

プログラムのページ

担当 伊 理 正 夫

「プログラムのページ」の目的は、プログラム——特に科学技術計算・経営数学計算などの各種計算方式——について、会員相互間で情報を交換し、相携えて情報処理の各分野の発展に貢献しようというところにあります。なお、プログラミング言語としては、従来の ALGOL に加えて今後は FORTRAN も採用することとします。

投稿規定

(1) 何かの機械で実際に通したことのあるプログラムに限る。その際に用いた言語は ALGOL, FORTRAN 以外でもよいが、どのようにしてテストしたかを具体的に記すこと。

(2) プログラムは ALGOL 60 あるいは FORTRAN の文法に従ってなるべく理解し易い形に書かれていること。

(3) 入出力関係やその他特定の機械のための特殊な標準手続あるいはライブラリ・サブルーチンなどを使用した場合には簡単な注釈をつけること。

(4) 始めに問題および解法の要旨を日本語で説明し、その後にプログラムを記述し、必要ならばその後に注をつけること。なお詳しくは既発表の例を参照されたい。

6501. 積分三角関数

一松 信（立教大学）

積分三角関数

$$\text{si } x = \int_{\infty}^x \frac{\sin t}{t} dt, \quad \text{ci } x = \int_{\infty}^x \frac{\cos t}{t} dt$$

に対しては、近似式も作られているが、一般的に計算するには、漸近展開の剩余項をべき級数で表示した次の公式が有用である。

$$\begin{aligned} \text{si } x &= R_s(x) - \cos x A_N(x) - \sin x B_N(x), \\ \text{ci } x &= R_c(x) + \sin x A_N(x) - \cos x B_N(x), \end{aligned}$$

ここに ($N=0, 1, 2, \dots$)

$$A_N(x) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(-1)^k (2k)!}{x^{2k+1}} \quad (A_0=0),$$

$$B_N(x) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(-1)^k (2k+1)!}{x^{2k+2}} \quad (B_0=0),$$

$$R_s(x) = -\frac{\pi}{2}$$

$$+ (2N)! \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-N} x^{2n-2N+1}}{(2n+1)! (2n-2N+1)},$$

$$\begin{aligned} R_c(x) &= (2N)! \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-N} x^{2n-2N}}{(2n)! (2n-2N)} \\ &\quad + \ln x - \psi(2N+1), \end{aligned}$$

$$\psi(2N+1) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2N} - r,$$

$$r = \text{Euler の定数} = 0.57721 56649,$$

である。 N が十分大きいときは、 R_s, R_c はほぼ 0 と

なり、これを 0 とすれば漸近展開である。 N は理論上は $x/2$ の整数部にするのがもっともよいが、じっさいには、1か2でもほとんどかわらない。

下記のプログラムは、この公式を使って si, ci を求める procedure である。次に注意事項をあげる。

1° si, ci 両方を求めるようにしたので、変数の値 X と計算の精度 EPS をパラメタとして与えて答をパラメタ SI, CI に返す procedure にしたが、SI, CI それぞれの値を求める real procedure (function) とするほうがよいかかもしれない。

2° X は正であるものとした。X ≤ 0 であると、CI の計算中 LN(X) でひっかかるであろうが、その検査はしていない。

3° プログラム中の N は、便宜上上記の公式の N の 2 倍にしてある。なお for loop は、もし $2N$ ならば、この for loop のブロック全部をとばして次へゆくものとして書いてある。だから for loop は何でも 1 回まずやってしまうようにコンパイルするコンパイラーに対しては、書き直す必要がある。——じつはこのプログラムははじめ HIPAC-101 用の HARP-101 で実行したのを JUSE ALGOL の様式に書き直したものであるが、HARP ではこの点で失敗した。

4° X が非常に大きくなると、漸近展開のみで十分なときには、剩余項は 0 として先へ進む。N が大きいときに

は、 $\psi(2N+1)$ の計算も漸近展開によるほうがよいが、この処置により上のままで実用上さしつかえなかった。

なお FRESNEL 積分、積分指数関数にも、同様の公式が作られる。

```

procedure INTTRIG (X, EPS, SI, CI);
  comment Computation of Integral Sin and Cos;
  value X, EPS; real X, EPS, SI, CI;
  begin real S, C, A, B, T, TMA, TMB;
  integer N, K, K2, K3;
  N:=2*ENTIER(X12.0);
  T:=X↑2;
  C:=A:=B:=0.0;
  TMA:=1.0/X; TMB:=1.0/T;
  for K:=2 step 2 until N do
    begin A:=A+TMA;
    B:=B+TMB;
    K2:=2*K;
    K3:=(K-1)*K;
    TMA:=-TMA*FLÖAT(K3)/T;
    TMB:=-TMB*FLÖAT(K3
      +K2)/T;
    if ABS(TMA)≤EPS ∧
      ABS(TMB)≤EPS
      then go to ASYMPT;
    C:=C
      -FLÖAT(K2-1)/FLÖAT(K3)
  end;
  TMB:=TMA*X;

```

```

TMA:=TMA*T;
C:=C+LN(X) +0.57721 56649;
S:=-1.57079 63268;
CHECK:
if ABS(TMA)≤EPS ∧ ABS(TMB)≤EPS
then go to FINAL;
K2:=K-N;
if K2≠0 then
C:=C+TMB/FLÖAT(K2);
S:=S+TMA/FLÖAT(K2+1);
K:=K+2;
TMA:=-TMA*T/FLÖAT(K*(K+1));
TMB:=-TMB*T/FLÖAT(K*(K-1));
go to CHECK;
ASYMPT:
S:=C:=0.0;
FINAL:
SI:=S-COS(X)*A-SIN(X)*B;
CI:=C+SIN(X)*A-COS(X)*B
end procedure INTTRIG;

```

(昭和39年10月18日受付)

訂正

6404. 待ち行列のシミュレーション

伏見正則（東大大学院数物系研究科）
 プログラムの一部を次のように訂正する。
 5巻、2号(94頁)左欄最下行の命令 $S0[Q3]:=S0I;$ を削除し、同一の命令を右欄3行目および15行目の命令 $Q:=Q3;$ の後に挿入する。

(昭和39年10月15日受付)