

# ベータ次減衰するシナプスをもつ連想記憶モデルの記憶特性

宮田龍太<sup>1,2</sup> 青西亨<sup>1,a)</sup> 綴木駿<sup>3</sup> 倉田耕治<sup>4,b)</sup>

概要：既存の連想記憶モデルでは、記憶容量を超過してパターンを学習させると、ネットワークはオーバーロードを引き起こし、それまで学習したどのパターンも想起できなくなる。これまでオーバーロードを回避するモデルとして、指数的忘却モデルや0次減衰モデルといったシナプス減衰モデルが提案されてきた。本研究ではより一般的なシナプスの減衰を取り扱うため、0次減衰モデルを $\beta$ 次減衰するシナプスをもつ連想記憶モデルへと拡張した。減衰次数が1のときは指数的忘却モデルに相当する。シミュレーションにより、ネットワークの記憶想起性能を最大化する最適な減衰次数をもつシナプス減衰モデルを探索した。その結果、次数が整数値の場合、ネットワークの記憶容量を最大化する最適な減衰次数をもつモデルは指数的忘却モデルで、0次減衰モデルは準最適であることがわかった。また、シナプス減衰次数が大きくなるにつれて、モデルの記憶特性がほぼ一定になることがわかった。

## 1. はじめに

外界から得られた情報を記憶としてネットワーク内に保持し、必要なときに思い出すことは脳の情報処理の基礎をなしている。Hopfieldモデル[7]に代表される連想記憶モデルは、情報を学習・保持し、脳の記憶様式に関連した抽象モデルである。連想記憶モデルでは、Hebb則に従ってシナプス強度を変化させることで、パターンを記憶としてネットワーク内に埋め込む。そして保持された記憶パターンについては、多少のノイズが入った状態からでも復元することができる。連想記憶モデルについてはこれまで数多くの解析がなされてきた[1], [19]。

ただし、既存の連想記憶モデルの記憶容量には限界があり、Hopfieldモデルの場合 $0.138N$  ( $N$ はシステムサイズ)であることが統計力学的解析により明らかになった[2], [3], [18], [22]。記憶容量を超過してパターンを埋め込むと、ネットワークはオーバーロード(荷重負荷)を引き

起こし、それまで埋め込んだどのパターンも想起できなくなってしまう。

短期記憶の場として目される海馬とその周辺領域では、脳の発生が終了した成体においてもシナプスの消滅・新生が(synaptogenesis)が観測されている[23], [24]。さらに生理学的実験により、シナプス結合を構成するスパイン(とげ)の体積が小さいものほど、高確率でシナプス結合が消滅されることが明らかになった[24]。我々は以前、このシナプス新生を模した0次減衰シナプスをもつ連想記憶モデルを提案し、シナプス新生は記憶回路のオーバーロードを回避し、最近学習した記憶を安定して保持する役割を担う可能性を計算論的観点から示した[13]。0次減衰モデルではスパインの体積がシナプス結合強度に比例すると仮定しており、ネットワークが新たにパターンを一つ学習する度に、すべてのシナプス強度の大きさが一定速度で減衰する。小さい強度のシナプス結合ほど消滅されやすいというシナプス新生の特徴を反映したこの減衰プロセスは、古い記憶の痕跡を徐々に消去することと等価で、それによりオーバーロードを回避し、最近埋め込んだパターンを安定して保持することがわかった。

このようにシナプス減衰(忘却)を考慮した連想記憶モデルでは、いくらパターンをネットワークに記憶させても、常に最近憶えたいいくつかのパターンを想起することができる。Mézardらにより提案された指数的忘却をもつ連想記憶モデル[10]は、パターンを一つ学習する度にシナプス強度を指数減衰させることでオーバーロードを回避し、最近の記憶パターンを安定して保持することができる。これまでさまざまなシナプス減衰モデルが提案・解析されてき

<sup>1</sup> 東京工業大学大学院総合理工学研究科  
Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering,  
Tokyo Institute of Technology, Yokohama, Kanagawa  
226-8502, Japan

<sup>2</sup> 日本学術振興会特別研究員 DC  
JSPS Research Fellow DC

<sup>3</sup> 岡山理科大学工学部  
Faculty of Engineering, Okayama University of Science, 1-1,  
Ridai-cho, Okayama, Okayama 700-0005, Japan

<sup>4</sup> 琉球大学工学部  
Faculty of Engineering, University of the Ryukyus, 1, Sen-  
baru, Nishihara-cho, Nakagami-gun, Okinawa 903-0213,  
Japan

a) aonishi@dis.titech.ac.jp

b) kurata@mibai.tec.u-ryukyu.ac.jp

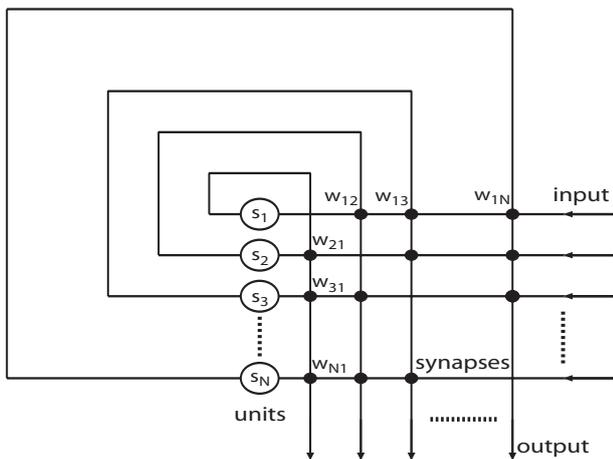


図 1 自己連想記憶を実現するリカレントネットワークの構造．各ニューロン ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) は発火 (1) 非発火 (-1) の二状態をとる． $w_{ij}$  はニューロン  $j$  からニューロン  $i$  へのシナプス結合荷重を表している．

た [5], [10], [13], [16], [20].

これらのシナプス減衰モデルの中で，ネットワークの記憶想起性能が最大となるものは一体どれであろうか．本研究では，0 次減衰モデルを  $\beta$  次減衰するシナプスをもつ連想記憶モデルへと拡張することで，より一般的なシナプスの減衰を取り扱う．シナプス減衰次数が 1 のときが指数的忘却モデルに相当する．シミュレーションにより，ネットワークの記憶想起性能を最大化する最適な減衰次数をもつモデルを探索した．

## 2. モデル

本章では，連想記憶モデルにおけるシナプスの減衰およびシナプスの消滅・新生を定式化する．ネットワークは図 1 のように  $N$  個のニューロンと  $N(N-1)$  個のシナプス結合で構成されている．

ここでは通常の連想記憶モデル [7] と同様に，記録過程と想起過程で構成されており，シナプスの減衰および消滅・新生は記録過程に含まれる．また，記録過程におけるシナプスダイナミクスと想起過程におけるネットワークダイナミクスでは，それらの時定数のスケールが全く異なると仮定する．この仮定の下では，記録と想起を独立して取り扱って構わない．

本モデルで実現される機能の概略は以下の通りである．記録過程では， $M$  個のパターン  $\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^M$  を Hebb 則に従いシナプス強度を更新することでネットワーク内に一つずつ埋め込む．パターンを一つ学習する度に，シナプス強度が減衰する．一定速度で減衰する場合は 0 次減衰モデル [13] で，シナプス強度に比例した減衰をする場合が指数的忘却モデル [10] である．0 次減衰モデルを含むいくつかのシナプス減衰モデル ( $\beta \leq 0$ ) においては，充分小さくなったシナプスは消滅され，その後，新たにシナプス結合

を形成する．そして想起過程では，ネットワークは記録過程で更新されたシナプスを用いて，最近埋め込んだパターンを多少ノイズが入った状態からでも復元する．

## 3. 記録過程

まず，パターンのネットワークへの記録とシナプス減衰，そしてシナプスの消滅と新生について述べる．記録とは，外界から得られた情報を記憶としてネットワーク内に埋め込むことである．これは，ニューロン間のシナプス結合強度  $w_{ij}$  を変化させることにより，記録パターンを学習・保持することに相当する．

ここで，学習ステップ  $\mu (= 1, 2, \dots, M)$  はパターンを記録した順番を示す．つまり， $\mu = M$  が最新の記憶で， $\mu < M$  はそれ以前に学習した記憶を表している．時刻  $\mu$  で記録したパターン  $\xi^\mu$  の各要素  $\xi_i^\mu, i = 1, 2, \dots, N$  は， $\pm 1$  の二値をとり，以下の確率で独立にランダム生成される．

$$\text{Prob}[\xi_i^\mu = \pm 1] = \frac{1}{2}. \quad (1)$$

このモデルでは，全体で  $N$  個のニューロンのうち半数が発火している状態 ( $\xi_i^\mu = 1$ ) を仮定した 1/2 コーディングが施されている．

このとき，パターン  $\xi^\mu$  の記録過程は次式で表される．

$$w_{ij}(\mu) = w_{ij}(\mu-1) + \Delta w_{ij}, \quad (2)$$

$$\Delta w_{ij} = -\alpha \text{sgn}(w_{ij}(\mu-1)) |w_{ij}(\mu-1)|^\beta + \xi_i^\mu \xi_j^\mu, \quad (3)$$

ここで， $\text{sgn}(x)$  は以下の符号関数である．

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0, \\ -1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (4)$$

細胞  $j$  から細胞  $i$  へのシナプス結合強度  $w_{ij}$  は対称行列  $\{w_{ij}\}: w_{ij} = w_{ji}$  である．ただし，自己結合はないと仮定する ( $w_{ii} = 0, i = 1, \dots, N$ )． $\Delta w_{ij}$  はパターンを一つ学習したときのシナプス変化量である．式 (3) の第二項は既存の連想記憶モデルと同様の相関 (拡張 Hebb) 学習を表している．1/2 コーディングされた連想記憶モデルの相関学習では，パターン  $\mu$  を構成する二つの要素の符号の一致・不一致により，シナプス強度を  $\pm 1$  だけ増減させている．

それに対して，式 (3) の右辺第一項はシナプス強度の減衰を表している．ネットワークが Hebb 則に従って新たにパターンを一つ学習する度にシナプス強度が減衰する．パラメータ  $\beta$  はシナプス減衰項の次数を表している． $\beta = 0$  のとき  $\alpha$  は減衰速度を表わしており，パターンを一つ学習するごとに， $w_{ij}$  から一定値  $\alpha$  だけ減衰する．これを 0 次減衰 [13] という．図 2(I) は 0 次減衰ダイナミクス  $\Delta w_{ij} = -\alpha \text{sgn}(w_{ij}(\mu-1))$  を示している．0 次減衰モデルでは，シナプス強度が一定速度  $\alpha$  で減衰するので， $|w_{ij}|$  が小さいほど早くゼロに収束する．そして下式で示される

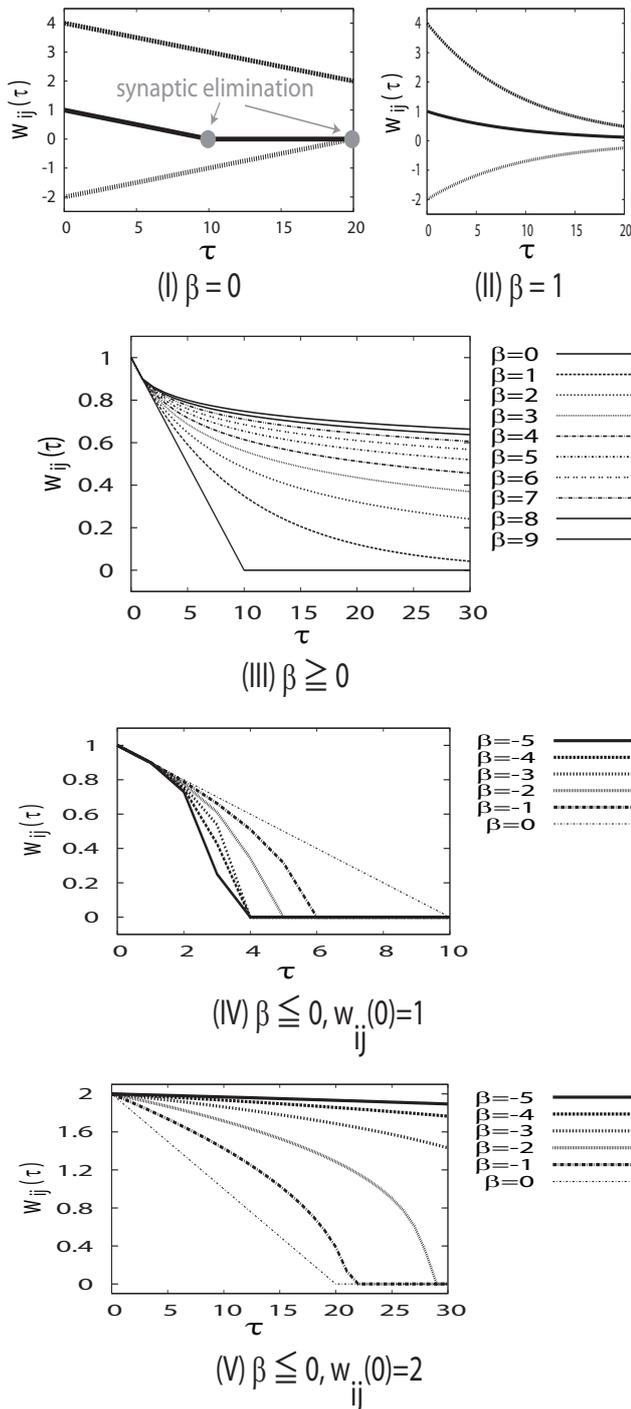


図 2 シナプス強度の減衰ダイナミクス (式 (3) の右辺第一項  $-\alpha \text{sgn}(w_{ij}(\mu-1))|w_{ij}(\mu-1)|^\beta$ ). 横軸: 時間ステップ  $\tau$ , 縦軸: シナプス強度  $w_{ij}(\tau)$ . 減衰係数は  $\alpha = 0.1$ . (I) 0 次減衰モデル  $\Delta w_{ij} = -\alpha \text{sgn}(w_{ij}(\mu-1))$ . (II) 指数的忘却モデル  $\Delta w_{ij} = -\alpha w_{ij}(\mu-1)$ . 0 次減衰モデルでは  $w_{ij}(\tau) = 0$  となったとき, シナプスが消滅され, その後シナプスが新生される. 一方, 指数的忘却モデルの  $w_{ij}(\tau)$  は有限時間でゼロにならない. (III) 減衰次数がゼロ以上の場合 ( $\beta \geq 0$ ), 減衰次数が大きいほど過去の記憶痕が残る. (IV, V) 減衰次数が負の場合 ( $\beta < 0$ ), (IV)  $w_{ij}(0) \leq 1$  のときは,  $|\beta|$  が大きいほどゼロ点到達時刻が早くなる. (V)  $w_{ij}(0) \geq 1$  のときは,  $|\beta|$  が大きいと時間が経ってもほとんど減衰しない.

ように, (3) 式の減衰をすることによってシナプス強度の符号が反転する場合, シナプス強度がリセットされた後, 新たなパターンを学習する.

$$w_{ij}(\mu) = \xi_i^\mu \xi_j^\mu, \quad |w_{ij}(\mu-1)| < \alpha |w_{ij}(\mu-1)|^\beta \quad (5)$$

この操作は, 充分小さくなったシナプスが消滅・新生したことを表している.

一方, 式 (3) 右辺第一項において  $\beta = 1$  のとき,  $\alpha$  は減衰率を表わしており, パターンを一つ学習するごとに,  $w_{ij}$  が減衰率  $\alpha$  で減衰していく. これを 1 次減衰または指数的忘却 [10] という. 図 2(II) は指数的忘却ダイナミクス  $\Delta w_{ij} = -\alpha w_{ij}(\mu-1)$  を示している. 指数的忘却モデルはシナプス強度に比例した減衰のため, シナプス強度は有限時間でゼロにはならない. よって, 指数的忘却モデルでは式 (5) で示したようなシナプスの消滅・新生は起こらない.

次に, より高次 ( $\beta > 1$ ) のシナプス減衰を考える. 図 2(III) は,  $\beta = 0, 1, \dots, 9$  についてシナプス減衰ダイナミクス  $\Delta w_{ij} = -\alpha \text{sgn}(w_{ij}(\mu-1))|w_{ij}(\mu-1)|^\beta$  を減衰率一定 ( $\alpha = 0.1$ ) の下でプロットしたものである. この図より,  $\beta > 0$  ではシナプス強度が有限時間でゼロにならない, すなわちシナプスの消滅・新生が起こらないことがわかる. さらに, シナプス減衰項の次数  $\beta$  が大きくなるにつれて, シナプス強度がゼロに漸近するまでの時間が長くなる. これはシナプス減衰項が高次になるほど, 過去に記憶したパターンの痕跡が残ることを意味している.

また, シナプス減衰次数  $\beta$  は負の場合も考えられる. 図 2(IV)-(V) は,  $\beta = -5, -4, \dots, 0$  についてシナプス減衰ダイナミクス  $\Delta w_{ij} = -\alpha \text{sgn}(w_{ij}(\mu-1))|w_{ij}(\mu-1)|^\beta$  を減衰係数一定 ( $\alpha = 0.1$ ) の下でプロットしたものである. この図より,  $\beta \leq 0$  ではシナプス強度が有限時間でゼロになる, つまりシナプスの消滅・新生が起こることがわかる. さらに図 (IV) で示す通り,  $w_{ij} \geq 1$  の場合, 減衰次数の絶対値  $|\beta|$  が大きいほど, より早くシナプス強度がゼロに到達する. しかし,  $\beta < 0$  の減衰次数をもつダイナミクスは  $\beta \geq 0$  のものよりも複雑で, 図 (V) で示す通り,  $w_{ij} > 1$  の場合は, 減衰次数の絶対値  $|\beta|$  が大きくなるにつれて, シナプス強度がほとんど減衰しなくなる.

次節のシミュレーションでは, 上で述べてきたシナプス減衰項の次数が及ぼすモデルの記憶特性への影響について明らかにする. 記録過程では,  $\beta$  次減衰モデルのシナプス強度の初期値を  $w_{ij}(0) = 0$  として, 式 (2)-(3) を  $\mu = 1, \dots, M$  について繰り返す.

#### 4. 想起過程

想起とは, ネットワーク内に保存された記録パターンをパターンの一部またはノイズにより劣化した状態から復元することである. ここでは, 記録過程でパターンを  $M$  個学習した後のシナプス強度  $w_{ij}(M)$  を用いて, 記録パター

ンを想起する．想起過程の間，各細胞間のシナプス強度は一定である ( $w_{ij} = w_{ij}(M)$ )．

時刻  $t (= 1, 2, \dots)$  での細胞  $i$  の状態を  $s_i(t)$  とすると，次の状態  $s_i(t+1)$  への遷移は次式で表される．

$$s_i(t+1) = \text{sgn}(h_i(t)), \quad (6)$$

$$h_i(t) = \sum_{j=1(j \neq i)}^N w_{ij} s_j(t). \quad (7)$$

$h_i(t)$  は時刻  $t$  での局所場で， $h_i(t)$  の符号で次の状態  $s_i(t+1)$  が発火する ( $1-q$ ) か否 ( $-q$ ) かが決定される．このダイナミクスで取り得るネットワークの状態は有限個なので，モデルの状態は常に平衡解あるいは周期解になり，その周期は高々 2 であることが知られている．式 (6)-(7) に従い，ネットワークの状態が収束されるまで同期更新する．

## 5. シミュレーション結果

簡単のため，以下のシミュレーションにおいて細胞数  $N$  とシナプス数  $N(N-1)$  は時間不変であると仮定する．システムサイズ  $N = 1000$  で構成されたネットワークに  $M = 1000$  個の記憶パターン  $\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^M$  を各学習ステップにおいて一つずつ埋め込む．記録過程におけるシナプス強度の初期値は  $w_{ij}(0) = 0$  とした．ここでは，想起過程におけるネットワークの初期状態に記録パターンをそのまま用いて ( $s(0) = \xi^\mu, \mu = 1, 2, \dots, M$ )，ネットワークの想起性能を調べた．ネットワークダイナミクスは同期更新とし，終了条件は周期解を考慮し，現在のネットワークの状態  $s(t)$  が前々回  $s(t-2)$  と一致したときとした．

シナプス減衰は古い記憶を徐々に消去することと等価なので，保持できるパターン数は有限である．

各シナプス減衰次数  $\beta$  においてネットワークがどの程度古い記憶パターンまで想起できるかを調べるため，モデルの想起性能評価に  $\mu$  番目の記憶パターン  $\xi^\mu$  と想起初期値を  $s(0) = \xi^\mu$  としたときの定常状態  $s^\mu$  とのオーバーラップ  $m^\mu$  を用いた．

$$m^\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i^\mu s_i^\mu. \quad (8)$$

ここでは， $m^\mu \geq 0.8$  を想起成功とみなしてその回数をカウントした．想起成功回数を各  $\beta$  次減衰モデルの記憶容量  $C$  とした．

図 3 は，0 次減衰モデルと指数忘却モデル以外の  $\beta (\neq 0, 1)$  次減衰モデルのオーバーラップ  $m^\mu$  と学習ステップ  $\mu$  の関係を様々な減衰係数  $\alpha$  と減衰次数  $\beta$  を用いてプロットしたものである．図 3(I)-(IV) より，次数が  $\beta = -2$  以外のシナプス減衰モデルでは，最近学習したパターンのみを安定して想起 ( $m^\mu \geq 0.8$ ) できていることがわかる．学習ステップ  $\mu$  の増加に伴い，想起相 ( $m^\mu \approx 1$ ) が不安定化し，スピングラス相 ( $\mu \approx 0$ ) へと相転移した．

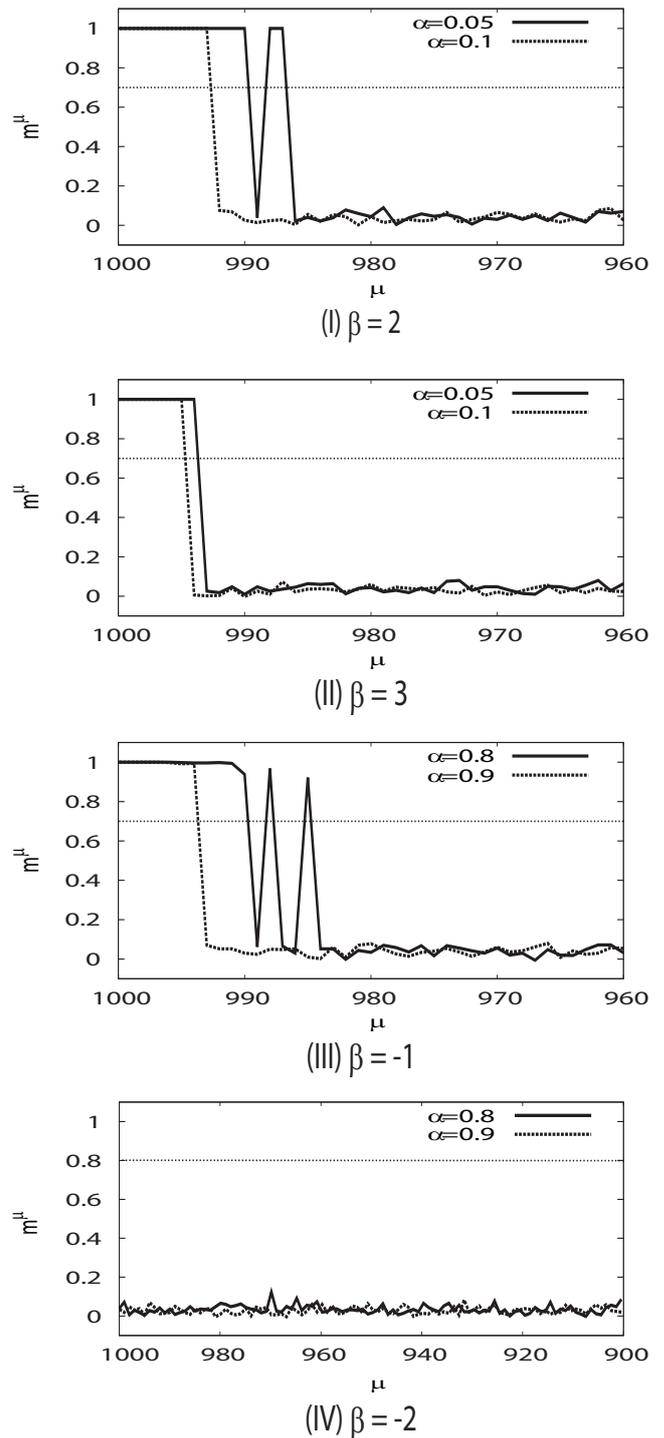


図 3  $\beta (\neq 0, 1)$  次減衰モデルでのオーバーラップ  $m^\mu$  (縦軸) と学習ステップ  $\mu$  (横軸) の関係． $\mu = M$  が最新の記憶で， $\mu < M$  がそれ以前の記憶を表す．細胞数  $N = 1000$ ，記録パターン数  $M = 1000$ ．縦軸に垂直な線は想起成功条件の閾値  $\cos \theta^\mu = 0.8$  を示している．(I)  $\beta = 2$ ; (II)  $\beta = 3$ ; (III)  $\beta = -1$ ; (IV)  $\beta = -2$ ．

$\beta = -2$  の場合，ネットワークはオーバーロードを引き起こし，これまで埋め込んだどのパターンも想起することができなかった．

さらに図 3 より，各  $\beta$  次減衰モデルの想起成功回数 (記憶容量) は減衰係数  $\alpha$  に依存することがわかる．図 4 は各

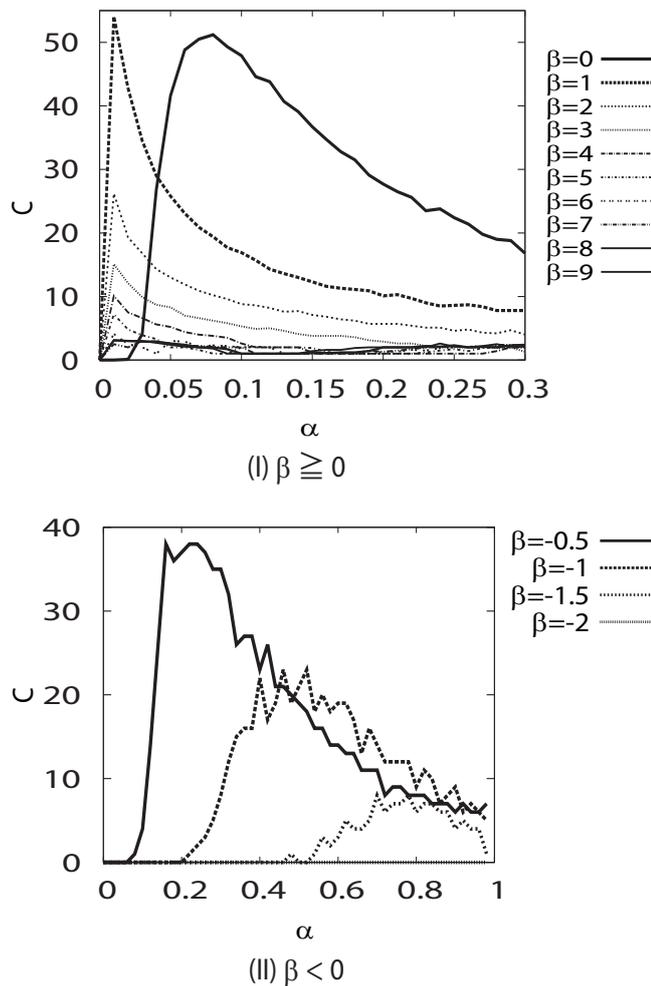


図 4  $\beta$  次減衰モデルの記憶容量  $C$  (縦軸) と減衰係数  $\alpha$  (横軸) の関係. サンプル数 10 の平均値をプロットした. 細胞数  $N = 1000$ , 記録パターン数  $M = 1000$ . (I)  $\beta = 0, 1, \dots, 9$ , (II)  $\beta = -2, -1.5, -1, -0.5$ .

減衰次数  $\beta$  におけるモデルの記憶容量  $C$  と減衰係数  $\alpha$  の関係を表している. 図 4(I) より, 0 次減衰モデル ( $\beta = 0$ ) および 指数忘却モデル ( $\beta = 1$ ) の記憶容量が, より高次 ( $\beta \geq 2$ ) のモデルに比べて突出していることがわかる. 減衰次数  $\beta$  を上昇させるにつれてモデルの記憶容量が全体的に低下し,  $\beta \geq 6$  でモデルの記憶特性がほぼ一定になった. また図 4(II) より, 減衰次数が負の場合 ( $\beta < 0$ ), 減衰次数の絶対値  $|\beta|$  を上昇させるにつれてモデルの記憶容量が全体的に低下し,  $\beta \leq -2$  では記憶容量がどの減衰係数  $\alpha$  を用いてもゼロとなった ( $C = 0$ ). すなわちこれは,  $\beta \leq -2$  の減衰次数をもつシナプス減衰モデルはオーバーロードを回避できないことを表している.

最後に, ネットワークの記憶想起性能を最大にする最適な減衰次数  $\beta$  をもつモデルを探索する. ここで, 各減衰次数  $\beta$  における記憶容量  $C$  の最大値をモデルの最大記憶容量  $C_{\max}$  と定義する. つまり  $C_{\max}$  は図 4 の各曲線のピーク値に相当する. 図 5 はシナプス減衰モデルの最大記憶容量  $C_{\max}$  を各減衰次数  $\beta$  でプロットしたものである.

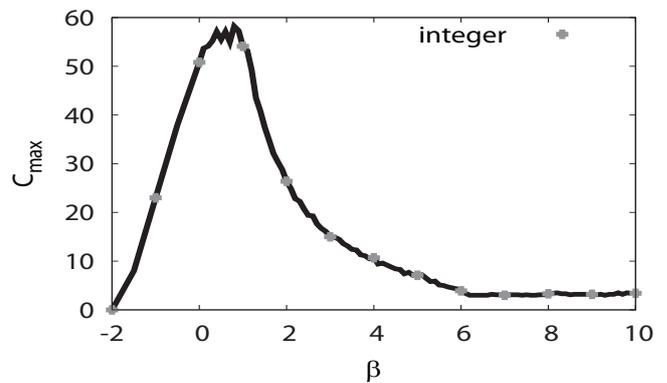


図 5 各減衰次数  $\beta$  (横軸) におけるネットワークの最大記憶容量  $C_{\max}$  (縦軸, 図 4 の記憶容量  $C$  のピーク値). 細胞数  $N = 1000$ , 記録パターン数  $M = 400$ . サンプル数 10 回の平均をプロット. 点は減衰次数が整数値をとる場合 ( $\beta = -2, -1, \dots, 10$ ) のモデルの最大記憶容量  $C_{\max}$ .

$C_{\max}$  が最大となる減衰次数は  $\beta = 0.8$  となった. 整数値では  $\beta = 1$  のとき, すなわち指数忘却モデルの  $C_{\max}$  が最大で, その次が  $\beta = 0$  のとき, すなわち 0 次減衰モデルであった. そして,  $\beta$  が上昇するにつれて  $C_{\max}$  は減少し,  $\beta > 6$  では最大記憶容量が  $C_{\max} \approx 3$  に収束した.

## 6. まとめ

本研究では, ネットワークの記憶想起性能を最大にするシナプス減衰モデルを探索するため,  $\beta$  次減衰シナプスをもつ連想記憶モデルを提案し, 数値実験による解析を行った. シミュレーションの結果, モデルの記憶想起性能の指標である最大記憶容量  $C_{\max}$  を最大化する最適なシナプス減衰次数は  $\beta = 0.8$  であった.  $\beta$  が整数値の場合, 最適な次数をもつモデルは指数忘却モデル ( $\beta = 1$ ) で, 0 次減衰モデル ( $\beta = 0$ ) は準最適であった. また,  $\beta \geq -2$  では, シナプス減衰モデルはオーバーロードを回避できないことがわかった. 減衰次数が十分に大きいところ ( $\beta \geq 6$ ) では, モデルの記憶特性がほぼ一定になることがわかった.

謝辞 本研究の一部は科学研究費補助金 (課題番号 24-9230) の助成を受けた.

## 参考文献

- [1] Amari S (1989) Characteristics of sparsely encoded associative memory *Neural Networks* **2**:451-457
- [2] Amari S and Maginu K (1988) Statistical neurodynamics of associative memory *Neural Networks* **1**:63-73
- [3] Amit D J, Gutfreund H and Sompolinsky H (1985) Storing infinite numbers of patterns in a spin-glass model of neural networks *Physical Review Letters* **55**:1530-1533
- [4] Bishop C M (2006) Pattern recognition and machine learning *Springer Verlag*
- [5] Date A and Kurata K (2008) A property of neural networks of associative memory models with replacing units *Artificial Life and Robotics* **12**:291-294
- [6] Hertz J, Krogh A and Palmer R G (1991) Introduction to the theory of neural computation *Addison Wesley*

- [7] Hopfield J J (1982) Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities *Proceedings of the National Academy of Sciences* **79**: 2554-2558
- [8] Kimoto T and Okada M (2002) Sparsely encoded associative memory with forgetting process *IEICE Transactions on Information and Systems* **E85-D**:1938-1945
- [9] Ishikawa M (1996) Structural learning with forgetting *Neural Networks* **9**:509-521
- [10] Mézard M, Nadal J P and Toulouse G (1986) Solvable models of working memories *Journal of Physique* **47**:1457-1462
- [11] Mézard M, Nadal J P and Virasoro M A (1987) Spin glass theory and beyond *Singapore: World Scientific*
- [12] Mimura K, Okada M and Kurata K (1998) Associative memory model with forgetting process using nonmonotonic neurons *IEICE Transactions on Information and Systems*, **E81-D**:1298-1304
- [13] Miyata R, Aonishi T, Tsuzurugi J and Kurata K (2012) Properties of Hopfield model with the zero-order synaptic decay *Artificial Life and Robotics* **17**:163-167
- [14] Miyata R, Kurata K and Aonishi T (2012) Sparsely encoded Hopfield model with unit replacement *IEICE Transactions on Information and Systems* **E95-D**:2124-2132
- [15] Miyata R, Muta S and Kurata K (2010) Memory capacity and information capacity of the sparsely encoded associative memory model with replacement units *Artificial Life and Robotics* **15**:291-295
- [16] Nadal J P, Toulouse G, Changeux J P and Dehaene, (1986) Network of formal neurons and memory palimpsests *Europhysics Letters* **1**: 535-542
- [17] Nishimori H (2001) Statistical physics of spin glasses and information processing: an introduction *Oxford Science Publications*
- [18] Okada M (1995) A hierarchy of macrodynamical equations for associative memory *Neural Networks* **8**:833-838
- [19] Okada M (1996) Notions of associative memory and sparse coding *Neural Network* **9**:1429-1458
- [20] Parisi G (1986) Asymmetric neural networks and the process of learning *Journal of Physics A* **19**:675-680
- [21] Shiino M and Fukai T (1992) Self-consistent signal-to-noise analysis and its application to analogue neural networks with asymmetric connections *Journal of Physics A* **25**:375-381
- [22] Shiino M and Fukai T (1993) Self-consistent signal-to-noise analysis of the statistical behavior of analog neural networks and enhancement of the storage capacity *Physical Review E* **48**:867-897
- [23] Tominaga-Yoshino K, Kondo S, Tamotsu S and Ogura A (2002) Retitive activation of protein kinase A induces slow and persistent synaptogenesis in cultured hippocampus *Neuroscience Research* **44**:357-367
- [24] Yasumatsu N, Matsuzaki M, Miyazaki T, Noguchi J and Kasai H (2008) Principles of Long-Term Dynamics of Dendritic Spines *The Journal of Neuroscience* **28**:13592-13608