

液体レンズ形状のインタラクティブモデリング

仲田将之^{†1} 柿本正憲^{†2} 楽 詠こう^{†1} 西田友是^{†1}

物体表面上の液体形状を計算する、簡易でありながら柔軟な手法を提案する。入力情報として液滴の2次元輪郭形状（接地形状）を与える。ユーザーがベース面となる物体モデルの上に所望の輪郭を与えると、その輪郭にちょうど収まる液滴がリアルに盛り上がった表面形状が自動計算される。提案手法では物理的な条件を忠実に反映して液滴の形状を決定づける。エネルギー最適化問題を考慮することにより、体積保存を満たしながら液滴の表面エネルギーと位置エネルギーを最小化する。本手法を用いることにより、ロゴやアイコンのデザイン、文字フォントなどの人為的に作られた輪郭の上に、自然な形の液滴形状を生成できる。2Dの輪郭内に模様を描いておけば液滴がレンズの役割を果たし屈折効果をデザインに生かすことができる。2D制御の流体シミュレーターにより生成した一連の輪郭形状に本手法を適用することで、盛りられた液滴のアニメーションを作成することも可能である。実物の水滴での実験結果と比較するために、2D輪郭の位相が変化する場合の水滴形状変化を含む適用例を示した。

Interactive Modeling of Droplet Lens Shapes

NOBUYUKI NAKATA^{†1} MASANORI KAKIMOTO^{†2}
YONGHAO YUE^{†1} TOMOYUKI NISHITA^{†1}

We propose a simple yet flexible method for computing droplet shapes on the surface of an object, given the two dimensional outlines (footprints) of the droplets. The user specifies the desired outline on a solid base model, and a droplet with a plausible shape positioned on the object exactly within the outline is automatically generated. Our method faithfully captures the physical requirements that determine the droplet shape. By considering an energy optimization problem, our method minimizes the sum of the surface and gravitational energies of the droplet, satisfying volume conservation. Using our method, one can generate natural-looking droplets on top of artificial outlines, such as logo designs, symbolic icons and character fonts. Animation of the droplets is achieved by applying the method to a series of outlines generated by a 2D controllable fluid simulator. We also demonstrate the transition of the droplet shape following changes in topology and compare the result to that of a physical experiment.

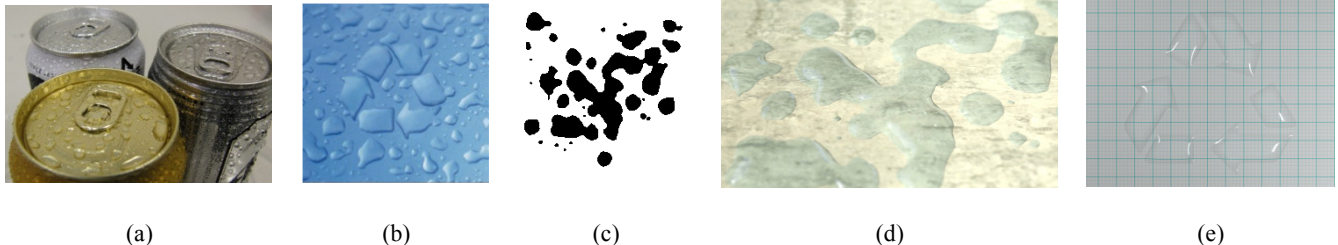


図 1 (a) ビール缶表面の水滴の例. (b) デザイン性のある水滴形状ロゴの例 (© Global Water). (c) 液滴形状を生成したい領域のユーザー入力. (d) 提案法で生成した液滴形状. (e) 提案法で生成したロゴ

1. はじめに

ユーザー指定と自然な見え方の両方を満たすように物体のモデリングやデザインを行う技術は、コンピュータグラフィックス分野における重要な研究テーマのひとつである。このような手法の例として、煙[1],[2],[3]、水[4]、雲[5]、樹木[6]などを対象にしたモデリングが提案されている。このような手法を用いることにより、自然な外観を保証するための物理属性を保ちながら、なおかつ芸術的な結果を生成することができる。

本稿では物体表面に形成される液滴のモデリングに着

目する(図1)。液滴、特に水滴は実生活ではなじみ深いものである。たとえば、冷蔵庫から取り出したビール缶の表面には多くの水滴が形成される様子が観察でき、しかもそれぞれの水滴が微妙に異なる形状を持つ。このような水滴を見ることで、人々はビールの冷たさを実感する。そのため、これらの水滴を表現することは、リアリズムを上げるためだけでなく、観察者の感性を刺激するためにも重要である。さらに、画像表現を豊かにするため、人工的にデザインされた形状の水滴(図1(b))を生成することへの要求がある。我々は、ロゴやアイコンのデザイン、文字フォントなどへの応用を目的とし、液滴レンズの屈折効果を伴うアニメーションの生成を試みる。位相変化に伴う液滴形状遷移にも対応するようなアニメーションを目指す。

実世界において、望みの形状の液滴を使った静止画や動

^{†1} 東京大学
The University of Tokyo
^{†2} 東京工科大学
Tokyo University of Technology

画を撮影することは容易ではない。なぜなら、形状の形成は通常は短時間の現象であり（たとえば水滴は蒸発しやすい）、なおかつユーザーが望む液滴形状を生成することはほとんどの場合困難である（鋭い角をもつ液滴など）。したがって、CG 技術を使ってこのような画像生成を支援する手法の開発には需要が見込める。

2. 従来研究

水滴をシミュレートする従来法として、たとえば Kaneda らの方法[7],[8], Wang らの方法[9], Zhang らの方法[10]があるが、水滴のリアルな動きの生成を目的としており、ユーザー指定の形状を考慮してはいない。本稿では、物体表面上に置かれた液滴形状を計算する、簡易でありながら柔軟な手法を提案する。液滴生成過程を2段階に分けることを提案する。第1段階では、ユーザーが液滴の2D輪郭（物体に接する領域）をデザインする。第2段階では、それらの輪郭をもとに、自然に見える3Dの液滴形状をシステムが自動的に計算する。自然な外観は、液滴が満足すべき物理特性を考慮することによってもたらされる。このようにして、ユーザーは輪郭だけを指定することにより、たとえ人工的な形の輪郭であっても、容易に液滴形状を得ることができる。

デザイン性のある応用を考慮し、本手法では液滴は準静的であると仮定する。すなわち、液滴が形を変える際には元の場所にとどまるか、あるいは動くにしてもゆっくりとした速度で動くものとする。このようにすれば、液滴に作用する力は重力と表面張力とに限定できる。液滴の表面形状は、これら2つの力の間の均衡によって決定づけられる。これらの力はポテンシャル力であるから、均衡状態を求めることは重力エネルギーと表面エネルギーとの合計を最小化する問題に帰着される。提案手法では、このようなエネルギー最適化問題を考慮することによって、液滴の体積を保存しながら物理的な必要条件を忠実にとらえることができる。

メタボールのような陰関数曲面を用いる従来の液滴モデリング手法（たとえば[11]）にくらべて、提案手法では、よりもっともらしい物理制約を満足しながら角を持つような液滴形状が生成可能である。

提案手法は、光源情報を利用して一枚の画像から物体形状を再現しようとする'shape-from-shading'の手法[12]と関係している。提案法がこの手法と異なるのは、入力が簡単な輪郭線のみを利用する点である。くわえて、提案法で用いる拘束条件は物理ベースであるため、一枚の画像からの光源情報のようにエラーの起こりやすい条件と違って信頼性が高い。

提案法を用いることにより、写真から再現したような自然な液滴形状を生成できる（図1(d)）だけでなく、ロゴやアイコンのデザインや文字フォントのような人工的でザ

イン性のある形状を生成することができる（図1(e)）。提案法は処理が軽いため、ユーザーはインタラクティブに所望の形状を編集することができる。また、制御可能な2D流体シミュレーターによって生成された一連の時系列輪郭線に対して提案法を適用することにより、水滴のアニメーションが実現できる。また、本稿では、輪郭線の位相変化の結果として起こる水滴形状の遷移の結果を示し、実物での実験結果動画と比較する。

3. 提案手法

3.1 水滴形状計算の概要

前提として、水滴形状は、ユーザー指定の2D領域 D の上に定義された一価関数 $u(x, y)$ として表現する（図2）。

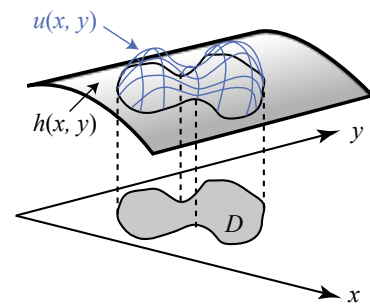


図2 水滴の表現の模式図

領域 D は水滴の接地輪郭形状を表す。物体表面、すなわち水滴が乗っている床面もまた別の一価関数 $h(x, y)$ （水滴の底面に相当する）で表すものとする。ここで、 x 軸と y 軸は物体表面にできるだけ沿った方向に設定する。

このとき、領域 D の境界 ∂D において $u(x, y) = h(x, y)$ が成り立つ。水滴の体積 V が与えられたとき、水滴の表面エネルギー E_s と重力エネルギー E_g の和を最小にする。この最適化問題を解くことで水滴形状 $u(x, y)$ を求める。説明を単純化するために、以降は x 軸と y 軸は水平面内にあるものと仮定する。傾斜した平面を扱うように提案法を拡張することは容易である。

3.2 エネルギー関数の定式化

表面エネルギー E_s は次式で与えられる。

$$E_s = \sigma S. \quad (1)$$

ここで σ は表面張力係数、 S は水滴の表面積で、

$$S = \int_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} dx dy, \quad (2)$$

によって与えられる。重力エネルギー E_g は

$$E_g = \int_D \frac{\rho g (u^2 - h^2)}{2} dx dy, \quad (3)$$

によって与えられる。ここで ρ は水滴の液体比重で g は重

力加速度である。このとき、水滴の体積 V_d はつぎのようにして求まる。

$$V_d = \int_D (u - h) dx dy. \quad (4)$$

このとき $V_d = V$ という条件を満たしながら $E_s + E_g$ を最小化する最適化問題を解く必要がある。これを変分法によって解く。すなわち、エネルギー関数 $E(u)$ を次のように定義する。

$$E[u] = E_s + E_g + \lambda(V - V_d). \quad (5)$$

ここで、 λ はラグランジェの未定係数である。

3.3 基底関数による水滴表面形状の近似

表面形状 u を記述するためのパラメータの集合を Θ とすると、最適化された状態は、各パラメータ $\theta \in \Theta$ について $\frac{\partial E[u]}{\partial \lambda} = 0$ および $\frac{\partial E[u]}{\partial \theta} = 0$ を解くことによって計算できる。

関数 u を求めるために有限要素法を利用する。まず、非線形系の方程式を避けるために、式(2)の非線形項をつぎのようにして近似する。テイラー展開を使えば、 t が小さいときには $\sqrt{1+t} \approx \frac{1}{2}(2+t)$ が成り立つ。ここで、 $t < 1.428$ のとき近似誤差は 10%未満である。したがって近似式として $\sqrt{1+\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2} \approx \frac{1}{2}\left(2 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right)$ が成り立つ。この近似が有効（誤差が 10%未満）なのは、表面形状の水平面からの傾斜が 50° 以下の場合であり、この条件はほとんどの場合に満たすことができる。

つぎに、水滴を含むシミュレーション領域を三角形分割する。エネルギー関数を最小化するために、一次の Litz 法（問題がエネルギー汎関数なのでこの場合 Galerkin 法に等価な有限要素法となる）を用いる。より正確に言えば、表面形状 $u(x, y)$ は基底関数 $u_i(x, y), i = 1, \dots, N$ の重み付総和

$$u(x, y) \approx \sum_{i=1}^N w_i u_i(x, y), \quad (6)$$

として近似できる。ここで N は基底関数の個数で、 w_i は u_i の重みである。標準的な Galerkin 法では、各基底関数 u_i は各三角形の頂点において、その頂点に隣接するすべての三角形からなる領域内で定義される区分関数である。そのため、エネルギー汎関数の最小化は、各基底関数について以下の式

$$\frac{\partial E[u]}{\partial \lambda} = 0, \quad \frac{\partial E[u]}{\partial w_i} = 0, \quad (7)$$

によって表される線形連立方程式を解くことと等価となる。

4. 結果

4.1 実物との形状比較

我々は、提案法の有効性を確認するために、水滴の写真から実際の水滴形状を復元することができるかどうかを調

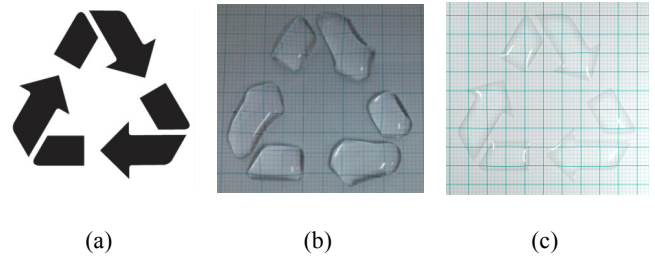


図 4 (a) 人工的な入力輪郭. (b) 実物では角のある水滴をつくるのは困難である. (c) 提案法ではそのような条件でも容易に水滴を生成できる。

べた。実物の水滴群を撮影し（図 3(a)）、それらの接地輪郭形状（図 3(b)）を提案法の入力として使用した。図 3(a)と図 3(c)とで外観や屈折パターンを比較することで、提案法で生成した水滴形状が実物の形状と一致していることがわかる。図 3(d)は、図 3(c)と同じで、レンダリングの設定を変えた結果である。

4.2 デザイン性のある水滴形状の生成

つぎに、現実には作ることが困難な水滴形状を生成するのに提案法を利用可能であることを示す。これによって、提案法の有用性をあきらかにする。そのために、まず実物の水滴を配置したい領域（図 4(a)）の形でマスキングを施したうえで、方眼紙上に撥水コート剤をスプレーした。そしてその領域に注意深く水を注入した。それでもやはり実物では角を持つ水滴を生成するのは困難である（図 4(b)）。提案法を用いてシミュレートを行うと、そのような条件であっても容易に水滴形状が生成可能である（図 4(c)）。

提案法を用いれば、水滴から作られたロゴ（図 5）や「液滴フォント」（図 6）のようなデザイン性のある例を生成することもできる。提案法は 2D の有限要素法を解くだけであるため、処理負荷は軽い。そのため、ユーザーがインタラクティブに液滴形状を編集するのは容易である。もしリアルタイム処理が必要な場合は、インタラクティブな編集段階では低解像度の液滴モデルでの結果を高速表示し、編集が一段落したときに高精細な結果を提示すればよい。

4.3 水滴アニメーションの生成

図 7 に示すように、水滴のアニメーションを作成することもできる。我々は Fattal らの方法[3]にもとづいた 2D 流体制御法を使い、得られた流体の分布（たとえば密度分布など）を 2 値信号に量子化することによって液滴の接地輪郭形状を記述した。そして、各フレームについてそれぞれ別々に提案法を適用し、液滴形状を生成した。液滴の合計体積を固定にただけでほかには特別な措置を施さなかったにもかかわらず、フレーム間の一貫性が保たれるアニメーションが作成できた。静的な物理特性を考慮するだけで、慣性のような動的な特性は無視しているが、生成されたア

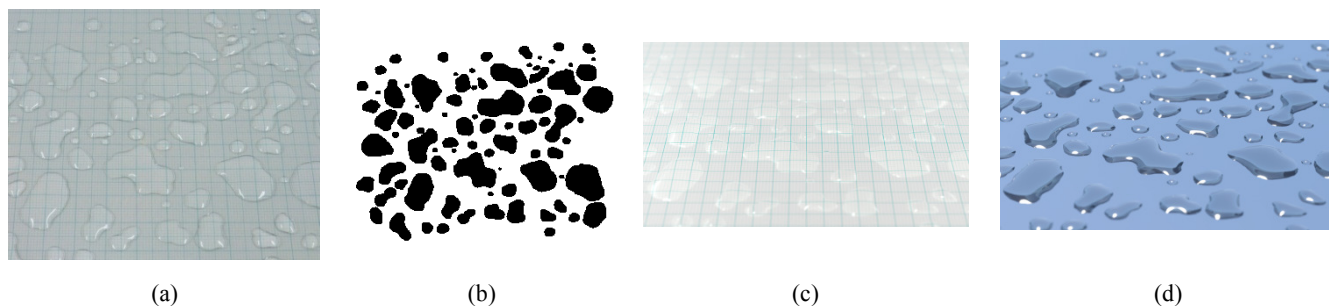


図3 (a) 実物の水滴の写真. (b) 前記(a)に従って作成した入力輪郭. (c) 提案法によって生成された液滴形状. (d) 別の設定でのレンダリング結果

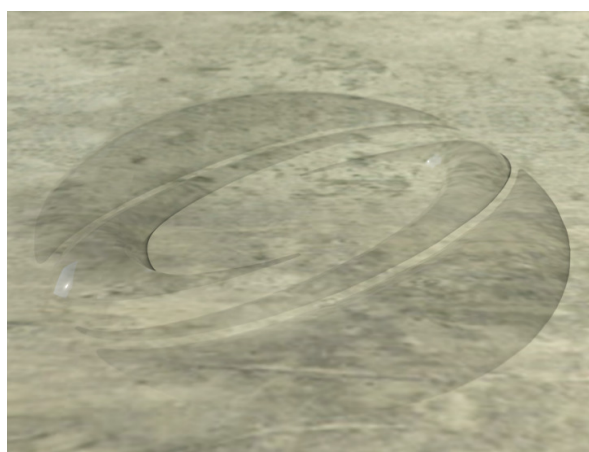


図5 水滴でつくられたロゴマーク

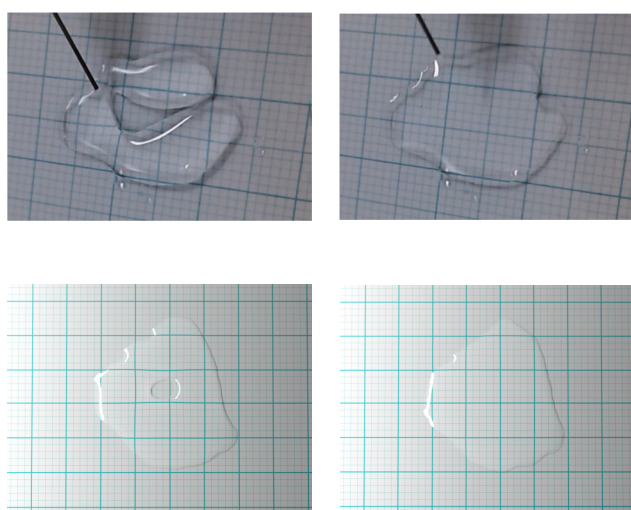


図8 液体の領域に囲まれた乾いた領域が急に消滅する現象. 上2つは実写の実験例, 下2つは提案法による結果.



図6 液滴フォント

ニメーションは良好な結果となった.

現実世界では, 液体部分に囲まれている小さな乾いた領域が突然消滅する現象が観察できる(図8). 提案する簡易な手法によってこのような現象もうまく再現できている.

4.4 垂直物体面への対応

提案法では液滴形状を一価関数で記述すると仮定し, 表面積計算はテイラー展開による近似によって行った. この近似により, 生成できる液滴形状に制限が生じる. たとえば, 大きな水滴が窓を流れ落ちる場合, 水滴表面を一価関数曲面で記述することはできない.

しかしながら, 準静的なアプローチをとっているために, 垂直な物体面上でも提案法は利用可能である. 図9に示すような動きのない小さな液滴であれば, たとえ物体面が垂直に近くても面上にとどまり続ける. x - y 平面をできるだけ物体面に沿うように設定すれば, 液滴形状を一価関数と見なしても問題ないことがわかる. このような状況では, いったん水平に近い物体面を仮定して液滴形状を生成し, 結果の一価関数曲面形状を, ちょうどテクスチャマッピングのようにターゲットとなる垂直物体面に貼り付けるという方法を取ることができる.



図 7 水滴のアニメーション



図 9 垂直物体面上での水滴の実例。液滴が小さい場合は一価関数で形状を記述してもよいことがわかる。

5. おわりに

物体表面に置かれた液滴形状を計算する簡易的ながら有用な手法を提案した。

提案法では、液滴形状の生成は、液滴の接地輪郭線のデザインとそのデザインからの 3D 液滴形状計算とに分けられる。ユーザーが液滴の 2D 接地輪郭線を与えると、システムは 3D 液滴形状を自動的に計算する。

提案法は、体積を保ちながら液滴の表面エネルギーと重力エネルギーの合計を最小化するエネルギー最適化問題を

解くことにより物理的条件を忠実に反映する。本稿では、提案法が、自然だけでなく人工的なデザイン性のある液滴形状を生成し、アニメーションにも適用できることを示した。

今後の課題として、水面上に浮いた油の形状をモデリングする手法や、磁力エネルギーも考慮して磁性流体のスパイク形状をモデリングする手法への拡張を検討したい。

謝辞 輪郭形状のアニメーション映像をご提供くださり、有用な助言をいただいた北海道大学の土橋宜典先生に感謝いたします。

参考文献

- [1] Treuille, A. et al.: Keyframe control of smoke simulations, ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2003), Vol.22, No.3, pp.716-723 (2003).
- [2] McNamara, A. et al.: Fluid control using the adjoint method, ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2004) Vol.23, No.3, pp.449-456 (2004).
- [3] Fattal, R. and Lischinski, D.: Target-driven smoke animation, ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2004), Vol.23, No.3, pp.441-448 (2004).
- [4] Shi, L. and Yu, Y.: Taming liquids for rapidly changing targets, Proc. SCA '05, ACM, pp.229-236 (2005).
- [5] Dobashi, Y. et al.: Feedback control of cumiform cloud formation based on computational fluid dynamics, ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2008), Vol.27, No.3, pp.94:1-94:8 (2008).

- [6] Pirk, S. et al.: Plastic trees: interactive self-adapting botanical tree models, ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2012), Vol.31, No.4, pp.50:1-50:10 (2012).
- [7] Kaneda, K. et al.: Animation of water droplets on a glass plate, In Proc. Computer Animation '93, pp.177-189 (1993).
- [8] Kaneda, K. et al.: Animation of water droplet flow on curved surfaces, Proc. Pacific Graphics '96, pp.50-65 (1996).
- [9] Wang, H. et al.: Water drops on surfaces, ACM Trans. Graph. (Proc. SIGGRAPH 2005), Vol.24, No.3, pp.921-929 (2005).
- [10] Zhang, Y. et al.: A deformable surface model for real-time water drop animation, IEEE TVCG, Vol.18, No.8, pp.1281-1289 (2012).
- [11] Yu, Y. et al.: A new water droplet model using metaball in the gravitational field, Computers & Graphics, Vol.23, No.2, pp.213-222 (1999).
- [12] Huang, C.-K. et al.: Shape from shading using ritz method with tent basis. In Proc. ICPR '96, pp.398-402 (1996).