $y_{ti-\tau}(i=1\cdots\cdots m,\ \tau=1\cdots\cdots T')$ と呼ばれる内生変数と，外部から与えられる**外生変数** x_{jt} $(j=1\cdots\cdots n,\ t=1\cdots\cdots T)$（この変数についての時点は問題にされない）の2種である．この同時内生変数以外の変数を総称して**先決変数** Z という．ただし，T は観察期間数を示す．

モデルは，通常，消費量，投資量などの行動を表現する個々の式を構造式とよび，その他に所得その他について行なわれるいくつかの定義式と区別される．

$$y_{it}=f_i(y_{1t},\ \cdots\cdots,\ y_{i-1t},\ y_{i+1t},\ \cdots\cdots,\ y_{mt},\ y_{1t-1},\ \cdots\cdots,\ y_{mt-1},\ y_{1t-\tau},\ \cdots\cdots,\ y_{mt-\tau},\ x_1,\ \cdots\cdots,\ x_m)+u_{it} \quad (i=1,\ \cdots\cdots,\ m) \tag{1.1}$$

ただし，f_i は線形函数．

または

$$By_t=\Gamma z_t+u_t \tag{1.2}$$

ただし，Bは，同時内生変数の係数行列，Γ は先決変数の係数行列．

この構造式は，通常1個の同時内生変数を各種の変数の1次結合で表わすが，この同時内生変数を説明する変数を**説明変数**とよぶ．構造式は，説明変数として，一般には，他の同時内生変数，先決変数を同時に含みうる．

このように，経済行動を表現する数式全体を**構造**とよぶ．経済モデルの推定とは，この構造の推定であって，それはモデルの各変数間に，経済行動が表現されるように推定することを，一つの大きな狙いとする．

この構造モデルを同時内生変数について解いた形を

第 1 表

	（モデル構成）	（シミュレーション）	（連立推定）	（構造式）	
変数	内生変数 y…	同時内生変数 y………	説明される同時内生変数 y_i………	説明されれ同時内生変数 y_i	変数
			説明のための同時内生変数 $y_{j\neq i}$	説明変数	
		先決内生変数 $y-\tau$	……生活変数 z		
	外生変数 x………	外生変数 x			

---

* Estimation for Economic Model and Forecast, by Kei Mori

** 慶応義塾大学工学部管理工学科

（注1） 本稿における作業のための使用機は，USSC（Tape）90, USSC 90（Card），IBM 650，K-1（Mark V の abstract）の4種類である．

構造モデルの**誘導形**という．これは，線形オペレーターで先決変数のベクトルを同時生内変数のベクトルに変換する形式である．

$$y_t=B^{-1}[\Gamma z_t+v_t]=[B^{-1}\Gamma]z_t+B^{-1}u_t \quad (1.3)$$

ここで，同時内生変数を当初から全先決変数で最小乗推定したものを**誘導形最小乗推定モデル**とよんで，前の誘導形と区別するのは，そこには行動を示すなにものもその背景に存在しないからにほかならない．

$$y_{it}=g_i(y_{1t-1},\cdots\cdots,y_{mt-1},\cdots\cdots,y_{1t-\tau},\cdots\cdots,y_{mt-\tau},\cdots\cdots,x_1,\cdots\cdots,x_n)+u'_{it} \quad (1.4)$$

または

$$y_t=Rz_t+u'_t \quad (1.5)$$

ただし，Rは誘導形最小２乗係数行列．

そこで問題の構造式の推定に関しては，いくつかの方法がある．第1は，モデルの初期的段階として古くから使われた**最小２乗法**による f_i の推定であるが，これは，モデル全体の他の変数の information を全て使用しない個別的な推定法として批判された．第２の方法は，他の変数の information を使う意味で，**完全情報最大法**およびそのやや緩和された形での**制限情報最尤法**が，第二次大戦末期にアメリカのシカゴで完成された[4]．しかしながら，これらの方法は，当時実用に供するにはあまりに複雑で，特殊な例外を別にして，小規模モデルについて推定が試験的に行なわれたにすぎなかった．

この繁雑性を回避しながら，推定結果が制限情報最尤値に優るとも劣らない方法がオランダのTheil等[11]によって開発された．これが **2段階最小２乗法**である．この有用性は，いくつかのモンテカルロ法による実験によってテストされた．

ところで，一応最上とされている完全情報最尤法にも非常に制約的な仮定を必要とするので，これを回避する目的で，ごく最近，**3段階最小２乗法**が開発されている．この２者は，中型機の能力をはるかにこえているので，次回にゆずるとして，本稿は連立推定の普及版である２段階最小２乗法を中心に，制限情報最尤法をも含めたプログラム・システムを構成してみた．

また，このような方法で推定した計量モデルの積極的活用，すなわち，予測作業やシミュレーションの実験などのためのプログラムも含めて，ここで一つの大きなプログラム・システムに集大成し，のちの残る二つのより完全な推定方式の包含を企図している．

4） 次号に掲載

2. 構造モデル推定のロジックの概観

われわれがここで関心をもつ推定方式は，連立モデルの推定方式である２段階最小２乗法，制限情報最尤法の二つであるが，これらに至るまでの中間生産物として，誘導形最小２乗推定値についてもふれることにする．これら三つの推定法を通常の最小２乗法との比較において要約に論じておこう．

慣例に従い，記号を次のように定める．ただし，記号法は，便宜上，各節ごとに若干異なることに注意．特に，観察期間と変数の番号の添字がいれかえられている．

同時内生変数に関しては，モデル全体の内生変数行列を，$y=\{y_{ti}\}$ $(t=1,\cdots\cdots,T,\ i=1,\cdots\cdots,G)$，第 i 番目の推定構造式中の内生変数を $y_\Delta=\{y_{\Delta tk}\}$ $(t=1,\cdots\cdots,T,\ k=1,\cdots\cdots,G_\Delta)$ その係数ベクトルを $\beta_\Delta=\{\beta_{\Delta k}\}(k=1,\cdots\cdots,G_\Delta)$ とし，先決変数については，モデル全体のそれを $z=\{z_{tj}\}$ $(t=1,\cdots\cdots,T,\ j=1,\cdots\cdots,K)$，その係数を $\gamma=\{\gamma_j\}$ $(j=1,\cdots\cdots,K)$，第 i 番目の構造式中の先決変数を $z_*=\{z_{*tl}\}$ $(t=1,\cdots\cdots,Tl=1,\cdots\cdots,K_*)$，その係数を $\gamma_*=\{\gamma_{*l}\}$ $(l=1,\cdots\cdots,K_*)$ とする．

2.1 誘導形最小２乗法（RFLS）

推定の手続は，次のような形で提出される．以下，構造式の番号を示す記号は問題のある同時内生変数にのみ添えることにする．

$$y_i+z\gamma=u \quad (i=1,\cdots\cdots,G)$$

$$M_{in}\ \{u'u\} \quad (2.1)$$

このことは (1) 式の残差 u の平方和 $\{u'u\}$ を最小にすることを意味する．この帰結は

$$\hat{\gamma}=-(z'z)^{-1}zy_i \quad (i=1,\cdots\cdots,G) \quad (2.2)$$

となる．ただし，$|z'z|\neq 0$ とする．

2.2 通常の最小乗法（OLS）

この意味は，構造式をそのまま最小２乗法で推定するということであり，その形式は以下のようである．

$$y_i+{}_iy_{\Delta i}\beta_\Delta+z_*\gamma_*=u \quad (i=1,\cdots\cdots,G')$$

または

$$y_i+({}_iy_\Delta \vdots z_*)\begin{pmatrix}{}_i\beta_{i\Delta}\\ \gamma_{i*}\end{pmatrix}=u \quad (i=1,\cdots\cdots,G')$$

$$M_{in}\ \{u'u\} \quad (2.3)$$

ただし，前つきの添字つきベクトルまたは行列は，その行または列を除かれたベクトルまたは行列を示す．また，G' はモデル中の構造式の数を示し，Gは内生変数の数Gをこえない．

2.3 2段階最小2乗推定法（2 LS）

この方法は，実績値 ${}_iy_\Delta$ の代りに，2.1 の誘導形最小2乗推定値によって求めた理論値 ${}_i\hat{y}_\Delta$ を用いて，2.2 の通常の意味での最小2乗法を適用するものである．

$$y_i+{}_i\hat{y}_{\Delta i}\beta_\Delta+z_*\gamma_*=u \quad (i=1,\ \cdots\cdots,\ G')$$

または

$$y_i+({}_i\hat{y}_\Delta \vdots z_*)\begin{pmatrix} {}_i\beta_\Delta \\ \gamma^* \end{pmatrix}=u \quad (i=1,\ \cdots\cdots,\ G')$$

$$M_{in}\ \{u'u\} \qquad (2.4)$$

ただし，${}_i\hat{y}_\Delta=z(z'z)^{-1}z'\cdot{}_iy_\Delta$

いま，誘導形の残差の理論値をVとする．したがって，${}_i\hat{y}_\Delta={}_iy_\Delta-V$ とすると，

$$V=\{I-z(z'z)^{-1}z'\}{}_iy_\Delta$$

とあらわされるから，2段階最小2乗推定値は

$$\begin{bmatrix} {}_i\hat{\beta}_\Delta \\ \hat{\gamma}_* \end{bmatrix}=-[({}_i\hat{y}_\Delta z_*)' \vdots ({}_i\hat{y}_\Delta \vdots z_*)]^{-1}\cdot({}_i\hat{y}_\Delta \vdots z_*)\cdot y_i$$

$$=-\begin{bmatrix} ({}_iy'_\Delta-V')({}_{\Delta i}y_\Delta+V) & ({}_iy'_\Delta-V')\cdot z_* \\ z_*\cdot({}_iy_\Delta-V) & z'_*\cdot z_* \end{bmatrix}^{-1}\cdot \begin{bmatrix} ({}_iy'_\Delta-V')\cdot y_i \\ z_*\cdot y_i \end{bmatrix} \qquad (2.5$$

と表現される．

ここで，z, z_* がVに直交するから

$$\begin{bmatrix} {}_i\hat{\beta}_\Delta \\ \hat{\gamma}_* \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} ({}_iy'_\Delta\cdot{}_iy_\Delta-V'\cdot V) & {}_iy'_\Delta\cdot z_* \\ z_*\cdot{}_iy_\Delta & z_*'\cdot z_* \end{bmatrix}^{-1}\cdot \begin{bmatrix} ({}_iy'_\Delta-V')\cdot y_i \\ z_*\cdot y_i \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

となって，2段階最小2乗推定値の標準形式になっていることがわかる(注2)．

2.4 制限情報最尤法

$$y_i+{}_iy_\Delta\cdot{}_i\beta_\Delta+z_*\gamma_*=u \quad (i=1,\ \cdots\cdots,\ G')$$

$$M_{in}\left[l=\frac{\beta_\Delta' W^*_{\Delta\Delta}\beta_\Delta}{\beta_\Delta' W_{\Delta\Delta}\beta_\Delta}\right] \qquad (2.7)$$

ただし

$$W^*_{\Delta\Delta}=y_\Delta'\{I-z_*(z_*'z_*)^{-1}z_*'\}y_\Delta$$

$$W_{\Delta\Delta}=y_\Delta'\{I-z(z'z)^{-1}\ z'\}y_\Delta$$

y_Δ に対する z_* による最小2乗推定値によって求めた残差の平方和と z による y_Δ の残差の平方和の比 l を最小にすることが，ちょうど尤度を最大にすることに対応している．したがって，l を最小にする条件のもとで得られる推定値が，求める推定値に他ならない．

その手続は以下のごとくである．

$$\frac{\partial l}{\partial\beta'_\Delta}=0;\ \{W^{*-1}_{\Delta\Delta}\cdot W_{\Delta\Delta}\}\beta_\Delta=\frac{1}{l}\beta_\Delta$$

（注2） 11）参照（次号に掲載）

$$[\{W^{*-1}_{\Delta\Delta}W_{\Delta\Delta}\}-\frac{1}{l}I]\beta_\Delta=0 \qquad (2.8)$$

ところで l の最小値を求めることは，行列 $[(W^*_{\Delta\Delta})^{-1}\cdot W_{\Delta\Delta}]$ の最大固有値 $1/l$ を求めることによってえられる．その対応固有ベクトル β_Δが，$y_\Delta\beta_\Delta$にかかわる制限情報最尤推定値$\hat{\beta}_\Delta$ に該当する．$\hat{\beta}_\Delta$ を次式に代入して z_* の係数がえられる．

$$\gamma_*=(z'_*z_*)^{-1}z'_*y_\Delta\cdot\hat{\beta}_\Delta \qquad (2.9)$$

以上，古典的最小2乗法，誘導形最小2乗法との対比において，連立推定法の2段階最小2乗法，ならびに，制限情報最尤法の概略を述べたわけであるが，これは，計算途上に生ずる問題群を明確にするためであって計算手続そのものを述べたものではない．

ここで，いずれの連立推定法においても，基本的に重要なのは，モデル全体の先決変数のモーメント行列，（ただし，原点からのモーメント）すなわち，$(z'z)$ のもつ情報であることが，明らかになったであろう．

したがって，モデルの説明力をたかめ，かつ信頼するに足る推定結果をうるかどうかの第1歩が，先決変数 z をいかに適切に選択するかどうかにかかっているといえる．

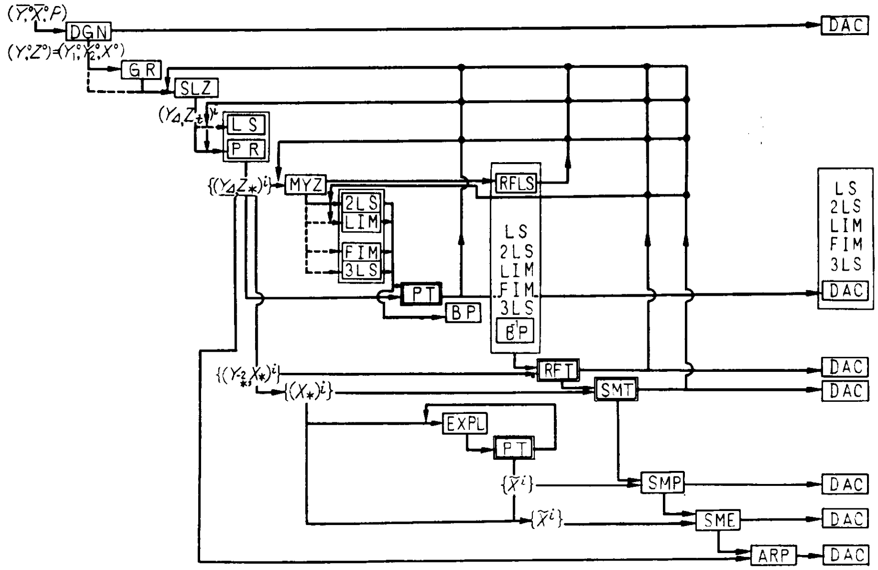
3. 計量モデルによる予測に関するプログラム・システム

プログラムを作業内容によって大別すれば，次の6種類に分けられる．

(1) 推定用データへの加工
(2) 先決変数の選択
(3) モデルの推定
(4) 推定モデルのテスト
(5) 予測およびその補助作業ならびに各種のシミュレーション
(6) 入出力関係

個々のプログラムの規模からみれば，主体はモデルの推定の部分であるが，作業の最終目標はあくまでも予測におかれている．

計算の内容は次元の多い，かつ，ステップの長い行列演算を主体にしており，プログラムは，計算の各段階で分断されており，その度に入出力のネックが重なり合い，さらに各段階において試行錯誤の模索を必要とするために，満足な結果をうるまでのプログラム使用回数が数十回に達している．このように，極めて time consuming な仕事であるにもかかわらず，他方において予測という仕事の性質上，作業全体を短期



第１図　データ→推定→シミュレーション（ジェネラル・フロー・チャート）

DGN: データ加工用プログラム　ADC: データプロット　GR: 単相関行列　PR: 偏相関行列　SLZ: 先決変数選択　LS: 最小二乗法推定　MYZ: モーメント行列　RFLS: 誘導形最小二乗法推定　2LS: 二段階最小二乗法　LIM: 制限情報最尤法　FIM: 完全情報最尤法　3LS: 三段階最小二乗法　PT: 構造方程式（部分）テスト　B, Γ: モデルの内生変数，先決変数の係数推定値の行列　$B^{-1}\Gamma$: 構造誘導形マトリックス　RFT: 誘導形テスト　SMT: シミュレーションテスト　SME: シミュレーション実験　ARP: アレインジメント・プログラム　EXLS: 外挿用プログラム

間のうちに完結することが要請されるというはなはだ厄介な仕事であるといえる．

今回の作業によって，作業全体に関する経験が蓄積されたので，各プログラムを連絡する新らたな主プログラムの構成を大型機について企画することも可能であるが，冒頭で述べたように，個々の作業の全体的な構成とその中で各プログラムの役割を明らかにとどめたい．

以下，フロー・チャートを補足しながら順を追って説明しよう．

3.1　研究目的の設定と仮設的なモデルの構成

3.1.1 ビジョンの確立

3.1.2 個別的な構造関係の想定

3.1.3 モデルの完結性などに関する形式上の諸問題

3.2　入出力データの処理

3.2.1 入手原データのチェック（DGN の前半）

3.2.2 原データから入力データへの加工（DGN の後半）

3.2.3 原データならびに入出力データのプロット（DAC）

3.1 の大部分については，研究者の主観，あるいは理論の選択における判断がはいる余地がある．すなわち，ここで，広い意味における各種の仮定が設定される．次に研究者の立てた仮定に要求される形式的な consistency を保証するために 3.1.3 の問題が吟味される．その際の吟味事項は，式の数と同時内生変数の一致，データの観察期間数に比べて全先決変数の数が少ないかどうか，各構造式が識別可能性（identification problem）の基準をみたしているかどうかなどである．

3.2 は経済分析の実証研究一般についていえることであるが，これまでもっとも time consuming な作業であったデータの収集とその後の管理に PCS のテクニックを取入れてこれを磁気テープ処理によって，スピード・アップしたのが 3.2.2 であり，次に収集された原データ（チェック済の）から推定の際の入力データへの各種計算手続をサブ・ルーチン化し，これを control カードで呼び出して使用するといったデータ加工プログラムを作成した．

3.3　先決変数の選択

3.3.1　全変数の単相関行列表の作成（GR）

3.3.2　先決変数の成績表の作成（SLZ）(注3)

(注３)　観察期間の数以内の数の先決変数の選択が行なわれる場合は，統計的により厳密な方法がある．〔2〕参照．

次ページへ

a）内生変数に対する先決変数の相関順位表の作成

b）先決変数間の独立性（非相関性）順位表の作成

c）両基準の重みづけによる評価(注4)

3.3.3　各内生変数に対する 3.3.2 で選択された先決変数全体のとの偏相関行列表の作成（TPR）

3.4　構造関係単位の偏相関行列の作成（PR）または通常の最小2乗法推定（OLS）

3.3 から **3.4** は **3.1** における仮定の第1次検定ともいうべきものであって，**3.3**は3.1.1 および 3.1.3 の検定，**3.4** は 3.1.2 および 3.1.3 の検定と考えられる．ビジョンにはいくつかの alternatives が考えられる．これらが必要とする変数のすべてをカバーする単相関行列は，ビジョンがどの段階で棄却されても，直ちに，feedback することによって新らたなビジョン構成の基礎として役立つ．しかしながら標準モデルの変数の数の約3倍の変数についてつくられた単相関行列表はあまりに大きく，直接観察によっては，個別のチェックに有効であっても全体のビジョン形成には役立たない．そこで次の手続が必要となる．

3.3.2 の SLZ は，第2節の最後にふれたようにモデル全体の先決変数を有効適切に選択するために，工夫した方法である．有効適切とは，各先決変数ができるだけ内生変数の説明に役立つものであることと同時に，それらが，互いにできるかぎり独立であることを意味している．独立性の要求は，先決変数間に強い相関が存在することによって全先決変数のモーメント行列にランクおちのおこる可能性をあらかじめ，封ずるための方策である（第2節における $|z'z|\neq 0$ にあたる）．これは，いわゆる多重共線形性（multicolinearity）の回避の問題に通ずる．

このテクニックは，観察期間数をはるかにこえた数の先決変数のなかから，観察期間数内の先決変数を選択する場合に，使える．その結果がはたして，うまくいったかどうかは，3.3.3 でチェックすればよい．

3.4 は，ビジョンの具体的表現である構造式をどのような説明変数を使って表わせばよいかを模索あるいは確認するための作業である．ここでは専ら，構造式の定性的因果（係数の符号条件）を確認するために偏相関行列が使われる．従来は，通常の意味での最小2乗法がこの目的に使用され，同時にこの結果がそのままモデルの構造式として用いられていた．しかしながら，この種の OLS モデルは，第1節，第2節で述べたように，構造関係の連立性を無視している点で，あくまでも暫定的なモデルに過ぎない．

しかしながら，連立方式も OLS モデルの符号条件を変えるほど著しい係数の変化をもたらすにはいたらず，単に，量的な変化にとどまるとの想定のもとに，PR による模索を行なった．OLS より PR を優先する理由は，各説明変数の貢献度と符号が明らかであり，かつ，計算時間が少ないなどの理由による，OLS の符号と PR の符号の一致は，容易に証明可能である以上，より単純な方法の選択が得策である．

3.5　モデルの推定

3.5.1　誘導形最小2乗法（RFLS）

3.5.2　2段階最小2乗法（2LS）

3.5.3　制限情報最大法（LIM）

3.5 の目的は，モデルの連立推定であるが，三つの方式のうち，RFLS は 2LS と LIM による構造モデルの連立推定のための基礎推定としての意味しかもたない．この間の事情は，すでに述べたとおりである．

プログラミングは，前節のロジックを踏襲したものであるが，前節の計算方式では，中型機の浮動小数点方式有効数8字桁の普通の演算によって最終結果に3桁以上の精度の維持が，困難である．精度維持には，double precision が望ましいが，中形機では，計算時間の点で feasible でない．したがって前節に書かれた原点からのモーメントの代りに，平均値からのモーメントを使い，さらに，モーメント計算に用いられる簡便法も同様の意味から使用せず，モーメントの定義そのままの計算方式，すなわち，平均値からの偏差の積和を求める方式をとった．また，モーメントのオーダーを 10^{-1} から 10^{1} までの間に調整し，このときの調整ファクター行列を保存して，観察する中間結果および最終結果を出す直前に，このファクター行列を使って，元来のオーダに再調整を行なう．こうして，オーダーの極端な相違によって生ずる計算過程における桁おちの危険性の若干が除かれる．その他，計算上の便宜から，各種の改組が行なわれているが，これらに関する work-sheet をそのままここに記すことは，省略する．

3.4 の OLS, 3.5.1 の RFLS, 3.5.2 の 2LS, 3.5.3 の LIM 各プログラムでは，次に示す附随的な各

前ページより

このプログラムは，7090 Fortran のプログラムが SHARE で開発されている．これを使って check をしたが，その結果は，3.3.2 の方法による結果と同様の結論をえた．

（注4）　重みづけは，（1-単相関）の逆数を使用した．

種の統計計算が行なわれる．

i ）各係数推定値の標準誤差 $\hat{S}_{aij}$

ii) 残差の標準偏差 $\bar{S}$

iii) 重相関係数 $\bar{R}$

iv) 系列相関の指標としてのノイマン比率 d

その他，構造推定の結果の評価に役立てるために，

v)-1 内生変数の理論値と実際値 $\hat{y}$, y

v)-2 残差 $u=y-\hat{y}$

v)-3 各説明変数の実績値と各係数推定値の積の各時系列 $\hat{a}_i x_i$

誘導形最小2乗推定値 $\hat{R}$ と構造モデルの誘導形の係数値 $B^{-1}\Gamma$ は，形式上同一であるが，一般には等価でない．このことは，3.1.3 でふれた indentification の問題に関連している．$\hat{R}$ と $B^{-1}\Gamma$ が等価になるのは，just identifiable の場合のみであって，このようなモデルは極めてまれである．

under identifiable の場合は，等価でないのはもとより，構造推定そのものが，不可能でもあるし，また，意味をなさなくなる．多くの場合，over indentifiable であって，このようなモデルにおいては，$\hat{R}$ と $\hat{B}^{-1}\hat{\Gamma}$ は非常に異なるのが通常である．

identification の必要条件は，次のような数え上げの規則で確かめられる(注5)

$$(G+K)-(G_{\Delta}+K_{*}) \gtreqless G-1 \begin{cases} \text{over} \\ \text{just} \\ \text{under} \end{cases} \qquad (3.1)$$

2LS プログラムはまず，RFLS を中間結果として output し，それにつづいて，あらかじめ，コントロール・カードによって指定された説明変数について構造式ごとに OLS と同様の手続きをとる．

したがって．一つの RFLS について，内生変数と先決変数の使い残しや，それ以外の変数を必要とするのでなければ，幾組かの 2LS モデルをつくることができる．その中で満足できるモデルができない場合，新たに RFLS から出発しなければならない．

3.5.3 の LIM プログラムは，RFLS を基礎にしている点，2LS と似かよっているが，その後の取扱いにおいて，行列演算のプロセスがはるかに複雑であり，さらに，内生変数の係数の最大固有値の性質によって，収束の速度が異なる．したがって，計算所要時間に若干の幅が生ずる．結局，LIM プログラムは，長時間の計算時間を必要とする．

そこで，2LS で確認されたモデルに限定して計算を行なう以外にない．また，このプログラムの最後に付録として，LIM の中間結果を利用して，OLS の計算を行なわせる．したがって，最後に，構造モデルとして連立推定2種と個別推定1種，計3種の推定結果がえられる．

3.6 計量モデルのテスト

3.6.1 構造テスト (PT)

3.6.2 誘導形テスト (RFT)

3.6.3 シミュレーション (SMT)

推定された構造モデルは，PT によって構造式の段階で，RFT によって誘導形の段階で，SMT によってモデルの定義方程式の解の段階で，テストされる．

各テストは，必らず実績値を必要とするが，SMT においては，初期時点から推定期間末までの外生変数の時系列と初期値としていくつかの先決内生変数の実績値を必要とするのみである．

RFT は，推定期間内の外生変数の外に先決内生変数の実績値時系，すなわち，先決変数全体の実績値時系列を必要とする．PT は，各構造式にでてくる説明変数，すなわち，外生変数，先決内生変数ならびに同時内生変数の実績値時系列を使用する．

このことは，別の観点からいえば，PT は係数以外にモデルの連立性を考慮しない個別テストであり，RET は連立性は考慮するが，モデルの定義方程式としての表現を完全に表現しきれないのに対して，SMT は，モデルの完全な解として，最終的テストであるといえる．

いま，7期におけるモデル全体における同時内生変数のベクトルを y_t，先決変数のベクトルを z_t，先決内生変数のベクトルを $y_{(-z)t}$，外生変数のベクトル x_t，を残差ベクトルを u_t とし，同時内生変数の係数推定値行列を B，先決変数の係数推定値行列を Γ，先決内生変数の係数推定値行列 Γ_1，外生変数の係数推定値行列を Γ_2 とすれば，構造モデルは，次のように表わせる．

$$By_t=\Gamma z_t+u_t \qquad (3.2)$$

または

$$By_t=\Gamma_1 y_{(-\tau)t}+\Gamma_2 x_t+u_t$$

これを y_t について解けば，次のようになる．

$$y_t=B^{-1}(\Gamma z_t+u_t)=B^{-1}\Gamma z_t+B^{-1}u_t$$

または

$$\begin{aligned} y_t&=B^{-1}(\Gamma_1 y_{(-\tau)t}+\Gamma_2 x_t+u_t) \\ &=B^{-1}\Gamma_1 y_{(-\tau)}+B^{-1}\Gamma_2 x_t+B^{-1}u_t \qquad (3.3) \end{aligned}$$

(注5) 充分条件は，あらかじめ知ることのできないものであって，実際の計算に rank おちの現象が生じなければ，みたされていることになる．

第 2 表

プログラム名	使用機（Tはtapeつき）	単位時間	使用回数	備　　考
D G N	USSC（T）	1	4	150 変数行列（出力）
G R	K−1	30	1	150 変数
P R	K−1	$\frac{1}{60}$	300	6 変数平均
S L Z′	7090（T）	$\frac{15}{60}$	1	30×（1+20）変数
O L S	650	$\frac{2}{60}$	（500）	1+5 変数平均
	K−1	$\frac{2}{60}$	30	1+4 〃 〃xの外挿
R F L S	USSC（T）	$\frac{40}{60}+\frac{50}{60}$	（8）15	30×21 平均
	USSC	$1\frac{40}{60}$	10	30×21 平均
2 L S	650	2	2	10×25 〃
	USSC（T）	1	30	30×21 〃
	USSC	2	20	
	USSC	$1\frac{30}{60}$	10	30×21 平均
	USSC（T）	1	20	30×21 〃
	USSC	$1\frac{30}{60}$	10	30×21 〃
L I M（OLSつき）	650	7	（2）	30×21 平均
B^{-1}	650	1	2	30×21
	USSC	$\frac{40}{60}$	10	30×30
$B^{-1}\Gamma$	650	1	2	30×21
	USSC	$\frac{20}{60}$	10	30×21
SMT（1）	650	$\frac{30}{60}$	2	$(B^{-1}\Gamma)z_t$ 30 iteration
	USSC $B^{-1}\Gamma z_t$	$\frac{12}{60}$	20	$(B^{-1})z_t$ 30 iteration
SMT（2）	USSC（T） $B^{-1}(\Gamma z+u)$	$\frac{30}{60}$	10	$B^{-1}(\Gamma z+u)$ 30 iteration

これを構造モデルの誘導形という．観察期間の実績値を代入すれば上の等式は必らず満足される．したがって，この（3.2）式の右辺と左辺の較によってこれまでの計算のすべてをチェックできる．

この場合，理論値 $\hat{y}_t$ は，

$$y_t=B^{-1}\Gamma z_t \tag{3.4}$$

または

$$\hat{y}=B^{-1}(\Gamma_1 y_{(-\tau)t}+\Gamma_2 x_t)$$

となり，これによって， RFT および SMT を行なう．

他方，誘導形最小2乗推定 RFLS の係数の行列を R，また先決内生変数の係数行列 R_1，外生変数の係数行列を R_2，RFLS の残差ベクトルを u_t' とすれば，誘導形最小乗推定モデルは，

$$y_t=Rz_t+u_t' \tag{3.5}$$

または

$$y_t=R_1 y_{(-\tau)t}+R_2 x_t+u_t'$$

となる．Rは前節にのべた $(z'z)^{-1}z'y$ に該当する．ここでも理論値に関する取扱いは，構造モデルの誘導形と同様である．

当初，構造モデルの誘導形として，（3.4）の第1式また誘導形最小2乗モデルとして，（3.5）の（3.4）と同様の式は共通に利用できるので，これを基本にプログラムを組んだ．後に，綜合チェックとこれによるシミュレーション実験の便宜を考えて，（3.3）の方式が可能なように改組し，これを主として使用するようにした．

3.7 シミュレーション実験

3.7.1 シミュレーション予測（SMP）

3.7.2 シミュレーション実験（SME）

これらは，前のテスト・プログラムを使用目的によって分類したのであって，プログラムそのものは変わりない．3.7.1 の SMP については，外生変数の外挿ベクトルをつくるのに OLS プログラムで推定し，その理論値を PT テストによってテストしてから，採用するという手続が追加されるのみである．これらの事情はフロー・チャートをみれば明らかである．

以上の過程は試行錯誤のために繰返し使用され，頻繁に feed back される．**第2表**の回数の頻度参照．

（未完）